Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный горный университет»

на правах рукописи

# ПРИЩЕПА ДМИТРИЙ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

# ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДНЫХ МАССИВОВ

Специальность 25.00.20 – Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

## **ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель

доктор технических наук, профессор О.Г. Латышев

# оглавление

ВВЕДЕНИЕ4
1. АНАЛИЗ УСЛОВИЙ И МЕТОДОВ ПРОГНОЗА УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКЕ9
1.1. Рекомендации нормативных документов (СП, СНиП)9
1.2. Прочность горных пород и породных массивов14
1.3. Фрактальная геометрия трещинной структуры горных пород21
1.4. Методы прогноза устойчивости горных пород в выработке
1.5. Модели породного массива и его напряженно-деформированного состояния32
1.6. Цель и задачи исследования
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОВАТЫХ ГОРНЫХ ПОРОД И ПОРОДНЫХ МАССИВОВ
2.1. Объекты и методы исследований
2.2. Исследование трещинной структуры горных пород
2.3. Прочностные характеристики горных пород
2.4. Деформационные характеристики горных пород71
2.5. Реологические характеристики горных пород75
2.6. Прогноз свойств породных массивов
Выводы по главе 2
3. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОРОДНЫХ МАССИВОВ И ГЕОМЕТРИИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК
3.1. Обоснование моделей
3.2. Статистическое моделирование трещинной структуры96
горных пород и массивов96
3.3. Дилатансия горных пород104
3.4. Определение коэффициента концентрации напряжений на контуре подземной выработки
Выводы по главе 3
<ol> <li>МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОДНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ</li></ol>
4.1. Формирование модели
4.2. Модель массива с параллельной системой трещин
4.3. Модель массива с блочной структурой137
4.4. Модель массива с хаотично расположенными трещинами142
4.5. Модель конвергенции горной выработки145
Выводы по главе 4147
5. ПРОГНОЗ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД148
В ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКЕ
5.1. Критерий устойчивости

5.2. Расчет устойчивости по схеме с заданной нагрузкой	151
5.3. Расчет устойчивости по схеме с заданной деформацией	158
5.4. Общая оценка устойчивости с вероятностных позиций	165
5.5. Оценка информативности и надежности прогноза	168
5.6. Использование результатов исследований	174
Выводы по главе 5	175
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	176
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	178
Приложение 1	189

#### введение

#### Актуальность темы исследования

Исследование и обеспечение устойчивости пород в подземной выработке является важнейшей научной и практической задачей горного дела. Решению данной задачи посвящены многочисленные научные исследования. Однако по общему признанию единой работоспособной теории устойчивости пород в выработке до настоящего времени не создано. Поэтому основным инструментом проектировщиков являются рекомендации Строительных правил СП (актуализированные версии бывших СНиП), которые изобилуют многочисленными и нередко весьма неопределенными коэффициентами. В этой связи в самих СП прямо указывается на необходимость дополнительных исследований факторов, определяющих устойчивость.

Для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) породных массивов в настоящее время широко используется «метод конечных элементов», реализованный в компьютерных моделях. Однако его использование адаптировано к упруго-линейному представлению массива. Применительно к реальным породным массивам значительную роль с точки зрения устойчивости играет их трещинная структура. Природные трещины представляют собой фрактальные объекты. Поэтому адекватную информацию о геометрии и распределении трещин может дать их анализ с позиций фрактальной геометрии.

Прогноз устойчивости основывается на соотношении функций НДС и разрушаемости пород на контуре горной выработки, которые зависят от множества случайных независимых факторов. В этой связи наиболее эффективным методом исследования данной функции является статистическое моделирование, основанное на имитации состояния массива с учетом его вероятностных характеристик (метод Монте-Карло).

В этой связи тема представленной диссертации, направленной на изучение указанных аспектов, является актуальной.

**Объект исследования** – устойчивость скальных горных пород в трещиноватых породных массивах, разрабатываемых подземным способом.

**Предмет исследования** – закономерности формирования функций напряженнодеформированного состояния и разрушаемости горных пород в окрестности подземной выработки.

**Цель работы** – повышение достоверности и надежности прогноза устойчивости горных пород в подземных выработках в условиях трещиноватого породного массива.

#### Задачи исследований:

1. Исследование свойств горных пород, определяющих их разрушаемость на контуре горных выработок.

2. Оценка трещинной структуры горных пород и массивов с фрактальных позиций.

3. Разработка и реализация статистических моделей трещинной структуры горных пород.

4. Проектирование и исследований моделей концентрации напряжений на контуре подземной выработки с помощью имитационного моделирования (метод Монте-Карло).

5. Исследование напряженно-деформированного состояния трещиноватого породного массива методом конечных элементов.

6. Совершенствование методов прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке.

**Основная идея работы** заключается в установлении закономерностей формирования функций НДС трещиноватого породного массива и его механических характеристик на основе фрактальных представлений и их использования для прогноза устойчивости пород в подземной выработке с вероятностных позиций.

Тема исследования соответствует п.п. 1, 4, 5 паспорта специальности 25.00.20.

Методы исследований: экспериментальное определение свойств горных пород и статистическая оценка их результатов; имитационное (метод Монте-Карло) и математическое (метод конечных элементов) моделирование трещиноватых пород и массивов. Анализ и обобщение результатов производилось на основе теоретических положений физики твердого тела (горных пород), геомеханики, фрактальной геометрии. *Информационная база* исследования включает публикации в открытой печати материалов по рассматриваемым проблемам, базу данных кафедры шахтного строительства УГГУ по свойствам и состоянию горных пород Урала, результаты собственных расчетов и экспериментов.

### Защищаемые научные положения:

1. Фрактальное представление трещинной структуры являются основой достоверного и адекватного прогноза прочностных и деформационных характеристик горных пород и породных массивов.

2. Прогноз напряженно-деформированного состояния осуществляется методом конечных элементов, где трещинная структура породного массива учитывается (задается) статистическим моделированием динамики смыкания трещин и дилатансии горных пород.

3. Оценка устойчивости горных пород в выработке производится по двум критериям: определение вероятности вывалообразования по фрактальным характеристикам контура выработки в проходке и расчет горного давления по схеме заданной деформации с учетом реологии породного массива.

### Научная новизна результатов исследования заключается в следующем:

> Установлены закономерности развития и слияния трещин при нагружении горных пород, динамику которых определяет параболическая функция фрактальной кластерной размерности трещинной структуры; начало лавинообразного роста дефектов вызывающего разрушение пород (точка бифуркации) фиксируется пороговым значением корреляционной размерности (*d*<sub>2</sub> = 1,75).

≻ Разработаны статистические компьютерные модели развития трещинной структуры пород (метод Монте-Карло), основанные на алгоритме фрактального броуновского движения, методе «срединных смещений» и вероятностной оценке траектории трещин (алгоритм Фосса).

≻ Обоснована методика определения площади контактов берегов трещин на базе установленной зависимости изменения фрактальной размерности траектории трещин в процессе деформации горных пород.

≻ Разработана модель и процедура определения дилатансии при сдвиге горных пород по трещине, основанные на количественной оценке извилистости и шероховатости природных трещин.

▶ Введен новый показатель – фрактальный коэффициент формы, характеризующий концентрацию напряжений на контуре горной выработки.

➢ Обоснована вероятностная модель вывалообразования, отличающаяся представлением подземной выработки как фрактального объекта.

Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций работы обеспечивается: представительным объемом данных, полученных в ходе лабораторных экспериментов и компьютерного моделирования, на основе которых сформулированы основные выводы по работе; удовлетворительным (в пределах естественной вариации) сходимостью аналитических и экспериментальных результатов прогноза устойчивости горных пород; соответствием полученных рекомендаций фундаментальным положениям геомеханики и физики разрушения горных пород.

**Практическая значимость работы** заключается в разработке методов и компьютерных программ фрактального анализа трещинной структуры горных пород и формирования напряжено-деформированного состояния породного массива, обеспечивающих достоверность и надежность прогноза устойчивости пород в подземных выработках.

**Личный вклад автора** состоит в непосредственном участии в лабораторных исследованиях свойств горных пород и фрактальных характеристик трещинной структуры, в разработке и реализации компьютерных моделей трещиноватого породного массива и метода конечных элементов, в анализе результатов и получении основных выводов и рекомендаций работы.

Апробация результатов исследования. Основные результаты работы докладывались и обсуждались: на X Всероссийской молодежной научно-практической конференция «Проблемы недропользования» - г. Екатеринбург, ИГД УрО РАН, 2016 г.; V Международной научно-технической конференции «Инновационные геотехнологии при разработке рудных и нерудных

месторождений» - г. Екатеринбург, УГГУ, 2016 г.; VI Международной научно-технической конференции «Инновационные геотехнологии при разработке рудных и нерудных месторождений» - г. Екатеринбург, УГГУ, 2017 г.; XII Все-российской молодежной научно-практической конференция «Проблемы недропользования» - г. Екатеринбург, ИГД УрО РАН, 2018 г.; на V Международной конференции: «Проектирование, строительство и эксплуатация комплексов подземных сооружений», - г. Екатеринбург, 2016 г.; на ежегодных молодежных научно-практических конференциях Уральского государственного горного университета – Екатеринбург (2013-2017 гг.).

Реализация результатов работы. Методика прогнозирования устойчивости трещиноватых массивов в подземных выработках, включающая результаты исследования свойств и состояния горных пород Юбилейного и Североуральских месторождений, методы и компьютерные программы имитационного моделирования условий устойчивости переданы для использования в организации: Институт горного дела УрО РАН, ОАО «Уралгипротранс», ООО «Научно-производственное объединение УГГУ».

Теоретические результаты анализа свойств и трещинной структуры горных пород, компьютерные модели используются при чтении лекций, курсовом и дипломном проектировании по дисциплинам «Геомеханика», «Моделирование физических процессов в горном деле», «Физика горных пород», «Механика подземных сооружений».

**Публикации.** Основные положения диссертации опубликованы в 15 научных работах. Из них 8 статьи в ведущих рецензируемых научных изданиях.

Объем и структура работы. Объем диссертации составляет 194 страницы машинописного текста, включая 86 рисунков, и 13 таблиц. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников из 163 наименований и приложения.

В *главе 1* на основе анализа условий и методов прогноза устойчивости горных пород в подземных выработках поставлена цель и обоснованы задачи исследований.

*Глава 2* посвящена исследованию трещинной структуры и свойств горных пород Урала и их массивов с фрактальных позиций.

В *главе 3* описывается процедура разработки, реализации и анализа результатов статистических моделей трещиноватых породных массивов.

*Глава 4* содержит результаты исследования НДС методом конечных элементов на основе представления породного массива как трещиноватой среды с разным типом ее структуры.

*Глава 5* посвящена прогнозу устойчивости горных выработок на основе расчета по схемам с заданной нагрузкой и заданной деформацией.

7

Автор выражает благодарность научному руководителю, Латышеву Олегу Георгиевичу, за помощь и поддержку при выполнении данной работы, а также коллективу кафедры шахтного строительства Уральского государственного горного университета.

# 1. АНАЛИЗ УСЛОВИЙ И МЕТОДОВ ПРОГНОЗА УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКЕ

#### 1.1. Рекомендации нормативных документов (СП, СНиП)

При проектировании строительства и эксплуатации подземных сооружений важнейшую роль играет оценка устойчивости горных пород, и расчет прочных размеров крепи, которые опираются на совокупность различных нормативных документов – «Сводов правил (СП)», «Строительных норм и правил (СНиП)» [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. При различии методик и расчетных формул все они опираются на оценку соотношения прочности породного массива и его напряженно-деформированного состояния (НДС).

В соответствии с положениями СП 91.13330.2012 Подземные горные выработки (актуализированная редакция СНиП II-94-80) [6] величина горного давления определяется весом вышележащих пород  $\gamma H_p$ , где расчетная глубина заложения выработки:

$$H_{\rm p} = K \cdot H, \tag{1.1.1}$$

Здесь поправочный коэффициент K принимает лишь два значения: K = 1,0 - для«обычных» условий и K = 1,5 - для районов, подверженных движениям земной коры, и в зонах тектонических нарушений. Ясно, что в таком контексте K = 1,5 - есть некоторый коэффициент запаса, отражающий степень нашего незнания реального напряжения в массиве.

В СП 91.13330.2012 (актуализированной редакции СНиП) предлагается номограмма для определения расчетной глубины, где входными параметрами являются коэффициент бокового давления  $\lambda_{\phi}$  и некоторый обобщенный реологический параметр  $\chi/\beta$ . Причем величина последнего параметра жестко привязана к прочности пород. Однако теория и практика свидетельствуют о том, что реологические характеристики пород не определяются их прочностью. Кроме того, предполагается, что коэффициент бокового давления  $\lambda_{\phi}$  известен. Но его можно определить только натурными испытаниями. И если они в данном массиве проведены, то вообще отпадает необходимость определения расчетной глубины. По-видимому, осознавая это, авторы рекомендаций указывают, что данный вопрос нуждается в дополнительных исследованиях для конкретных горно-геологических условий.

Расчетное сопротивление пород сжатию рекомендуется оценивать по формуле:

$$R_{\rm c} = K_{\rm c} \,\sigma_{\rm cm}, \tag{1.1.2}$$

где  $\sigma_{cm}$  – среднее значение прочности пород при сжатии, установленное экспериментально по результатам испытания образцов;  $K_c$  – коэффициент, учитывающий дополнительную нарушенность породного массива поверхностями без сцепления либо с малой связностью (зеркала скольжения, трещины, глинистые прослои и др.).

Из самой сути расчетов по СП «Подземные горные выработки» [6] следует, что  $R_c$  – есть прочность при сжатии породного массива, окружающего горную выработку, а  $K_c$  - коэффициент снижения прочности массива по сравнению с образцом. Обычно его называют «коэффициентом структурного ослабления» массива. Его значения рекомендуется определять по таблице 1.1.1.

Среднее расстояние между поверхностями ослабления пород, м	Kc
более 1,5	0,9
1,5 - 1,0	0,8
1,0-0,5	0,6
1,5 - 0,1	0,4
менее 0,1	0,2

Таблица 1.1.1 – Коэффициент структурного ослабления

Однако по общему признанию [8] оценивать коэффициент структурного ослабления только на основе учета трещиноватости массива явно недостаточно. Действительно, исследования данного вопроса [9] показывают, что различие в прочности пород в образце и породном массиве определяется не только модулем трещиноватости массива, но и геометрией трещин, степенью и качеством их заполнения, масштабным эффектом, влажностью пород и др.

Основой расчета крепи выработок является критерий устойчивости горных пород, который определяется по формуле:

$$C = \frac{K_{\rm r} K_{\rm c6} K_{\rm u} K_{\rm t} H_{\rm p}}{26,3 + K_{\rm a} R_{\rm c} (5,25 - 0,0056 K_{\rm a} R_{\rm c})}.$$
(1.1.3)

Входящие в выражение критерия показатели имеют следующий смысл:

 $K_{\rm r}$  – коэффициент, учитывающий взвешивающее действие воды;  $K_{\rm c6}$  – коэффициент воздействия на данную выработку других выработок: для протяженных участков  $K_{\rm c6} = 1,0$ ; для сопряжений  $K_{\rm c6} = 1,5$ ;  $K_{\rm u}$  – коэффициент воздействия на выработку очистных работ: для участков, не испытывающих таких воздействий,  $K_{\rm u} = 1,0$ ;  $K_t$  – коэффициент влияния времени эксплуатации выработки;  $K_{\alpha}$  – коэффициент влияния угла залегания (угла падения) пород.

Само обилие таких корректирующих коэффициентов свидетельствует о недостаточно теоретической базе расчета устойчивости. Кроме того, неясность методики определения этих коэффициентов и нередко произвольное назначение их величины приводит к субъективности оценки устойчивости подземных выработок.

Категория устойчивости в соответствии с величиной критерия *C* определяется по таблице 1.1.2. В зависимости от величины критерия устойчивости *C* рекомендуется оценивать давление на крепь.

Категория устойчивости	Оценка состояния устойчивости	Критерий устойчивости С
Ι	Устойчивое	до 3
II	Среднеустойчивое	3-6
III	Неустойчивое	6 - 10
IV	Очень неустойчивое	свыше 10

Таблица 1.1.2 – Категории устойчивости горных пород

Другим подходом к решению вопроса устойчивости являются рекомендации нормативного документа по метрополитенам [10]. Здесь в качестве основной прочностной характеристики горных пород (грунтов) принимается коэффициент крепости в виде:

$$f = 0,1 \,\sigma_{\rm cw} \,\alpha \,k_1 k_2 k_3. \tag{1.1.4}$$

Совокупность поправочных коэффициентов (α k<sub>1</sub>k<sub>2</sub>k<sub>3</sub>) призвана учитывать все реальные горно-геологические условия. Так, коэффициент трещиноватости массива α предлагается определять по таблице 1.1.3.

Недостатки столь формального подхода очевидны. Во-первых, в табл. 1.1.3 регламентируются значения α только для пород с прочностью σ<sub>cж</sub> < 100 МПа, тогда как прочность пород может достигать величин 200, 300 и более МПа. Вызывает сомнение и разница в темпах снижения прочности (по столбцам таблица 1.1.3).

Таблица 1.1.3 – Коэффициенты учета трещиноватости при пределе прочности грунта «в куске»

Категория скального массива по	Значения коэффициента α при σ <sub>сж</sub> , МПа				
трещиноватости	10	20	40	80	100
I. Практически не трещиноватые	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0
II. Мало трещиноватые	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8
III. Средне трещиноватые	1,2	0,9	0,7	0,6	0,5
IV. Сильно трещиноватые	0,9	0,7	0,5	0,4	0,3
V. Раздробленные	0,7	0,4	0,3	0,2	0,1

Главным критерием выделения категорий грунтов по трещиноватости принята величина трещинной пустотности (таблица 1.1.4). Однако прочность и устойчивость пород определяются не столько шириной зияния трещин, сколько степенью и качеством их заполнения, шероховатостью и извилистостью их поверхности и пр. Осознают, по-видимому, это и сами составители документа, поскольку сопровождают таблицу множеством примечаний.

Обводненность пород в формуле (1.1.4) предполагается учитывать коэффициентом  $k_1 = 0,8$ . Такое жесткое регламентирование  $k_1$  противоречит теории и опыту исследований влияния увлажнения на свойства горных пород [9, 11, 12]. Существуют породы, которые

совершенно не реагируют на увлажнение  $(k_1 = 1)$ ; известны и очень прочные породы, которые полностью диспергируют (разрушаются) при контакте с водой  $(k_1 = 0)$ .

	Категория скального массива по густоте трещин, м			
прещинная пустотность, 70	более 1,0	1,0-0,3	0,3 – 0,1	менее 0,1
Малая (менее 0,3)	Ι	II	III	IV
Средняя (0,3 - 1)	II	III	IV	V
Большая (1 – 3)	III	IV	V	V
Очень большая (более 3)	IV	V	V	V

Таблица 1.1.4 – Категории грунтов по трещиноватости

Коэффициенты  $k_2 = 0,9$  и  $k_3 = 1,2$  учитывают соответственно крутое падение трещин и проходку выработок без применения буровзрывных работ. Опять же столь жестко закрепленные величины коэффициентов не учитывают реальное (плавное) изменение прочности и устойчивости пород при последовательном изменении угла наклона трещин и неровностей контура выработки.

В соответствии с методикой, утвержденной в Минтрансстрое СССР (1991 г) [13], прочность массива следует оценивать с учетом ответственности прогноза, размеров области влияния выработки, сопротивления сдвижению блоков по трещинам отдельности и другими факторами, которые также определяются с помощью достаточно субъективно назначаемых поправочных коэффициентов. В зависимости от вычисленной прочности массива предлагается оценивать категорию устойчивости породного массива и допустимое время обнажения пород.

Анализ нормативных документов позволяет сделать следующие выводы. Прежде всего, следует констатировать отсутствие единых расчетных методов, регламентирующего оценку устойчивости горных пород, нагрузку на подземные сооружения и расчет крепи. Приводимые рекомендации зачастую противоречивы, поскольку опираются на различные теории и гипотезы формирования горного давления и, соответственно, исходят их самых различных начальных условий.

Основным руководящим принципом нормативных документов является описание всех используемых в расчетах случайных показателей совокупностью детерминированных коэффициентов запаса *k<sub>i</sub>*, учитывающих реальные горно-геологические условия. В итоге, общий коэффициент запаса определится выражением:

$$n = \frac{R}{N} \sum_{i=1}^{p} k_i, \qquad (1.1.5)$$

где *R* – несущая способность сооружения; *N* – нагрузка на сооружение.

Количество и значения частных коэффициентов запаса  $k_i$  для подземных сооружений существенно различны в разных нормативных документах [4, 6, 10, 14, 15]. Это обусловлено, повидимому, различием предпочтений составителей документов, влекущим за собой субъективность предлагаемых рекомендаций.

Коэффициенты надежности учитывают естественную вариацию измеренных показателей путем введения понятий «нормативных» *X*<sub>н</sub> и «расчетных» *X*<sub>р</sub> характеристик. При этом

$$X_{\rm p} = X_{\rm H}/\gamma_g, \tag{1.1.6}$$

где  $\gamma_g$  – коэффициент надежности, определяемый по величине доверительного интервала как  $\gamma_g$  = 1/(1 ±  $\rho_{\alpha}$ ). Доверительный интервал определяется известным соотношением [16]:

$$\rho_{\alpha} = \frac{t(\alpha, k) \ \upsilon}{\sqrt{n}},\tag{1.1.7}$$

где  $t(\alpha, k)$  – коэффициент Стьюдента, определяемый принятым уровнем значимости  $\alpha$  и числом степеней свободы k = n - 1; n – число измерений; v – коэффициент вариации.

В Сводах правил [14, 15] рекомендуется принимать  $\alpha = 0,05$  – при расчетах несущей способности,  $\alpha = 0,15$  – при расчетах по деформации,  $\alpha = 0,01$  – при оценке устойчивости особо ответственных сооружений. Данная оценка доверительного интервала (1.1.7) справедлива при нормальном распределении данных. Но, как известно, некоторые используемые в расчетах показатели могут иметь распределение, отличное от нормального. На этот счет в [16] имеется единственная рекомендация – при  $\upsilon > 0,4$  следует принимать логарифмически нормальное распределение. Однако опыт показывает [9], что многие показатели (например, прочность горных пород) и при коэффициенте вариации более 40 % сохраняют нормальное распределение, а повышенный разброс данных может быть обусловлен значительной неоднородностью состава и строения пород. С другой стороны, такие показатели как скорость упругих волн, пористость и др. даже при  $\upsilon < 0,4$  имеют логарифмически нормальное распределение.

Помимо расчетных методов в существующих нормативных документах приводятся специальные методики по оценке устойчивости породных массивов, основанные на качественных признаках или экспертных оценках. Простейшие из них опираются на чисто качественное инженерно-геологическое описание массива (СП 11-105-97). Другие, наряду с качественным описанием вмещающих пород, используют некоторые количественные оценки: коэффициент крепости, прочность пород при сжатии, отношение действующих напряжений и прочности пород с введением различного рода поправочных коэффициентов. В зарубежной практике широко используется система *RMR* 3. Бенявского [17], сопоставляющая различным признакам (прочность пород при сжатии, выход керна, расстояние между трещинами, наличие подземных вод и др.) соответствующее число баллов, сумма которых определяет категорию устойчивости массива.

Таким образом, рекомендации нормативных документов носят весьма неопределенный характер, что определяется отсутствием данных по конкретным инженерно-геологическим условиям строительства. В частности, это в значительной мере относится к назначению коэффициента концентрации напряжений на контуре подземной выработки. Однако при всех недостатках СП в практике проектирования руководствуются именно этими нормативными документами. Поэтому при любом другом подходе к проектированию следует сравнивать результаты с данными практики, т. е. типовой схемой расчета.

### 1.2. Прочность горных пород и породных массивов

Обобщенное условие устойчивости состоит в сопоставлении действующих напряжений на контуре горной выработки и прочности вмещающих пород. Под прочностью понимают некоторую функцию главных компонентов напряжений  $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , определяющую разрушение тела. Несмотря на многочисленные исследования в данном направлении [8, 9, 18, 19, 20, 21 и др.] единой работоспособной теории прочности до настоящего времени не создано. В практике проектирования преобладает феноменологический подход, заключающийся в экспериментальном определении условий разрушения тела. Эти условия выражаются в технических критериях прочности: критерий наибольших нормальных напряжений (Галилей); наибольших (Мариотт); наибольших удлинений касательных напряжений (Кулон); энергетический критерий. Каждый из этих критериев может использоваться для конкретных условий нагружения и состояния горных пород.

Обобщением такого феноменологического подхода является теория прочности Кулона – Мора. Она описывает сочетание предельных касательных и нормальных напряжений, обусловливающих разрушений тела. Применительно к горным породам ее приложения развиваются в работах [9, 22, 23, 24 и др.].

Теория Кулона основывается на предположении о том, что прочность тела на сдвиг по данной площадке равна сумме величины сцепления τ<sub>c</sub> и нормального напряжения σ с учетом угла внутреннего трения φ:

$$\tau = \tau_{\rm c} + \sigma \, \mathrm{tg} \, \phi. \tag{1.2.1}$$

Основное положение теории прочности Мора заключается в том, что разрушение тела обусловлено совместным действием нормальных и касательных напряжений. Эти напряжения взаимосвязаны и могут быть рассчитаны методом сложения векторов и представлены с помощью соответствующих кругов предельных напряжений. Каждому частному значению напряженного состояния соответствует свой круг напряжений. Таким образом, можно построить целое семейство кругов напряжений, построенных для различных случаев предельного напряженного

состояния горной породы. Кривая, огибающая круги предельных напряжений, называется огибающей Мора, или паспортом прочности. Эта огибающая представляет собой совокупность точек, характеризующих предельное напряженное состояние породы.

Феноменологические теории прочности оказываются весьма полезными для инженерных расчетов и широко используются при проектировании. Однако они никак не рассматривают физику процессов разрушения тел. Теоретический расчет прочности, основанный на определении необходимых для разрыва тела напряжений в некотором сечении *S*, содержащем *N* частиц, связанных силой взаимодействия  $f_0$ , дает величину  $\sigma_{p(0)} = f_0 \cdot N / S$ . При таком расчете становится очевидным, что теоретическая прочность, как правило, на несколько порядков выше необходимых напряжений для разрушения тела.

Впервые это противоречие для хрупких материалов (стекла) разрешил А. А. Гриффитс [25]. Опираясь на теоретические исследования Г. В. Колосова, определившего закономерности концентрации напряжений в окрестности трещины, Гриффитс сформулировал стройную теорию хрупкого разрушения тел. В соответствии с этой теорией разрушение тела определяется ростом единственной «магистральной» трещины. За счет концентрации напряжений в ее устье для развития трещины требуется энергия, значительно меньшая, чем для разрушения идеально бездефектного тела.

Условие роста трещины (критерий Гриффитса):

$$G_{\rm T} = R, \tag{1.2.2}$$

где G<sub>т</sub> - скорость освобождения упругой энергии A<sub>E</sub> по мере роста трещины полудлиной L:

$$G_T = \frac{dA_E}{dL} = \frac{2\pi L \cdot \sigma^2}{E}$$
(1.2.3)

называется *трещинодвижущей силой*. Ее размерность (Н/м) соответствует силе, отнесенной к единице длины трещины. Эта энергия расходуется на совершение работы по росту трещины. Изменение этой энергии с ростом длины трещины называется *сопротивлением росту трещины*:

$$R = \frac{dA_s}{dL} = 4e_s. \tag{1.2.4}$$

Здесь *e<sub>s</sub>* – удельная поверхностная энергия тела. В итоге критерий Гриффитса запишется в виде:

$$\frac{2\pi L \cdot \sigma^2}{E} = 4e_s. \tag{1.2.5}$$

Данное уравнение описывает взаимосвязь между напряжением  $\sigma$  и критической длиной трещины  $L_{\rm kp}$ , которая способна расти при данном напряжении. Несмотря на то, что напряжения концентрируются на каждой из множества трещин в реальном теле, разрушение начинается с роста единственной «критической» трещины. Длина критической трещины (из уравнения 1.2.5):

$$2L_{\kappa p} = \frac{4E \cdot e_s}{\pi \sigma^2}.$$
(1.2.6)

Из этой формулы следует, что для поддержания критической длины трещины напряжения в теле можно снижать. Фактически это означает, что внешняя нагрузка уже не нужна. Для завершения процесса разрушения достаточно уже той упругой энергии, которая была запасена в теле к моменту достижения трещиной критической длины. Таким образом, теория Гриффитса объясняет катастрофический характер хрупкого разрушения, огромные ускорения при развитии трещины, невозможность остановить процесс роста трещины, если он уже прошел критическую точку.

Разрушающее напряжение (прочность при растяжении) в соответствии с критерием Гриффитса определится по формуле:

$$\sigma_{p} = \sqrt{\frac{2E \cdot e_{s}}{\pi L_{\kappa p}}}.$$
(1.2.7)

Данная формула, как и все предыдущие выкладки, справедлива для плоского напряженного состояния тела. В условиях плоской деформации следует учитывать ее поперечную составляющую, т. е. коэффициент Пуассона v. тогда предыдущая формула примет вид:

$$\sigma_{p} = \sqrt{\frac{2E \cdot e_{s}}{\pi (1 - v^{2}) L_{\kappa p}}}.$$
(1.2.8)

При рассмотрении реальной упруго-пластичной горной породы критерий Гриффитса, основанный на линейной механике хрупкого разрушения, не учитывает пластическую составляющую деформации. В этом случае следует использовать критерии нелинейной механики, что существенной усложняет задачу, часто делая ее неразрешимой. В этой связи для возможности использования инструментов теории упругости вводят различные дополнительные условия.

Один из таких подходов реализован в модели Дагдейла [26, 27]. Здесь рассматривается модель трещины с тонкой пластической зоной перед ее вершиной на линии продолжения трещины. Предполагается, что в устье трещины, где ширина ее раскрытия меньше некоторого б, к ее берегам приложены дополнительные напряжения  $\sigma_0$ . Эти напряжения компенсируют увеличение прочности тела за счет развития зоны пластической деформации. Решение данной модели в чисто упругой постановке дает формулу критерия прочности:

$$[\sigma] = \sqrt{\frac{E\sigma_0\delta}{\pi L_{_{kp}}}}.$$
(1.2.9)

Принимается, что величина критического раскрытия трещины б является константой материала, которая определяется в эксперименте. Критерий (1.2.9) совпадает с формулой

Гриффитса при  $\sigma_0 \delta = G_T = 2e_S$ . Вычисления показывают, что заметное действие такой модели начинается с напряжений [ $\sigma$ ]  $\approx \sigma_0$ .

Таким образом, данная теория позволяет определить прочность как функцию длины критической трещины в теле. Однако теория дает точные результаты при разрушении очень хрупких тел типа стекла, на котором и экспериментировал А. Гриффитс. Кроме того, показатель *e*<sub>s</sub>, принимаемый А. Гриффитсом за константу материала, таковым фактически не является. Все большее число экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что на величину *e*<sub>s</sub> существенно влияют характер и скорость нагружения тел, окружающая среда и пр. [9, 28, 29, 30].

Учет этих факторов существенно меняет саму постановку задачи разработки теории прочности. Действительно, в этом случае внешней нагрузке сопротивляется уже не статичный ансамбль связанных атомов, а некоторая динамическая система, находящаяся в колебательном движении.

Систематические исследования такой динамической системы были начаты в 1952 г.С.Н. Журковым [31, 32, 33, 34]. Опытами на растяжение твердых тел самой различной структуры (моно- и поликристаллы, полимеры, композитные материалы) было установлено уравнение долговечности тел в зависимости от действующего напряжения и температуры:

$$t_{\vartheta} = t_{\theta} \cdot \exp\left[\frac{U(\sigma)}{kT}\right], \qquad (1.2.10)$$

где *k* – постоянная Больцмана; *T* – абсолютная температура.

Установлено [28], что среднее время  $t_{\phi n}$  между двумя одинаковыми последовательными флуктуациями тепловой энергии величиной  $E_{\phi n}$ , появляющимися на данном атоме, описывается выражением:

$$t_{\phi a} = t_a \cdot \exp\left[\frac{E_{\phi a}}{kT}\right],\tag{1.2.11}$$

где  $t_a = t_0 = 10^{-13}$ с – средний период собственных колебаний атомов.

Очевидным является сходство приведенных выражений. Формулы (1.2.10) и (1.2.11) совпадают в случае  $U(\sigma) = E_{\phi n}$ , а это равенство показывает, что ответственными за разрушение Поэтому являются флуктуации энергии. данную теорию часто тела называют термофлуктуационной. Энергия тепловых флуктуаций тратится на рассоединение атомов в нагруженных твердых телах, что и составляет сущность разрушения. Величина  $U(\sigma)$  может быть названа энергией активации процесса разрушения, т. е. энергией, необходимой для отрыва атомов из узла кристаллической решетки (потенциальный барьер). Структура данной функции следующая:

$$U(\sigma) = U_0 - \gamma \sigma, \qquad (1.2.12)$$

где  $U_0$  – начальная энергия активации при отсутствии напряжений ( $\sigma = 0$ ).

Данное выражение показывает, что с увеличением напряжений энергия активации и, следовательно, и долговечность тела уменьшаются. Внешняя сила ( $\sigma$ ) напрягает связи между атомами и играет роль «вентиля», облегчая и направляя разрушающее действие тепловых флуктуаций. В отсутствие  $\sigma$  процессы ухода атомов из узла решетки за счет прихода  $E_{\phi n}$  уравновешиваются обратным приходом атомов из межузлия, т. е. данный процесс имеет ненаправленный характер. Член  $\gamma \sigma$  выражает ту работу, которую в разрушении тела выполняет внешняя сила (остальную часть работы, т. е.  $U_0$  -  $\gamma \sigma$ , выполняют тепловые флуктуации).

Таким образом, приложение к горной породе внешней нагрузки вызывает напряжение межатомных связей. При этом, за счет неоднородности строения реальных пород внешняя нагрузка распределяется неравномерно по связям – возникают локальные перенапряжения. В этих местах энергия активации распада межатомных связей понижается особенно сильно. Именно в этих местах наиболее интенсивно идут процессы термофлуктуационного разрыва напряженных связей. Здесь формируются очаги разрушения, развитие которых и заканчивается распадом тела на части [9].

Разрушение горной породы (с позиций любой теории прочности) определяется действующими в ней напряжениями. Но в силу неоднородного строения пород локальные очаги концентрации напряжений распределены в ее объеме случайным образом. Поэтому прочность и разрушение горных пород необходимо рассматривать со статистических позиций. Такой подход оправдан и для большинства других, используемых человеком, материалов [9, 32, 35].

Для оценки разрушаемости и, следовательно, устойчивости горных пород в выработке в настоящее время не существует работоспособных методов расчета. Поэтому механические свойства горных пород определяются, как правило, на образцах в лабораторных условиях. Разработке методических основ лабораторного исследования свойств горных пород посвящено большое количество статей и монографий [36, 37, 38, 39]. Однако общепризнано, что свойства горных пород в образце существенно отличаются от свойств породных массивов [9, 11]. Это обусловлено влиянием физических полей, масштабным эффектом, трещиноватостью и блочным строением массива.

Многочисленные исследования [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46 и др.] посвящены оценке влияния горного давления на свойства породного массива. Их анализ свидетельствует о многообразии методик и различии в полученных результатах. Сложность вопроса и неоднозначность полученных зависимостей для различных пород не позволяют считать вопрос решенным.

Учет влияния различной степени увлажнения горных пород на их свойства отражен во многих работах [47, 9, 48, 11 и др.], учитывающих трещиноватость пород, агрессивность и динамику действия воды. Анализ таких публикаций свидетельствует о том, что общих оценок

18

для различных пород и условий установить не удается. Вопрос нуждается в дополнительных исследованиях.

Масштабный эффект значимо проявляется при проектировании процессов, охватывающих большие объемы пород. Анализ многочисленных исследований по данному вопросу [42, 37, 48, 50 и др.] показывает следующее. В классическом понимании масштабный эффект состоит в снижении прочности тел при увеличении их объема. Зависимость носит ярко выраженный нелинейный характер и имеет вероятностную природу.

С позиций статистической концепции прочность не является константой материала. Поэтому предлагается оценивать не пороговое значение напряжения, а вероятность разрушения тела при данной величине нагрузки. Так, В. Вейбулл [51] предложил оценивать вероятность разрушения тела при одноосном растяжении следующим выражением:

$$P(\sigma) = 1 - \exp\left[-V(\sigma - \sigma_{\Pi})^{m} \sigma_{0}^{m}\right], \qquad (1.2.13)$$

где V – безразмерная величина, зависящая от объема разрушаемого тела;  $\sigma_{n}$  – экспериментальная константа, имеющая размерность напряжения;  $\sigma_{0}$  – пороговый уровень напряжения, ниже которого вероятность разрушения равна нулю; т – константа, характеризующая плотность дефектов (трещин).

Проявления масштабного эффекта зависят от вида напряженного состояния при испытаниях образцов. Учитывая это, В. Вейбулл получил уравнение прочности для растяжения, изгиба и кручения:

$$\sigma(V) = \sigma_0 I_m L V^{-1/m}, \qquad (1.2.14)$$

где *I<sub>m</sub>* – константа для данного напряженного состояния; *L* – нормирующий коэффициент.

Многочисленные исследования, выполненные в данном направлении, позволили получить уравнения вероятности разрушения для других видов напряжения (срез, сжатие и пр.) и в сложном напряженном состоянии. Общим для всех предлагаемых уравнений является учет степени нарушенности (трещиноватости) горных пород с использованием вероятностных законов распределения трещин.

Таким образом, в свете современных теорий прочности, ответственной за процесс разрушения является трещинная структура горных пород. Поэтому для оценки устойчивости и разрушаемости пород следует изучать закономерности развития трещин в горных породах и породных массивах. Степень нарушенности массива трещинами обычно оценивается модулями объемной или линейной трещиноватости [46]. В рекомендациях нормативных документов (СП) обычно используется среднее расстояние между трещинами, разделяющими массив на отдельные блоки.

Суммарное влияние различных факторов на прочность массива обычно оценивается коэффициентом структурного ослабления как отношения прочности породного массива и

прочности пород в образце  $k_{crp} = \sigma_M / \sigma_{ofp}$ . Его величина оценивается с помощью исследований в лабораторных и натурных условиях, а также на различных моделях. В работе Ю. П. Шуплецова [52] дается всесторонний анализ различных подходов и методик оценки коэффициента структурного ослабления. Их можно сгруппировать следующим образом.

В простейшем случае дается качественное или количественное описание систем трещин в породном массиве, выделяются соответствующие классы трещиноватости, которым сопоставляется рекомендуемая величина  $k_{cтp}$ . Более точные результаты дают эмпирические зависимости  $k_{cтp}$  от модуля трещиноватости  $K_{T}$ . Наиболее известная из них формула Сакураи:

$$k_{\rm ctp} = 0.15 + 0.85/(0.15K_{\rm T} + 1). \tag{1.2.15}$$

Различные авторы вводят в подобное уравнение другие факторы: коэффициент вариации прочности (А. Н. Шашенко); угол наклона трещин (В. И. Борщ-Копанеец); размеры структурного блока (Ю. М. Карташев) и т. п. В работе [52] приведены расчеты  $k_{crp}$  по наиболее известным формулам для различных значений коэффициента линейной трещиноватости  $K_{T}$ . Эти данные нами представлены в виде графиков на рисунке 1.2.1.



Рисунок 1.2.1 – Зависимости коэффициента структурного ослабления массива от его трещиноватости (по данным разных авторов)

Здесь наглядно показана существенная неоднозначность методик определения коэффициента структурного ослабления породного массива. Поэтому вопрос его оценки остается по-прежнему актуальным.

Общепризнано, что прочностные и деформационные характеристики массива определяются особенностями его трещинной структуры. Трещина представляет собой разрыв сплошности или поверхность раздела элементов массива. По классификации В. Витке [53] трещины разделяются по следующим признакам: закрытые и не полностью закрытые; шероховатые и гладкие; сплошные и прерываемые целиками; с заполнителем и без заполнителя.

Р. Гудман [54] к поверхностям ослабления, кроме трещин, относит прослои перетертых и раздробленных пород, образованных в результате межпластового скольжения или небольших сбросов в складчатых породных массивах.

Методам изучения и анализа трещиноватости породных массивов посвящено большое число работ [18, 55, 56, 57, 58 и др.]. Условно все такие методы можно разделить на прямые и косвенные [9]. Прямые методы предусматривают непосредственный доступ к обнажениям пород в горных выработках или разведочных скважинах. Косвенные методы базируются на анализе характеристик производственных процессов и геофизических исследованиях. При обосновании инженерно-геологических условий разработки месторождений наиболее информативными являются акустические методы изучения трещиноватости [46, 59].

Прямые методы заключаются в визуальном осмотре обнажений пород в выработках. При этом обычно фиксируются следующие характеристики: модули трещиноватости (число трещин на один квадратный или погонный метр); азимут трещин; расстояние между трещинами одного порядка; ширина зияния (расстояние между берегами трещины); степень и качество заполнения трещин и т. п.

Геометрию трещин рекомендуется определять следующим образом [60]. К линии простирания трещины (при возможности - к ее вершинам) прикладывается мерная рейка, и устанавливаются расстояния по рейке между соседними замерами  $l_i$ . В этих точках измеряется отклонение по нормали от рейки до поверхности трещины  $h_i$ . Вычисляется угол наклона трещины к базе: tg  $m_i = (h_i - h_{i-1})/l_i$ . Другие методики [61] вводят понятие коэффициента кривизны трещины как усредненное отношение отклонений трещины от линии ее простирания к выделенным участкам ее траектории в предположении крглоцилиндрической форме трещин.

Однако реальная геометрия трещин не может быть описана ни одной из алгебраических функций. Установлено [62], что как отдельная трещина, так и трещинная структура пород в целом является фрактальным объектом.

#### 1.3. Фрактальная геометрия трещинной структуры горных пород

В соответствии с определением Б. Мандельброта [63], сформулировавшего основные положения фрактальной геометрии как самостоятельной области математики, фракталы обладают свойствами: самоподобия, т. е. инвариантности к масштабным преобразованиям. Фрактальные кривые бесконечно изломаны и, соответственно, нигде не дифференцируемы. Соотношение между линейным размером и массой фрактала выражается степенной функцией, называемой *скейлингом*. В каждом конкретном случае под массой фрактала может выступать любая мера: длина, площадь, объем, число событий и т. д.

В настоящее время с фрактальных позиций рассматривается множество объектов [64, 65, 66]: линии побережий; рельеф местности; очертания облаков; турбулентные потоки; организации живых систем; молекулы вещества; динамические системы с хаотическим поведением; частоту слов в текстах и др. Применительно к существу данных исследований к фрактальным объектам относятся [67]: траектории и поверхности трещин; трещинная структура горных пород и массивов в целом; контуры и поверхность подземных выработок.

В основе фрактальной геометрии лежит закон Ричардсона, который установил степенную зависимость длины линии *L* (побережья островов Британии) от шага измерения δ:

$$L(\delta) = \alpha \, \delta^{\beta}, \tag{1.3.1}$$

где α - некоторая константа; β - отрицательный показатель степени.

Рассмотрим применение данного закона к линейным объектам (траектории трещин, контурам выработки и др.). Прологарифмировав выражение (1.3.1), получим:

$$\log L = \beta \log \delta + \log \alpha, \tag{1.3.2}$$

где log  $\alpha$  = const.

Пренебрегая константой, можно констатировать, что  $\log L \sim \beta \cdot \log \delta$ . Величина:

$$\beta = 1 - d_f, \tag{1.3.3}$$

где *d*<sub>f</sub> – фрактальная размерность линии (трещины).

Поскольку в уравнении (1.3.1) β < 0, то фрактальная размерность *d<sub>f</sub>* в уравнении (1.3.3) строго больше топологической размерности *d* трещины.

Таким образом, фрактальная размерность отражает реальную геометрию объектов и характеризует степень их изломанности [68]. Так, длина фрактальной кривой зависит от шага измерений б и определяется выражением:  $L(\delta) = a \, \delta^{(1-df)}$ , где a – принятая мера длины. Тогда, чем больше фрактальная размерность лини, тем больше ее истинная длина. В работе [68] приводятся фрактальные размерности линии границ различных стран. Максимальная величина размерности  $(d_f = 1,52)$  отмечена для Норвегии с характерной изрезанностью ее берегов; минимальная  $(d_f = 1,02)$  – для границы Южной Африки, большая часть которой проходит по пустыне и проведена в виде прямой линии.

Основой определения фрактальной размерности единичной трещины является уравнение (1.3.2). В двойных логарифмических координатах график уравнения представляет собой прямую линию, где β является угловым коэффициентом прямой. Аналогичные рассуждения положены в основу различных методов определения фрактальной размерности поверхностей и объемов.

А. А. Потаповым [69] предложен метод определения фрактальной размерности поверхности применительно к радиолокации местности. В этом контексте им введено понятие *текстуры* поверхности как матрицы пространственных свойств участков изображения с

однородными статистическими характеристиками. Распределение генеральной совокупности признаков текстуры, которое оценивается по выборочным данным, названо *сигнатурой текстуры*.

Определение фрактальной размерности поверхности (размерности Хаусдорфа-Безиковича) *d<sub>f</sub>* основано на зависимости:

$$S(\lambda) = k \,\lambda^{-df},\tag{1.3.4}$$

где *S*(λ) – площадь поверхности объекта; λ – разрешающая способность измерений; *k* – некоторый коэффициент пропорциональности.

Отсюда ln  $S(\lambda) = \ln k - d_f \ln \lambda$  и фрактальная размерность определится как

$$d_f = -\frac{\ln S(\lambda)}{\ln \lambda}.$$
 (1.3.5)

Для реализации данной методики может использоваться метод покрытия. На изображение поверхности с трещинами (фотоснимок) накладывается сетка с изменяющимся размером квадратной ячейки  $\delta_i$ . Для каждого типоразмера сетки определяется количество ячеек  $N_i$ , занятых изображением объекта (кластером). Фрактальная размерность поверхности определяется по углу наклона графика данной зависимости, построенного в двойных логарифмических координатах:

$$d_f = \frac{\ln N}{\ln(1/\delta)} + 1.$$
 (1.3.6)

Для объектов, имеющих правильную геометрическую форму (круг, прямоугольник и т. п.) эта размерность совпадет с топологической размерностью  $d_f = d = 2$ . Для фрактальных поверхностей  $d_f > d = 2$  будет характеризовать сложность и хаотичность объектов.

Фрактальная размерность адекватно характеризует геометрию единичного объекта. Их совокупность, например, распределение трещин в породном массиве, также следует рассматривать с фрактальных позиций. Так, *корреляционная размерность* основана на оценке расстояния между парами дискретного множества трещин N с координатами  $r_1$ ,  $r_2$ , ...,  $r_N$ . Оценкой служит корреляционный интеграл  $C(\varepsilon)$ , численно равный относительному числу пар точек, расстояние между которыми не превышает заданную величину  $\varepsilon$ :

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \to \infty} \sum_{i,j=1; i \neq j}^{N} \chi(\varepsilon - r_i - r_j/), \qquad (1.3.7)$$

где  $\chi$  - функция Хевисайда, принимающая значения  $\chi(x) = 0$  при x < 0 и  $\chi(x) = 1$  при  $x \ge 0$ .

Для фрактального множества

$$\lim_{\varepsilon \to 0} C(\varepsilon) \sim \varepsilon^{d^2}, \tag{1.3.8}$$

где *d*<sub>2</sub> – положительный показатель степени, который называется корреляционной размерностью:

$$d_2 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log C(\varepsilon)}{\log \varepsilon}.$$
 (1.3.9)

Вероятностный характер распределения трещин оценивает *информационная* (или *энтропийная*) размерность *d*<sub>I</sub>. В соответствии с мерой информации, введенной Шенноном [70], I = - log *P*, где *P* – вероятность события. В данном случае можно использовать величину:

$$I_i(S,\varepsilon) = -\log P_i(S,\varepsilon). \tag{1.3.10}$$

Для вычисления среднего количества информации используется формула:

$$I(S, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(S,\varepsilon)} P_i(S,\varepsilon) \cdot \log P_i(S,\varepsilon), \qquad (1.3.11)$$

где  $N(S, \varepsilon)$  – минимальное число сфер (ячеек) радиусом  $\varepsilon$ , покрывающих множество S;  $P_i(S, \varepsilon)$  – вероятность попадания точки в *i*-ую сферу.

$$P_i(S,\varepsilon) = \frac{N(S,\varepsilon)}{N}.$$
(1.3.12)

Информационная размерность определится пределом:

$$d_{I} = \lim \frac{I(S,\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)},$$
(1.3.13)

т. е.  $I(S, \varepsilon) \sim d_i \log \varepsilon$ .

Информационная размерность может служить мерой неоднородности распределения точек на фрактале. В контексте данной работы – неоднородность распределения трещин в массиве.

Таким образом, фрактальные характеристики, как отдельных трещин, так и их совокупности являются объективной оценкой их геометрии. Их определение позволяет прогнозировать поведение горных пород и их массивов в различном напряженном состоянии. Так, в работе [71] показано, что закономерности распределения НДС (формы и размеров областей нарушений) зависит (в том числе) от фрактальных характеристик межблоковых трещин и в целом фрактального строения шахтных полей.

### 1.4. Методы прогноза устойчивости горных пород в выработке

В общем случае устойчивость выработок определяется соотношением напряжений на их контуре и прочности вмещающего массива с учетом реакции крепи. Поэтому действующие напряжения можно рассматривать как нагрузку на крепь. Для ее оценки применяют два принципиально различающихся подхода - расчет по заданной нагрузке и заданной деформации [72, 73]. Метод расчета *по заданной нагрузке* реализован в следующих гипотезах (концепциях).

Гипотеза М. М. Протодьяконова [74] основывается на образовании в кровле горизонтальной выработки свода естественного равновесия. Нагрузка на крепь определяется

весом разрушенных пород в объеме этого свода. Из условия равновесия свода (нулевой суммы моментов сил) определяется его форма, которая описывается уравнением параболы:

$$y = \frac{Px^2}{2T},\tag{1.4.1}$$

где  $P = \gamma H -$ гидростатическое давление; T -горизонтальный распор.

Высота свода естественного равновесия b = a/f, где a – полупролет выработки. Давление на крепь (Q, H/M) определяется выражением:

$$Q = \frac{4}{3}\gamma \frac{a^2}{f}.$$
(1.4.2)

При этом первоначально породы в своде естественного равновесия рассматривались как сыпучая среда. Принималось  $f = tg \phi$ , где  $\phi$  – угол внутреннего трения сыпучего материала. В дальнейшем М. М. Протодьяконов распространил выводы на связные породы, предложив рассматривать показатель f как коэффициент крепости горных пород.

Развитие данного подхода отражено в *гипотезе П. М. Цимбаревича* [75]. Он предположил случай разрушения пород в боках выработок. При этом ширина свода естественного равновесия увеличивается до полупролета  $a_1$ , а высота свода составляет  $b_1 = a_1/f$ . В этом случае вертикальное давление составит:

$$Q = 2a b_1 \gamma. \tag{1.4.3}$$

Боковое давление на крепь обусловлено весом пород в боковой призме сползания и определяется известными расчетами давления грунта на подпорную стенку. Сравнение расчетов по формулам (1.4.2) и (1.4.3) показывает, что за счет разрушения пород в боках выработки величина горного давлении возрастает в среднем на 30 %.

Сравнение расчетных данных (по М. М. Протодьяконову и П. М. Цимбаревичу) и реальных величин нагрузок на крепь свидетельствует об ограниченности применения указанных схем. Поэтому в дальнейшем были предложены другие схемы расчета, опирающиеся на гипотезу сводообразования. К наиболее известным можно отнести следующие.

*Гипотеза В. Д. Слесарева* [76] рассматривает породы в кровле выработки как опертые с двух концов балки, на которые действуют силы собственного веса и реакции со стороны боковых пород. В рамках этой гипотезы В. Д. Слесарев определяет радиус влияния данной выработки:

$$R_{\rm B} = K_{\rm p} h/\gamma \ a, \tag{1.4.4}$$

где *К*<sub>р</sub> – коэффициент разрыхления горных пород; *h* – высота выработки.

Гипотеза Н. М. Покровского [77] рассматривает модель, в соответствии с которой размеры свода определяются условием равновесия при заполнении выработки разрушенной породой. Данная схема расчета дает значительно большие размеры свода по сравнению с размерами, определяемыми выше указанными гипотезами. В последних двух случаях

неопределенной является величина коэффициента разрыхления *K*<sub>p</sub>, которая будет заведомо изменяться как с увеличением расстояния от выработки, так и во времени.

Другой подход (расчет по заданной деформации) основан на рассмотрении горного давления не как внешней нагрузки, а как результат взаимодействия крепи и вмещающих пород. Важно, что при такой схеме величиной горного давления можно управлять, регулируя податливость крепи. Все модификации данной схемы расчета основываются на решении задачи А. Лабасса (Бельгия), основанной на методах механики сплошной среды [78].

Основная идея теории А. Лабасса состоит в следующем. Разрушаясь на контуре выработки, горная порода увеличивается в объеме и перемещается в выработанное пространство. За счет этого давление на контуре выработки падает до нуля, а пик напряжений перемещается вглубь массива, образую зону опорного давления. Со стороны кровли к давлению, создаваемому расширяющейся горной породой, добавляется давление от веса отделившихся от массива кусков. Если крепь достаточно прочная, она останавливает процесс разрушения пород, в результате достигается равновесие. Таким образом, в конечном итоге по теории А. Лабасса нагрузки на крепь зависят от ее податливости.

Теория дает величину вертикального давления в горизонтальной выработке круглой формы:

$$\sigma_z = (1 - \sin \varphi) \gamma H \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2sin\varphi}{l-sin\varphi}},\tag{1.4.5}$$

где *а* – радиус выработки; *b* – радиус области неупругих деформаций (зоны разгрузки).

$$b = a \sqrt{\frac{\pi a^2 (K_p - 1)}{\Delta S + \pi a^2 (K_p - 1)}},$$
(1.4.6)

где Δ*S*, м<sup>2</sup> – задаваемая предельная деформация пород или величина податливости крепи (уменьшения сечения выработки).

Из формулы (1.4.5) следует, что с ростом величины зоны разгрузки *b* давление на крепь уменьшается. А. Лабасс объясняет это тем, что куски породы, образующиеся в этой зоне, самозаклиниваются и создают как бы защитную оболочку, уменьшающую давление на крепь.

Предложенная теория А. Лабасса учитывает совместную работу массива и крепи, что является ее несомненным достоинством. Однако сравнение результатов расчета по данной теории с натурными измерениями выявила ряд ее недостатков. Так, в качестве единственного критерия прочности горных пород принят угол внутреннего трения  $\varphi$ . По сути решаемой задачи, этот угол должен определяться для нарушенных пород в зоне разгрузки, но методика его измерения не определена. Принятый А. Лабассом коэффициент разрыхления  $K_p$  никак не

обоснован. Более того, он не может быть константой, поскольку его величина будет заведомо уменьшаться по мере удаления от выработки вглубь массива.

Метод расчета К. В. Руппенейта [79, 78] развивает схему А. Лабасса. Рассматривая модель массива в виде пластины, ослабленной круговым вырезом, К. В. Руппенейт на основе решения дифференциальных уравнений теории предельного равновесия получил расчетные соотношения для оценки давления на крепь выработки. Для круглой выработки с податливой крепью:

$$P = R_0^{\alpha/2} \left(\frac{1000\alpha}{4GU_0}\right)^{\alpha/2} \left[ (1 - \sin \varphi)(\lambda \gamma H + K_c ctg\varphi) \right]^{(\alpha+2)/2} - K_c tg\varphi,$$
(1.4.7)

где  $R_0$  – радиус выработки;  $\alpha = 2\sin \phi/(1-\sin \phi)$ ; G – модуль сдвига горной породы;  $K_c$  – коэффициент сцепления породы;  $U_0$  – податливость крепи;  $\lambda$  – коэффициент бокового распора.

Для жесткой крепи:

$$P = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} (K_{\sigma}\gamma H + K_{c} ctg\varphi) \cdot e^{-\pi tg\varphi} - K_{c} ctg\varphi, \qquad (1.4.8)$$

где  $K_{\sigma}$  – коэффициент концентрации напряжений на контуре выработки.

Достоинством метода К. В. Руппенейта является учет свойств пород в строго аналитическом решении. Однако принятая схема работы достаточно идеализирована и дает значения давлений, не соответствующие практике [72]. Кроме того, возникает парадоксальная ситуация. Деформации пород возникают сразу после проходки выработки. Но крепь всегда устанавливается с некоторым отставанием от забоя. Тогда все ее деформации уже должны реализоваться, и ни о какой совместной работе крепи и массива говорить не приходится.

Разрешение этого противоречия возможно на основе схемы совместной работы крепи и массива. Для этого производится построение диаграммы смещения законтурного массива и реакции крепи в зависимости от действующей нагрузки и времени стояния выработки без крепи.

Такая диаграмма наглядно показывает закономерности совместной работы породного массива и крепи. Однако для ее практического использования необходимо наполнить диаграмму конкретным (численным) содержанием. Для этого предложены следующие методы.

*Гипотеза Ю. М. Либермана* [80] построена на совместном использовании методов расчета по заданным деформациям и заданным нагрузкам. Смещение контура выработки при совместной работе горных пород и крепи предлагается определять следующим уравнением:

$$U = \alpha \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{\beta_1 \gamma H + \sigma_{cxe}}{\beta_1 + 2} \left[ \frac{2\gamma H - \sigma_{cxe}}{(\beta_2 + 2)p} \right]^{2/\beta_2} r_0, \qquad (1.4.9)$$

где  $r_0$  – радиус выработки;  $\alpha$  – реологический параметр породы;  $\beta_1 = 2\sin \phi_1/(1 - \sin \phi_1)$ ;  $\beta_2 = 2\sin \phi_2/(1 - \sin \phi_2)$ ;  $\phi_1$  и  $\phi_2$  – углы внутреннего трения горной породы ненарушенной и в зоне разгрузки; p – реакция крепи.

Из формулы (1.4.9) следует, что при неограниченном уменьшении величины отпора крепи  $(p \rightarrow 0)$  смещения пород теоретически неограниченны  $(U \rightarrow \infty)$ . Однако в модели Ю. М. Либермана это противоречие снимается следующим образом. При некотором пороговом значении смещения пород  $U_{\rm kp}$  происходит разрушение и отрыв части массива с образованием свода обрушения, который имеет вертикальные плоскости ограничения. При этом на крепь будет давить вес пород в объеме свода шириной, равной ширине выработки, и высотой от кровли выработки до границы зоны обрушения.

Гипотеза Ю. М. Либермана учитывает реологию массива, т. е. изменение напряжений и деформаций пород во времени. При этом реологический параметр а трактуется как коэффициент, характеризующий относительную скорость убывания напряжений в окружающих выработку породах. По смыслу он должен как-то соотноситься с периодом релаксации, но ясной методики его определения не дается. Кроме того, неопределенными остаются величины сцепления и угла внутреннего трения пород в зоне разгрузки. По своей сути они не могут быть константами, так как на разном расстоянии от выработки они заведомо должны быть различными. Поэтому при верных теоретических предпосылках данный метод расчета не нашел существенного практического применения [72].

Анализируя расчетную методику Ю. М. Либермана, Г. Л. Фисенко [30] отмечает, что получаемые смещения U оказываются в несколько раз большими, чем это наблюдается на практике. По его мнению, это вызвано тем, что в решении Ю. М. Либермана не учитывается разрыхление породы в зоне разгрузки, которое во многом определяет смещение контура горной выработки. Г. Л. Фисенко полагает, что конечная величина смещения породного контура выработки складывается из двух составляющих – упругого деформирования пород  $u_1$  и расширения (разрыхления) пород в предельной зоне  $u_2$ :

$$U = u_1 + u_2. \tag{1.4.10}$$

Здесь *u*<sub>1</sub> предлагается определять по формулам теории упругости с учетом линейной ползучести как:

$$u_{1} = \frac{R_{L}}{R_{0}} \alpha \frac{1+\nu}{E} (\gamma H - \sigma_{L}) R_{L}, \qquad (1.4.11)$$

где  $R_L$  и  $R_0$  – соответственно радиусы предельной зоны и горной выработки;  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий изменение модуля упругости за счет линейной ползучести пород в упругой зоне.

Вторая составляющая смещений определится выражением:

$$u_2 = \frac{(R_L^2 - R_0^2)(k_{cp} - 1)}{2R_0},$$
 (1.4.12)

где *k*<sub>ср</sub> – средний коэффициент разрыхления пород в предельной зоне.

По мнению Г. Л. Фисенко величина коэффициента разрыхления  $k_p$  достигает максимума на контуре горной выработки и составляет  $k_p = 1,18$ . С удалением от породного контура за счет увеличения давления  $\sigma_r$  его величина нелинейно снижается до единицы. При наличии крепи коэффициент разрыхления уменьшается в зависимости от реакции крепи *p* по формуле:

$$k_{\rm p} = 1,18 - 0,08 \ (p/100).$$
 (1.4.13)

В расчетах рекомендуется принимать

$$k_{cp} = k_p \frac{2}{3} \left(\frac{R_0}{R_L}\right)^2.$$
 (1.4.14)

Развивая идеи о совместной работе крепи и породного массива, И. Н. Кацауров [81] получил уравнение зависимости смещения контура выработки от глубины заложения выработки *H*, ее эквивалентного размера (радиуса) *r*<sub>0</sub> и прочности пород σ<sub>сж</sub> в виде:

$$U = Ar_0 \left[ \exp\left(\frac{2(\beta\gamma H - p)}{\alpha\sigma_{_{CHC}}}\right) - 1 \right], \qquad (1.4.15)$$

где *p* – реакция крепи; *A*, а и β – эмпирические коэффициенты.

По смыслу данного выражения показатель α сопоставляется с коэффициентом структурного ослабления пород, β – с коэффициентом концентрации напряжений. Коэффициент *А* учитывает разрыхление пород в зоне разгрузки. По мнению автора величины этих коэффициентов, следует определять по результатам натурных наблюдений в конкретных горногеологических условиях.

Таким образом, при оценке горного давления и нагрузки на крепь конкурируют два принципиально различных подхода – расчет по заданным нагрузкам и по заданным деформациям. Исторически первой сложилась концепция образования свода естественного равновесия. В рамках этой концепции решение задачи осуществляется методами сопротивления материалов. При этом напряженное состояние породного массива никак не учитывается. Дальнейшие исследования привели к разработке методов расчета, основанных на оценке образования вокруг выработки зоны неупругих (запредельных) деформаций. Эти методы основаны на инструментарии механики сплошной среды – теории упругости и пластичности [82]. В этом случае учитывается не только давление на крепь, но и смещение пород, обусловленное совместной работой породного массива и крепи.

При переходе к содержательному расчету горного давления неизбежно возникает задача выбора той или иной концептуальной схемы. Из контекста различных гипотез горного давления

следует, что концепцию образования свода естественного равновесия следует применять при «малых» глубинах заложения выработки, а концепцию заданных деформаций – при «больших» глубинах. Например, Г. Л. Фисенко [30] считает, что при глубинах до 300 м (в среднем) увеличение прочности пород за счет их уплотнения может происходить быстрее, чем увеличение давления от веса вышележащих пород. В таком случае можно фактор  $\gamma H$  не учитывать и рассматривать нагрузку на крепь по методу сводообразования. Однако конкретных (количественных) признаков различия «малых» и «больших» глубин не приводится. В контексте данных исследований рассматривается ситуация «больших» глубин, т. е. прогноза величины и характера напряженно-деформированного состояния породного массива.

Породный массив обычно рассматривается как полупространство, ограниченное горизонтальной плоскостью (земная поверхность), пребывающее под действием собственного веса в упругом напряженном состоянии. Распределение напряжений в таком упругом полупространстве рассматривается авторами многих теорий [83]. Наибольшее распространение получила гипотеза академика А. Н. Динника, в соответствии с которой вертикальная компонента напряжений определится произведением объемного веса пород  $\gamma$  и глубины их залегания *H*:

$$\sigma_z = \gamma H. \tag{1.4.16}$$

Горизонтальные напряжения для однородного массива:

$$\sigma_x = \sigma_y = \lambda \,\gamma H. \tag{1.4.17}$$

Коэффициент горизонтального распора  $\lambda$  для упругих скальных пород в соответствии с законом Гука определяется коэффициентом Пуассона  $\lambda = \nu/(1-\nu)$ . В реальных условиях такое линейное распределение напряжений с глубиной нарушается неоднородностью строения массива, тектоническими напряжениями, давлением воды и газов. Так многочисленные результаты измерений напряженного состояния реального массива показывают [83. 84, 85], что не более четверти полученных данных соответствуют гипотезе А. Н. Динника. Свыше 75 % всех измерений свидетельствуют о том, что горизонтальные напряжения в 1,5-6 раз превышают вертикальные. В этой связи наиболее надежным способом оценки НДС породного массива являются натурные измерения.

Все используемые методики шахтных исследований горного давления можно условно разделить на следующие группы [86, 87, 88]. Деформационные методы, основанные на измерении смещений породного массива при его разгрузке и вычислении действующих напряжений при известных упругих характеристиках массива. Разгрузка массива может осуществляться путем бурения шпуров и скважин, организации разгрузочных щелей и проходки выработок. При неизвестных деформационных характеристиках породного массива используются методы компенсационной нагрузки. Данные методы основаны на восстановлении

уже произошедшего смещения массива путем создания противодавления с помощью гидродомкратов.

Однако натурные измерения НДС породного массива отличаются высокой трудоемкостью и, при этом, не дают достоверной информации. По мнению Н. П. Влоха [89] это обусловлено двумя группами факторов - изменчивостью свойств и состояния массива и недостатками самих методов измерений. Так, в трещиноватом массиве деформация может быть вызвана не упругой разгрузкой, а сдвижением породы по трещине. Поэтому при расположении датчиков вблизи большой трещины величина деформации не будет определяться законом Гука.

Кроме того, в слоистом массиве разгрузка определяется суммарной деформацией пластов. Но при расчетах учитывается модуль упругости породы только того пласта, в котором установлены датчики. На основании исследований структуры поля напряжений учеными ИГД УрО РАН [86] обоснована модель породного массива, в котором структурные блоки рассматриваются как элементарные частицы, формирующие участки земной коры. В этом случае представительный объем массива должен включать не менее 5 – 6 таких структурных блоков. Тогда и база измерений должна составлять десятки метров. При этом в расчетах необходимо использовать модуль упругости всего этого объема, включающего различные платы, блоки и трещины. В обычных исследованиях все это не учитывается.

Существенные недостатки присущи и самим методам натурных исследований. Оценка напряжений производится по деформации разгрузки в предположении идеальной упругости пород, что в реальных условиях далеко не так. На контуре горных выработок (а именно в них производятся измерения) напряжения могут менять свой знак (от сжатия к растяжению). Однако в расчетах используется модуль упругости, определенный, как правило, при сжатии, который больше, чем при растяжении в 1,5 – 2,5 раза [90]. Не учитывается отношение модуля упругости измерительных датчиков к модулю упругости горных пород. Бурение разгрузочных скважин осуществляется, как правило, с промывкой. За счет действия воды отмечены дополнительные приращения напряжений от 3 до 10 МПа. Кроме того, увлажнение приводит к пластифицированию пород [9], что делает не корректным использование соотношений теории упругости.

Таким образом, единичные измерения напряжений натурными методами не дают достоверной информации о напряженном состоянии породного массива и могут показывать результаты никак не отражающие реальное состояние массива. Кроме того, в силу требований статистической надежности таких измерений должно быть несколько (не менее 5 – 6). Но высокая трудоемкость натурных испытаний сделать этого обычно не позволяет. В этой связи методически наиболее продуктивным признается следующий подход [30, 91]. На основании методов механики сплошной среды следует теоретически решить базовую задачу распределения

НДС породного массива и формирования горного давления. Затем исследовать влияние на эту базовую модель определенных физических и технологических факторов.

### 1.5. Модели породного массива и его напряженно-деформированного состояния

При отсутствии теоретических схем расчета НДС, трудоемкости и известных погрешностей натурных методов измерений в настоящее время все большее распространение находят методы моделирования породных массивов. Различают физические и математические модели [92, 93]. Любая модель базируется на замене реального массива его идеализированным отображением.

Физическая модель представляет собой уменьшенную копию реального объекта. Для обеспечения адекватности физической модели необходимо соблюдать условия подобия характеристик модели и натуры. Из этого следует, что в естественных условиях средой моделирования не может быть горная порода. Ее заменяют специально подобранными эквивалентными материалами. Так, в ИГД УрО РАН объемное моделирование напряженнодеформированного состояния массива осуществлялось на пенопласте [94]. В результате были получены номограммы распределения напряжений в окрестности различных выработок.

Под математической моделью понимают формализованную запись физических условий и законов, определяющих данное явление. В общем случае решение сформированных математических моделей может осуществляться аналитическими (на основе теории предельного равновесия, теории функций комплексного переменного и др.) или численными методами [95]. В настоящее время в связи с развитием компьютерных технологий последние, т. е. численные методы явно доминируют. Из всего многообразия численных методов наиболее широко распространены методы конечных разностей (МКР), граничных элементов (МГЭ) и методы конечных элементов (МКЭ). Они позволяют решать, как линейные, так и нелинейно-упругие задачи в однородных и неоднородных средах.

Метод конечных разностей (МКР) основан на представлении среды в виде сетки узлов, каждый из которых характеризует некоторый объем массива с присущими ему свойствами. В настоящее время используется достаточно редко и наиболее эффективен при решении динамических задач.

Существо метода граничных элементов (МГЭ) сводится к замене реального объекта набором опорных элементов определенной жесткости и размеров. Для плоской задачи обычно МГЭ используется в форме «разрывных смещений». Физически разрыв смещений можно представить, как трещину, противоположные концы которой смещены друг относительно друга. Такое представление полезно при расчетах закладки выработанного пространства, бутовых

полос, охранных зон угольных пластов и т. п. Метод граничных элементов основан на представлении, что непрерывно распределенные вдоль трещины разрывы смещений можно заменить на N граничных элементов, в пределах которых эти разрывы можно принять постоянными. Находя аналитическое решение для одного конечного элемента, и суммируя решение для всех N элементов, получают численное решение задачи.

Основная идея метода конечных элементов состоит в том, что любая непрерывная величина заменяется дискретной моделью множества кусочно-непрерывных функций (полиномов). Применительно к модели НДС массива в качестве непрерывной величины выступают напряжения или деформации (перемещения). В общем случае эта непрерывная величина заранее неизвестна и требуется определить ее значения во всех точках расчетной области. Для этого сплошная среда (массив) разбивается на конечное число элементов, для каждого из которых строится связь «сила – перемещение». Решение этой задачи методом конечных элементов (МКЭ) осуществляется по следующей схеме [96, 97, 98].

1. В изучаемой области (участке массива) назначается конечное число точек – узлов, в которых требуется определить значения изучаемой непрерывной величины.

2. Вся расчетная область делится на совокупность конечных элементов, объединенных общими узлами. Для плоской задачи в пределе используют элементы треугольной формы, называемые симплекс - элементами. В объемных задачах – тетраэдры (рис. 1.5.1).



Рис. 1.5.1. Симплекс - элементы для решения плоских и объемных задач

3. Выбирается функция (в виде полинома), которая определяет смещение в каждой точке конечного элемента по смещению его узлов.

4. Эти функции однозначно определят деформацию каждого элемента, и по заданным деформационным характеристикам среды (модуль упругости *E*, коэффициент Пуассона v и при

необходимости вводятся характеристики пластичности пород) производится расчет напряженного состояния в каждом конечном элементе.

5. Определяется система сил в каждом узле, которые уравновешивают напряжения внутри конечного элемента.

6. Указанные соотношения представляются в матричной форме, и объединение матриц всех элементов устанавливает однозначную связь напряжений и деформаций всей изучаемой области.

Точность решения модели повышается с увеличением степени используемого полинома и с уменьшением размера конечного элемента. При решении линейно-упругих задач в однородных средах более выгодным с точки зрения объема вычислений является применение полиномов (конечных элементов) высоких порядков, так как подобный подход позволяет снизить количество узлов и, следовательно, размерность системы уравнений.

При моделировании неоднородных массивов, да еще с элементами нелинейности (пластичности) приходится использовать деление расчетной области на элементы малых размеров с тем, чтобы учесть все особенности массива. Тогда наиболее целесообразно использовать конечные элементы с малыми степенями полиномов.

При применении симплекс – элементов (см. рис. 1.5.1) описывающие их полиномы в общем виде имеют следующие выражения (для плоской и объемной задач соответственно):

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{3} N_i(x, y) f_i; \quad f(x, y, z) = \sum_{i=1}^{4} N_i(x, y, z) f_i, \quad (1.5.1)$$

где *i* – локальные номера узлов; *x*, *y*. *z* – координаты узлов; *N<sub>i</sub>*() – функция координат (формы) узла; *f<sub>i</sub>* - значения аппроксимирующего полинома в *i*-м узле.

Для плоского симплекс – элемента:

$$N_i(x, y) = 1/2S (a_1 + b_1 x + c_1 y), \qquad (1.5.2)$$

где *S* – площадь треугольного элемента, которая обычно вычисляется как векторное произведение:

$$2S = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}.$$
 (1.5.3)

Параметры полинома *a*<sub>1</sub>, *b*<sub>1</sub>, *c*<sub>1</sub> определятся решением системы трех линейных уравнений, составленных для каждого узла элемента.

Для объемного симплекса (тетраэдра) вычисления те же, но добавляется координата *z* и вычисляется в матричной форме объем элемента *V*.

Найденные по данной функции смещения *u* и *v* определят три компоненты деформации элемента (две линейные ε и одну угловую γ):

$$\{\varepsilon\} = \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} & & \\ \frac{\partial v}{\partial y} & & \\ \frac{\partial u}{\partial y} & + & \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases}.$$
 (1.5.4)

Связь напряжений и деформаций определяется законом Гука, который в матричной форме записывается в виде:

$$\{\sigma\} = [D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}, \tag{1.5.5}$$

где  $\{\sigma\}$  и  $\{\sigma_0\}$  – соответственно компоненты тензоров полных и начальных напряжений;  $\{\varepsilon\}$  и  $\{\varepsilon_0\}$  - соответственно компоненты тензоров полных и начальных деформаций; D – матрица жесткости:

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 \end{bmatrix}.$$
 (1.5.6)

Из матриц жесткости отдельных конечных элементов компонуется глобальная матрица жесткости всей системы. Полученная система уравнений решается тем или иным способом. Результатом этого решения являются компоненты узловых перемещений всей исследуемой области деформирования.

По полученным данным определяются компоненты тензоров деформаций и напряжений. При компьютерной реализации модели результаты представляются графически в виде изолиний или областей с разной интенсивностью цвета, отражающих распределение НДС породного массива.

Таким образом, метод конечных элементов дает поле деформаций массива, соответствующее минимуму потенциальной энергии системы при расчете узловых значений вектора перемещений. Наибольший интерес представляет решение модели для прогнозирования изменения НДС массива в ходе ведения горных работ. В этом случае тем областям, где имеются выработки, присваиваются нулевые прочностные и деформационные параметры узлов.

В настоящее время при моделировании НДС используются следующие идеализированные схемы породного массива:

- Сплошная линейно-упругая среда;

- Слоистые среды - описывают массивы, где развита только одна система параллельных трещин, а другие системы отсутствуют или слабо выражены;

- Блочные среды, имеющие несколько равноправных систем трещин, разделяющих массив на примерно одинаковые по форме и размерам блоки;

- Сплошные нелинейно-упругие среды – описывают массивы с хаотичной трещиноватостью, не образующей выделенных направлений, что позволяет использовать модель изотропного тела.

Выбор той или иной схемы определяется особенностями рассматриваемого массива. Наиболее применимой в настоящее время является схема сплошной линейно-упругой среды в силу хорошо разработанного математического аппарата анализа. Реально никакой природный массив такой схеме не соответствует. Однако считается, что погрешности результатов моделирования по такой схеме являются допустимыми, если размеры неоднородностей массива на порядок меньше размеров объекта (горной выработки) или, напротив, если размеры неоднородностей более чем в три раза превосходят изучаемый объект. Все же при явно выраженной трещиноватости массива приходится использовать последнюю схему (нелинейноупругие среды), вводя в уравнения модели элементы пластичности.

Различными исследователями предлагаются разные модели трещиноватого массива. Так, Р. Гудман [54] рассматривает массив как упругое полупространство, рассеченное системой параллельных трещин. Соотношение модулей деформации пород и массива определяется нормальной жесткостью трещин и средним расстоянием между ними. М. Г. Зерцаловым [99] предлагается выделять элементарные блоки массива с единичной трещиной, представленной как единичный разрез конечной длины и заданной величиной раскрытия. Путем обобщения (интегрирования) характеристик всех элементов определяется эффективный модуль упругости всего массива. К. В. Руппенейтом [100] породный массив рассматривается как среда, в которой горные породы и трещины воспринимаются как отдельные слои с различными свойствами. На основании этой модели им предложена и обоснована методика оценки модулей упругости трещиноватого массива. О. В. Зотеевым [60, 97] для моделирования протяженных трещин разработаны контакт-элементы, имеющие фиктивную толщину и позволяющие задавать начальные условия в оценке НДС методом конечных элементов.

Формирование напряженно-деформированного состояния породных массивов определяется множеством независимых случайных факторов: геометрией и распределением трещин, материалом и степенью их заполнения, неровностями контура подземных выработок и пр. Учесть эти факторы в единой детерминированной модели не представляется возможным; их следует рассматривать в вероятностном аспекте. Это позволяют сделать методы статистического моделирования [92]. В контексте данных исследований наиболее перспективным представляется метод Монте-Карло [101, 102].

### 1.6. Цель и задачи исследования
Анализ условий и методов прогноза устойчивости горных пород в подземных выработках позволяет сделать следующие выводы. Критерием устойчивости служит соотношение функций разрушаемости горных пород на контуре горной выработки и напряженно-деформированного состояния (НДС) породного массива. При отсутствии единых работоспособных теорий содержание этих функций целесообразно исследовать на моделях. Чрезвычайная изменчивость свойств горных пород и состояния породного массива, особенно ослабленного системой трещин, определяет необходимость оценки устойчивости с вероятностных позиций.

Таким образом, *целью* исследований является повышение достоверности и надежности прогноза устойчивости горных пород в подземных выработках в условиях трещиноватого породного массива. Для достижения указанной цели необходимо решение следующих *задач*.

1. Исследование свойств горных пород, определяющих их разрушаемость на контуре горных выработок.

2. Оценка трещинной структуры горных пород и массивов с фрактальных позиций.

3. Разработка и реализация статистических моделей трещинной структуры горных пород.

4. Проектирование и исследований моделей концентрации напряжений на контуре подземной выработки с помощью имитационного моделирования (метод Монте-Карло).

5. Исследование напряженно-деформированного состояния трещиноватого породного массива методом конечных элементов.

6. Совершенствование методов прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке.

# 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОВАТЫХ ГОРНЫХ ПОРОД И ПОРОДНЫХ МАССИВОВ

#### 2.1. Объекты и методы исследований

В соответствии с целью и задачами диссертации объектами исследования являются скальные породы Урала и их массивы. Основные результаты получены для горно-геологических условий Североуральских бокситовых и Юбилейного медно-колчеданного месторождений, по которым на кафедре шахтного строительства УГГУ имеется общирный банк данных.

Изучение свойств горных пород производилось в лаборатории физики горных пород кафедры шахтного строительства при непосредственном участии автора. Определение свойств горных пород производилось по следующим методикам [39].

*Объемная масса* горных пород, представленных образцами правильной формы (кернами) определяется методом непосредственных измерений и вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h},\tag{2.1.1}$$

где *m* – масса образца; *d*, *h* – диаметр и длина керна.

Для образцов неправильной формы используется метод гидростатического взвешивания:

$$\rho = \frac{\rho_B m_l}{m_l - m_2},$$
 (2.1.2)

где  $\rho_6 - 1$  г/см<sup>3</sup> – плотность воды;  $m_1$  и  $m_2$  – масса образца в воздухе и в воде.

Прочность горных пород определяется путем раскалывания пластин породы клиньями с последующим раздавливанием полученных кубических образцов полуправильной формы. Прочность при растяжении σ<sub>P</sub> определялась на механическом прессе с ценой деления 100 H, прочность при сжатии σ<sub>cж</sub> - на гидравлическом прессе с точностью 0,1 кH. Построение огибающей кругов напряжений Мора производится по уравнению:

$$\tau^{2} = \left(2\sigma_{p} - 2\sqrt{\sigma_{p}(\sigma_{c,w} + \sigma_{p})} + \sigma_{c,w}\right) \cdot (\sigma_{p} + \sigma), \qquad (2.1.3)$$

величина сцепления определяется по формуле:

$$\tau_c = \sqrt{K \,\sigma_p},\tag{2.1.4}$$

угол внутреннего трения:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{[K]}{2\sqrt{K\sigma_p}},\tag{2.1.5}$$

где

$$K = 2\sigma_p - 2\sqrt{\sigma_p(\sigma_{cxc} + \sigma_p)} + \sigma_{cxc}$$
(2.1.6)

Испытания на *срез со сжатием* производилось в соответствующих матрицах на цилиндрических образцах с высотой, равной диаметру. Разрушающая нагрузка определялась на гидравлическом прессе с ценой деления 100 Н. Разрушающие напряжения среза и сжатия определялись по формулам:

$$\tau_0 = \frac{P}{S} \cos\Theta; \quad \sigma_0 = \frac{P}{S} \sin\Theta, \tag{2.1.7}$$

где *S* – площадь среза образца; *P* – разрушающая нагрузка при соответствующем угле среза  $\Theta$ .

Путем линейной аппроксимации опытных точек производилось построение огибающей кругов предельных напряжений и определялись величины сцепления и угла внутреннего трения. В таблице единичных значений нагрузок вычислялись средние арифметические и коэффициенты вариации опытных данных при каждом угле среза. Построение паспортов прочности производилось с помощью специально разработанной компьютерной программе.

Для испытания при *сдвиге горных пород по трещине* сконструирован и изготовлен специальный стенд (рисунок 2.1.1).



Рисунок 2.1.1 – Устройство для исследования сдвига породы по трещине

Устройство позволяет плавно наращивать сдвигающие усилия при параллельной фиксации продольных и поперечных деформаций. Проведение опытов предусматривает создание различных нормальных напряжений (усилий прижатия берегов трещины).

*Скорость распространения упругих колебаний* определялась с помощью импульсного ультразвукового прибора УКБ-1м путем измерения времени распространения сигнала (с точностью 0,1 мкс) *t* на базе *L* 

$$C = \frac{L}{t}.$$
(2.1.8)

В зависимости от соотношения радиуса образца г и длины волны  $\lambda$  определялась скорость распространения продольной волны в массиве C<sub>м</sub> ( $r/\lambda > 0,6$ ) и стержне C<sub>ст</sub> ( $r/\lambda > 0,2$ ). Условия массива и стержня выполнялись путем «прозвучивания» образцов на разной частоте колебаний (соответственно 150 кГц и 25 кГц).

*Динамические упругие характеристики* горных пород (модуль упругости *E* и коэффициент Пуассона v) вычислялись из известных соотношений теории упругости:

$$C_{\rm M} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}},$$
(2.1.9)

$$C_{\rm cr} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$
 (2.1.10)

Отсюда

$$E = \rho \cdot C_{cr}^2, \qquad (2.1.11)$$

$$v = \left(K^2 - 1 + \sqrt{K^4 - 10K^2 + 9}\right)/4, \qquad (2.1.12)$$

где  $K = C_{\rm ct}/C_{\rm M}$ .

*Деформационные характеристики* определялись при непрерывном и циклическом нагружении образцов пород на прессе. Для изучения поведения горных пород под нагрузкой разработана специальная методика. Целью испытаний является получение графика деформации, характеризующего работу деформирования образцов, определение упругих (модуль упругости, коэффициент Пуассона, модуль сдвига, модуль объемного сжатия) и пластических (модуль пластичности, модуль полной деформации, коэффициент пластичности, коэффициент хрупкости) свойств горных пород.

Для исключения влияния трения между плитами нагрузочного устройства и торцами пробы измерения производятся в средней части образца с помощью специальных устройств (рисунок 2.1.2). Для испытаний использовались образцы цилиндрической (керны) или призматической (с квадратным поперечным сечением) формы.

По результатам испытаний производилось построение графиков деформаций. На линейных участках графиков выбирают две характерные точки и по их значениям вычисляют следующие упругие характеристики:

• модуль упругости (модуль Юнга):

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \tag{2.1.13}$$

• коэффициента Пуассона:

$$\nu = \frac{\Delta d \,/\, d}{\Delta l \,/\, L}.\tag{2.1.14}$$



Рисунок 2.1.2 – Общий вид испытательной установки для определения деформационных характеристик горных пород.

Для однородных изотропных пород модуль сдвига *G* и модуль объемного сжатия *К* можно вычислить по формулам [103]:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$
 (2.1.15)

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}.$$
 (2.1.16)

В зависимости от принятого режима испытаний по таблице и графику деформации можно определить остаточную деформацию, работу деформирования, модуль пластичности, модуль общей деформации, коэффициенты хрупкости, пластичности и другие деформационные характеристики.

*Реологические испытания.* Для определения реологических характеристик горных пород проводят испытания на одноосное растяжение, сжатие или изгиб. Причем получаемые в данных опытах результаты близки между собой [59]. Поскольку эксперименты требуют длительного времени действия нагрузок, технически наиболее простым является метод поперечного изгиба балок. Для обеспечения в образце состояния, близкого к одномерному, необходимо, чтобы поперечные размеры балки были в 6 – 10 раз меньше ее длины.

В зависимости от цели исследований реализовывался один из двух режимов нагружения образцов – длительной (сотни и тысячи часов) постоянной нагрузкой и циклически возрастающей нагрузкой. В последнем случае цикл состоит из нагружения балки центральной сосредоточенной нагрузкой в течение 48 часов с последующей разгрузкой (48 часов). Затем цикл повторяют при большей по величине нагрузке.

Испытательный стенд (рисунок 2.1.3) состоит из подвижных опор, радиусом закругления рабочей поверхности 4 мм, нагрузочного пуансона, соединенного с подвеской для груза при помощи шарнирных серег, стойки для крепления индикатора часового типа с ценой деления 0,001 мм.



Рисунок 2.1.3 – Испытательный стенд для определения ползучести горных пород: 1 – индикатор часового типа; 2 – образец; 3 – груз; 4 – опора; 5 – скоба с поперечной стальной балкой.

При испытаниях на изгиб величина мгновенного упругого прогиба в середине пролета балки прямоугольного сечения, опирающейся концами и нагруженной в середине пролета сосредоточенной силой *P*, равна

$$Y_0 = \frac{kP}{E},$$
 (2.1.17)

где *k* – коэффициент влияния касательных напряжений в образце, зависящий от его геометрических параметров (высоты *h*, ширины *b* и длины *L*):

$$k = \frac{L^3}{4bh^3} \cdot \left(1 + 2.95 \frac{h^2}{L^2} - 0.02 \frac{h}{L}\right).$$
(2.1.18)

Отсюда модуль упругости при изгибе:

$$E = \frac{kP}{Y_0}.$$
 (2.1.19)

Напряжение изгиба:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_z},\tag{2.1.20}$$

при изгибающем моменте:

$$M_x = \frac{PL}{4},$$
 (2.1.21)

и моменте сопротивления:

$$W_z = \frac{bh^2}{6}.$$
 (2.1.22)

Относительная деформация изгиба:

$$\varepsilon = \frac{3L}{2bh^2k} \cdot Y. \tag{2.1.23}$$

Для графических построений и анализа результатов экспериментов составлена специальная компьютерная программа.

*Изучение трещиноватости* горных пород на макроуровне производилось продольным профилированием их поверхностей или обработкой электронных фотографий трещин на обнажениях. Микротрещины исследовались под микроскопом методом люминесцентной дефектоскопии с помощью, разработанной на кафедре шахтного строительства УГГУ методике на специальном лабораторном стенде [67].

## Определение фрактальной размерности трещин

Из основных соотношений фрактальной геометрии (см. раздел 1.3) следует расчетное уравнение:

$$\ln N\left(\delta_{i}\right) = \ln C - d_{f} \ln\left(\delta_{i}\right). \tag{2.1.24}$$

Формула (2.1.24) представляет собой уравнение прямой в двойном логарифмическом масштабе, параметры которого определяются известными методами корреляционного анализа (способом «наименьших квадратов»). Для анализа траектории трещин использованы «метод покрытия» и «метод циркуля».

При использовании метода покрытия на плоскость наносится квадратная сетка (в объемной задаче – кубическая сетка) с размером ячейки  $\delta_i$ . При изменении шага сетки  $\delta_i$  подсчитывают минимальное число клеток (кубов)  $N(\delta_i)$ , покрывающих фрактал (трещину).

В методе циркуля траектория трещины измеряется с различным масштабом (раствором циркуля)  $\delta_i$  и на каждом уровне масштабирования подсчитывается число отрезков, покрывающих линию трещины  $N(\delta_i)$ . При описании трещины системой координат ее траектории и достаточно большом числе измеренных точек (не менее 100) процедуру определения фрактальной размерности можно автоматизировать. Для этого на кафедре шахтного строительства УГГУ разработана соответствующая компьютерная программа.

Обработка результатов экспериментов и вычислений производилась в соответствии с рекомендациями ГОСТов и на основе аппарата теории вероятностей и математической статистки [104].

#### 2.2. Исследование трещинной структуры горных пород

Анализ прочности и устойчивости породных массивов (см. Главу 1) показывает, что в значительной мере они определяются наличием трещин и особенностями трещинной структуры массива. В соответствии с теорией академика М. А. Садовского [105, 106] породные массивы, как и вся Земная кора, имеют иерархическую структуру. Поэтому, учитывая самоподобие трещин достаточно изучить трещинную структуру пород на двух уровнях иерархии. Это позволяет, изменяя масштаб рассмотрения, прогнозировать строение массива в различных по размерам областях.

Для исследования данного вопроса изучались трещины указанных в предыдущем разделе скальных пород на двух уровнях иерархии – микротрещины, изучавшиеся микроскопическим методом люминесцентной дефектоскопии, и макротрещины, получаемые искусственно путем раскалывания кернов по образующим. В первом случае была использована обширная база данных по развитию микротрещин, полученная в результате многолетних исследований сотрудников кафедры шахтного строительства УГГУ [62]. Характеристики макротрещин изучались автором (совместно с В. В. Францем [107]) методом продольного профилирования. На рисунках 2.2.1 и 2.2.2 в качестве примера приведены фотографии изучавшихся трещин.





Рисунок 2.2.1 – Микротрещины образца туфа Североуральских месторождений

Рисунок 2.2.2 – Макротрещина в образце порфирита

## 2.2.1. Траектория трещин

Исследованиями кафедры шахтного строительства УГГУ [62] показано, что трещины в горных породах на разных уровнях иерархии являются фрактальными объектами и обладают основными свойствами фракталов. Они являются самоподобными структурами, т. е. инвариантны к масштабным преобразованиям. Описываются бесконечно изломанными кривыми и поверхностями, которые нигде не дифференцируемы. Комплексной характеристикой трещин является их фрактальная дробная размерность.

Сопоставление микро- и макротрещин показало их самоподобие при масштабных преобразованиях. Коэффициенты корреляции взаимосвязи (2.1.24) близки к единице. Все это подтверждает фрактальную природу трещин, мерой шероховатости (изломанности) которых служит фрактальная размерность. Тогда в соответствии с законом Ричардсона истинная (фрактальная) длина трещин будет определяться шагом измерений б в виде:

$$L_{\phi p} = L_0 \left[ \frac{L_0}{\delta} \right]^{d_f - 1}, \qquad (2.2.1)$$

где  $L_0$  – линейная длина трещины, т. е. расстояние между ее вершинами.

При определении истинной длины трещины, которая определяет ее несущую способность, величина шага  $\delta$  будет определяться требуемой точностью оценок в данной конкретной задаче. В общем случае принимается  $\delta = L_0/100$ .

Следует отметить, что видимая на обнажении траектория трещины является лишь одной из множества реализаций ее геометрии. Несущая же способность трещины определяется геометрией всей поверхности соприкасающихся берегов трещины. Причем конфигурация конкретного сечения трещины обусловлена множеством случайных независимых факторов, действовавших при ее образовании. Следовательно, для объективной оценки геометрии трещин необходимы исследования закономерностей формирования ее поверхностей в вероятностном аспекте.

С этой целью проведена серия экспериментальных исследований поверхностей различных трещин [108, 109]. Для анализа геометрии трещин разработана компьютерная программа, на вход которой подавались координаты различных сечений поверхности, отстоящих одна от другой на расстоянии 2 мм. На первом этапе определялась средняя линия каждого сечения. При этом учитывался различный масштаб рассмотрения геометрии трещин. В крупном масштабе выделялась линия извилистости траектории, определяющая дилатансию при сдвиге породы по трещине. Эту линию описывали полиномом соответствующего порядка (от 1 до 6). Однако опыт обработки траекторий реальных трещин показал, что большинство из них не описываются гладкими функциями. Поэтому предложено аппроксимировать линию извилистости набором кусочно-линейных функций. После такой процедуры определялись отклонения от этой линии извилистости точек поверхности, которые характеризуют зубцы шероховатости трещины, обычно срезаемые при сдвиге. На рисунке 2.2.3 представлена иллюстрация этой процедуры для одной из трещин.



Рисунок 2.2.3 – Линия извилистости трещины

Таким образом, траектория каждого сечения представляет собой пространственный ряд, для которого вычислялся комплекс статистических характеристик. Всего на каждой поверхности трещин исследовано по 50 сечений с общим числом измерений 2300. Результаты измерений группировались в интервальный ряд, определялись его характеристики и выполнялась статистическая проверка гипотезы о виде распределения зубцов трещин по размерам. В качестве критерия использовался показатель Пирсона χ<sup>2</sup>.

Для всех изученных трещин установлено, что с вероятностью не ниже 0,95 (95 %) отклонения координат трещин от линии извилистости распределены нормально. На рисунке 2.2.4 представлена гистограмма и теоретическая кривая нормального распределения отклонений.



Рисунок 2.2.4 – Распределение размеров зубцов поверхности трещины гранита

Полученные результаты послужили основой компьютерной программы генерирования вероятной траектории трещины в горных породах.

### 2.2.2. Поверхность трещин

К анализу приняты поверхности двух различных по степени извилистости трещин образца гранита (рисунок 2.2.5) и образца базальта (рисунок 2.2.6). Продольным профилированием определены координаты поверхности данных трещин с шагом 2 мм. По совокупности координат вычислены превышения поверхности трещин относительно их средней линии. Полученные данные представляют собой совокупность случайных величин превышений, характеризующих геометрию трещин. Для оценки их статистических характеристик выполнен комплексный статистический анализ, результаты которого представляены в таблице 2.2.1.



Рисунок 2.2.5 – Компьютерное изображение трещины гранита



Рисунок 2.2.6 – Компьютерное изображение трещины базальта

T C 00		C		
Таолина 2.2.	_	Сволные	характеристики	сечении трешин
1 000000 <u></u>		e b e giibi e		and the second s

Характеристики сечений	Трещина гранита	Трещина базальта
Число членов ряда	2300	3400
Среднее арифметическое, мм	0,0005	-0,0028
Среднее квадратическое отклонение, мм	0,264	2,682
Дисперсия, мм <sup>2</sup>	0,070	7,193
Доверительный интервал, мм	0,073	0,526
Минимальное значение превышений, мм	- 0,524	- 4,185
Максимальное значение превышений, мм	0,443	5,09
Медиана, мм	0,065	0,062
Асимметрия	- 0,519	0,119
Эксцесс	- 0,756	-1,493

В разделе 2.2.1 показано, что величина неровностей рассматриваемых траекторий трещин имеет нормальное распределение, но с разными параметрами. Так, размеры превышений трещины базальта на порядок больше, чем у гранита. Разница в дисперсиях составляет два порядка.

Как указано выше трещины в скальных породах являются фрактальными объектами. Следовательно, их поверхность также может характеризоваться фрактальной размерностью 2 < D < 3. Выполнены детальные исследования фрактальных характеристик различных трещин скальных пород [107, 108]. Установлено, что наиболее информативным является триангуляционный метод. Установленная этим методом фрактальная размерность позволяет надежно определять истинную площадь природной трещины:

$$S = \alpha S_0 / \delta^{(D-2)}, \qquad (2.2.2)$$

где S<sub>0</sub> – проекция поверхности на горизонтальную плоскость; α – масштабный коэффициент; для трещины гранита α = 1,1, для трещины базальта α = 1,8.

Для реализации триангуляционного метода разработана соответствующая компьютерная программа, алгоритм которой состоит в следующем. Производится построение пирамид с все уменьшающимся размером оснований. В качестве ее высоты принимается максимальное превышение координат z в данной области. Вычисляется апофема A каждой пирамиды и вычисляется ее боковая поверхность. При неравных сторонах основания a, b площадь боковой поверхности:  $S = (a A_2 + b A_1)$ , где  $A_1 = [(b/2)^2 + z^2]^{1/2}$  и  $A_2 = [(a/2)^2 + z^2]^{1/2}$ . Производится построение зависимости  $\ln S_i - \ln \delta_i$ , где  $\delta_i$  - соответствующий размер ребра основания пирамид. По углу наклона линейного участка графика определяется  $D_f$ . В компьютерной программе на основе матрицы координат трещин определяется относительная суммарная площадь боковых граней пирамид  $S/S_0$ , покрывающих поверхность трещины при ступенчатом изменении размеров сторон их основания  $\delta$ . Автоматически производится построение графика уравнения:

$$\ln (S/S_0) = f (\ln \delta).$$
 (2.2.3)

На рисунке 2.2.7 показан график данного уравнения для трещины гранита. Здесь показатель H = 0,015. Фрактальная размерность  $D_S = 2 + H = 2,015$ .

Реализация этой же программы для трещины базальта (рисунок 2.2.6) дает следующие результаты: H = 0,048;  $D_S = 2 + H = 2,048$ .

Сравнение фрактальных размерностей поверхности трещин показывает, что для базальта характерна большая извилистость и, следовательно, большая площадь поверхности.

Следующей важной задачей является выделение и количественная оценка извилистости и шероховатость трещин. Под извилистостью понимают ту волнистость трещин, которая определяет подъем горной породы (дилатансию) при ее сдвижении по трещине. Шероховатость описывает те неровности (зубцы) трещины, которые при данной нормальной нагрузке прижатия срезаются в ходе сдвига.



Рисунок 2.2.7 – График уравнения (2.2.3) для трещины гранита

Установлено [108], что надежное разделение данных характеристик возможно путем спектрального анализа сечений поверхности трещин. Количественной мерой шероховатости служит дисперсия высоты неровностей рельефа поверхности [66]:

$$\sigma^2 = \int_{\omega_0}^{\infty} G(\omega) \, d\omega, \qquad (2.2.4)$$

где  $G(\omega)$  – пространственный спектр мощности;  $\omega = 2\pi f - угловая$  пространственная частота;  $f = 1/\lambda$  – пространственная частота;  $\lambda$  – длина волны неровностей поверхности.

Любые объекты (физические системы) с конечным размером *l*<sub>0</sub> характеризуются минимально возможной пространственной частотой

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{l_0}.$$
 (2.2.5)

Тогда наибольшая длина волны поверхности  $\lambda_0 = 1/f_0$ . Как и в линейном случае, общая площадь поверхности будет увеличиваться по мере уменьшения шага измерения. В качестве модели описания поверхности может служить нестационарный процесс фрактального броуновского движения (процесс Винера – Леви). Для оценки как геометрических, так и статистических свойств поверхности вводится понятие *monomesы*  $L_0$ , которая связана с дисперсией следующим образом:

$$\sigma^2 = L_0 \lambda_0 = L_0 / f_0 = 2\pi L_0 / \omega_0. \tag{2.2.6}$$

С учетом L<sub>0</sub> пространственный спектр мощности запишется в виде

$$G(\omega) = \frac{2\pi L_0}{\omega^2} = \left(\frac{L_0}{2\pi}\right) \lambda^2$$
(2.2.7)

ИЛИ

$$G(1/\lambda) = L_0 \lambda^2. \tag{2.2.8}$$

Здесь длина волны  $\lambda = 1/f$  может иметь смысл шага измерения рельефа поверхности, обладающей фрактальными свойствами

$$G(f) = \frac{L_0}{f^{\beta}}.$$
 (2.2.9)

Показатель степени в называется спектральным параметром

$$\beta = 2H + 1. \tag{2.2.10}$$

Фрактальная размерность поверхности:

$$D_f = 3 - H.$$
 (2.2.11)

Из уравнений (2.2.10) и (2.2.11) следует, что  $\beta = 2 (3 - d_f) + 1 = 7 - 2 d_f$  и уравнение (2.2.9) запишется в виде:

$$G(f) = L_0 f^{2d_f - 7}.$$
 (2.2.12)

На основании исследований различных природных трещин установлено [108], что границей разделения извилистости и шероховатости является величина топотезы  $L_0 = 10^{-5}$  м. Для представительной (средней) линии трещины гранита (рисунок 2.2.5) величина топотезы  $L_0 = 0,09 \cdot 10^{-5}$  м при спектральной мощности  $G = 1,36 \cdot 10^{-11}$ . Таким образом, в соответствии с обоснованным нами критерием, ( $L_0 = 10^{-5}$  м), данная трещина не имеет извилистости и обладает только шероховатостью. Это подтверждается видом приведенных на рисунках траекторий. Траектория вероятного сечения трещины имеет фрактальную размерность  $d_f = 1,82$ . Напротив, для трещины базальта (рисунок 2.2.6)  $L_0 = 9,0\cdot 10^{-5}$  м, что значительно превышает величину критерия, т. е. трещина обладает существенной извилистостью. Вместе с тем фрактальная размерность ее поверхности  $D_f = 3 - 0,92 = 2,08$ , что свидетельствует о гладком профиле трещины по линии извилистости.

## 2.2.3. Распределение трещин

Прочность и устойчивость горных пород определяется их трещинной структурой, т. е. всей совокупностью трещин. В этой связи следующей задачей является изучение закономерностей распределения трещин в объеме. Руководствуясь общепринятым допущением о том, что картина трещин на обнажении соответствует их распределению в объеме, к изучению приняты электронные фотографии поверхности образцов, полученные методом люминесцентной дефектоскопии (см. раздел 2.1). Анализ трещинной структуры выполнен по шести образцам туфа Североуральских бокситовых месторождений (рисунок 2.2.1), трещинная структура которых получена в исследованиях кафедры шахтного строительства УГГУ [110]. Для оценки распределения трещин выделены интервалы их размеров с логарифмическим шагом и определено число трещин в каждом интервале. Графическое представление данной процедуры представлено на рисунке 2.2.8.



Рисунок 2.2.8 – Распределение трещин по размерам в образцах туфа (пунктирной линией указано среднее содержание трещин каждой фракции)

Рассматривая трещину как двумерное образование с равными размерами в двух взаимно перпендикулярных направлениях, оценивалась концентрация трещин в объеме:

$$N = \sum_{i} \left(\frac{n_i}{l_i}\right) \cdot a^2, \qquad (2.2.13)$$

где  $n_i$  – число трещин длиной  $l_i$ ; *а* – линейный размер обследуемой области горных пород.

Суммарная поверхность всех трещин:

$$S = \sum_{i} 2n_i \cdot l_i \cdot a. \tag{2.2.14}$$

Отношение площади поверхности трещин к объему – есть удельная поверхность:

$$S_{y\partial} = \frac{\sum_{i} n_{i} l_{i}}{a^{2}}.$$
 (2.2.15)

Максимальная поверхность, которая образовалась бы при разделении горной породы на кубики со стороной, равной линейному размеру трещины  $l_i$ , составит  $n_i \cdot 6l_i^2$ , где  $n_i = a^3/l_i^3$  число

таких кубиков в объеме. Отношение этой поверхности к объему  $V = a^3$  можно назвать дисперсностью породы:

$$D_i = \frac{a^3 6 \ l_i^2}{l_i^3 a^3} = \frac{6}{l_i}.$$
 (2.2.16)

Отношение реальной удельной поверхности *S*<sub>уд</sub> к величине дисперсности может служить общей характеристикой степени нарушенности горной породы:

$$J = \frac{S_{y\partial}}{D} = \frac{\sum_{i} n_{i} l_{i}^{2}}{3a^{2}}.$$
 (2.2.17)

Результаты анализа представлены в таблице 2.2.2.

Следующей задачей является оценка закона распределения трещин и его параметров. При условии, что число трещин в горной породе велико, и они распределены независимо и случайно, плотность распределения трещин по размерам можно описать уравнением Коши [42]:

$$F(l) = \exp\left\{-\left(\frac{l}{U}\right)^{-\alpha}\right\},\tag{2.2.18}$$

где *U* и α - параметры распределения.

Средняя длина трещин, мкм	Число трещин	Суммарная длина трещин, L <sub>сум</sub> · 10 <sup>-3</sup> , м	Концентрац ия трещин <i>N</i> ·10 <sup>6</sup> , 1/м <sup>3</sup>	Удельная поверхность трещин, м <sup>2</sup> /м <sup>3</sup>	Дисперсность 1/м	Нарушенность
33,7	79	2,66	16161	36,7	178042	0,0002
51,9	49	2,54	6509	35,1	115607	0,0003
83,0	54	4,48	4485	61,8	72289	0,0009
135,3	19	2,57	968	35,4	44346	0,0008
223,3	12	2,68	370	36,9	26870	0,0014
361,8	4	1,45	76	20,0	16584	0,0012
594,0	1	0,59	12	8,2	10101	0,0008
Сумма	218	17,0	28582	234,1	463838	0,0056

Таблица 2.2.2 – Характеристики трещиноватости туфа

Для указанных выше данных параметры распределения Коши: α = 1,83; U = 912. График распределения показан на рисунке 2.2.9.



Рисунок 2.2.9 – Интегральная функция распределения трещин по размерам

Коэффициент вариации опытных данных от полученных по уравнению Коши составляет 2,3 %.

#### 2.2.4. Динамика изменения трещинной структуры при нагружении горных пород

Для изучения закономерностей развития трещинной структуры горных пород под нагрузкой использованы результаты исследований кафедры шахтного строительства УГГУ [111]. Кубические образцы эффузивных пород Урала (пироксен-плагиоклазовый туф) со стороной порядка 1,5 см ступенчато нагружались на механическом прессе. Ступени нагрузки: 6,0; 9,6; 13,2; 14,4; 15,6; 18,3 кН. Полученные люминесцентным методом дефектоскопии электронные фотографии поверхностей образцов с помощью комплекта компьютерных программ представлялись в цифровом виде координат трещин. Эта информация послужила основой выполненного нами анализа.

Фотография трещинной структуры исходного образца приведена на рисунке 2.2.1. В ходе нагружения картина распределения трещин по размерам существенно менялась. В качестве иллюстрации на рисунке 2.2.10 показано распределение трещин в исходном образце туфа и после первого цикла нагружения.

На рисунке 2.2.11 приведен график изменения относительной концентрации трещин  $N(P)/N_0$  разного размера. Здесь пунктиром показан уровень концентрации трещин исходных пород.

На графике ясно виден рост концентрации трещин малого (левая ветвь) и большого размера (правая ветвь) при уменьшении концентрации трещин размерами 100- 200 мкм. Это

свидетельствует о том, что трещины этого диапазона размеров под действием нагрузки выросли. В то же время происходило зарождение новых трещин.



🛛 Исходные 🗖 Нагрузка

Рисунок 2.2.10 – Гистограммы распределения трещин в образцах туфа

При последующих циклах нагружения процесс развития трещинной структуры горных пород определяется зарождением, развитием и объединением трещин. Если в начальной фазе процесса еще можно проследить за развитием каждой трещины, то на завершающих стадиях трещины настолько сливаются и переплетаются, что выделить их как единичные объекты не представляется возможным. Переплетения трещин образуют кластеры, которые на фотографии выглядят как сплошные светлые области, имеющие сложные очертания. На рисунке 2.2.12 приведены фотографии трещинной структуры образцов после первого и последнего цикла нагружения. Последующее нагружение привело к разрушению образцов.



Рисунок 2.2.11 – Изменение концентрации трещин при нагружении горных пород



Рисунок 2.2.12 – Трещинная структура образцов после первого и шестого цикла нагружения

Таких кластеров (очагов разрушения) в горной породе существует множество. Они случайным образом распределены в объеме тела. Причем в ходе разрушения породы объем и очертания кластеров непрерывно меняются, и это напрямую связано с энергетическими характеристиками процесса. Количественной характеристикой этого явления также может служить фрактальная размерность. Динамику этого процесса можно рассматривать как саморазвитие под действием нагрузки кластерной структуры горных пород. Процесс может быть представлен как последовательный ряд этапов развития трещинных кластеров и присоединения их друг к другу. Эти этапы представляют собой различные уровни иерархии структуры горных пород.

Для количественной оценки кластерной структуры пород использован метод определения фрактальной размерности поверхности, используемый при радиолокации местности в аэрокосмических исследованиях [69].

Определение фрактальной размерности поверхности *d<sub>f</sub>* основано на зависимости:

$$S(\lambda) = k \,\lambda^{-df},\tag{2.2.19}$$

где *S*(λ) – площадь поверхности объекта; λ – разрешающая способность измерений (длина волны РЛС); *k* – некоторый коэффициент пропорциональности.

Отсюда ln  $S(\lambda) = \ln k - d_f \ln \lambda$  и фрактальная размерность определится как

$$d_f = -\frac{\ln S(\lambda)}{\ln \lambda}.$$
 (2.2.20)

Для реализации данной методики может использоваться метод покрытия. На изображение поверхности (фотоснимок) накладывается сетка с изменяющимся размером квадратной ячейки δ<sub>i</sub>. Для каждого типоразмера сетки определяется количество ячеек N<sub>i</sub>, занятых изображением объекта (кластером). Фрактальная размерность поверхности определяется по углу наклона графика данной зависимости, построенного в двойных логарифмических координатах:

$$d_f = \frac{\ln N}{\ln(1/\delta)} + 1.$$
 (2.2.21)

По данной методике определена фрактальная кластерная размерность для всех стадий нагружения горной породы. Анализ полученных результатов показывает устойчивый нелинейный рост фрактальной размерности дефектов поверхности по мере нагружения образцов (рисунок 2.2.13).



Рисунок 2.2.13 – Рост фрактальной размерности кластеров с увеличением нагрузки

Данную зависимость можно описать уравнением параболы вида:

$$d_f = 2,48 + 8 \cdot 10^{-5} \cdot (\sigma^2 - 8,75 \cdot \sigma). \tag{2.2.22}$$

Коэффициент достоверности аппроксимации (коэффициент детерминации)  $R^2 = 0,995$ свидетельствует о статистической надежности данной зависимости. Положительная кривизна графика отражает ускоряющийся рост дефектности пород с нагрузкой, что соответствует современным представлениям о накоплении повреждений в ходе разрушения горных пород.

Таким образом, выполненные исследования показывают динамику образования и роста кластеров при нагружении горных пород. Для исследования самого процесса формирования кластеров была рассмотрена эволюция отдельных трещин, т. е. их зарождение, рост, ветвление и торможение [111]. На основании анализа 58 трещинных объектов установлено, что по мере роста трещин их фрактальная размерность увеличивается. Это обусловлено неоднородностью строения (зернистостью) горных пород. Поскольку локальное нарушение развивается, в первую очередь, по контактам минеральных зерен, то, начиная с определенной длины (сравнимой с

размерами зерен) трещина, огибая неровную поверхность зерна, приобретает большую степень изломанности по сравнению с ее малыми ответвлениями. Количественно рост фрактальной размерности с увеличением линейной длины трещины можно описать уравнением:

$$d_{f \text{ общ}} = 1,71 \ d_{f \text{ cp}} - 0,66. \tag{2.2.23}$$

Однако в силу достаточно малой величины коэффициента корреляции (*r* = 0,57) полученное уравнение можно считать лишь общей тенденцией.

Следующей задачей является оценка динамики изменения распределения трещин в объеме пород по мере их нагружения. Для количественной оценки неоднородности распределения трещин служит *корреляционная размерность* (см. раздел 1.3). Алгоритм ее определения заключается в следующем. Каждая трещина характеризуется координатами ее средней части. На плоскости выбирается несколько референтных точек  $N_{ref(i)}$ . Вокруг каждой точки проводится окружность радиусом  $\varepsilon_{i1}$  и подсчитывается число точек, попавших внутрь этой окружности (сферы)  $n_1$ . Затем проводим окружность радиусом  $\varepsilon_{i2} > \varepsilon_{i1}$  и определяем  $n_2$ . Повторяя эту процедуру, получим ряд парных значений для каждой референтной точки  $N_{ref(i)}$ :  $\varepsilon_j - n_j$ .

При нескольких референтных точках *N<sub>ref</sub>* формула корреляционного интеграла (1.3.7) преобразуется к виду:

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N_{ref}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \chi(\varepsilon - |r_i - r_j|).$$
(2.2.24)

При реализации выше указанной процедуры вычисления производятся в следующем порядке. Для каждой единичной сферы радиусом  $\varepsilon_j$  по всем референтным точкам вычисляется корреляционный интеграл:

$$C(\varepsilon_j) = \sum_{i=1}^{N_{ref}} n_j.$$
(2.2.25)

По полученным парам значений строим график функции:

$$\log C(\varepsilon_j) = f(\log \varepsilon_j). \tag{2.2.26}$$

Способом наименьших квадратов определяем угловой коэффициент прямой, значение которого и соответствует корреляционной размерности *d*<sub>2</sub> (уравнение (1.3.9)).

Вычисление корреляционной размерности для каждого цикла нагружения туфов показывает следующую динамику (рисунок 2.2.14).

Здесь первому нагружению соответствует максимум графика, характеризующий возрастание неоднородности трещинной структуры пород. Затем корреляционная размерность снижается и стабилизируется в последующих циклах нагружения. В последней ступени нагрузки, когда состояние породы близко к разрушению и в ней резко активизируются процессы необратимых изменений (рисунок 2.2.14), величина корреляционной размерности резко возрастает. В этой связи величину корреляционной размерности представляется возможным

использовать для прогнозирования момента наступления необратимых разрушающих породу изменений (точку бифуркации). Таким критерием можно принять превышение корреляционной размерности ее максимума на первом этапе. В данных экспериментах это  $d_2 = 1,75$ .



Рисунок 2.2.14 – Изменение корреляционной размерности трещинной структуры по мере нагружения горных пород

Вероятностные аспекты распределения трещин характеризует *информационная* (или *энтропийная)* размерность (см. раздел 1.3). Для ее вычисления использован метод покрытия изображения трещинной структуры квадратными сетками с переменным шагом. Для каждой сетки размером *r<sub>i</sub>* вычисляется среднее количество информации, которое называется *информационной энтропией* 

$$I(r_i) = \sum_{j=1}^{N(r_i)} -\frac{m_j}{M} \log P_j(r_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{N(r_i)} -m_j \log P_j(r_i).$$
(2.2.27)

Вычисление энтропийной размерности производится по формуле (1.3.13). Ее значения при разном напряжении в выше описанных опытах представлено на рисунке 2.2.15.

По своей сути данная размерность, основанная на вычислении информационной энтропии, оценивает вероятностную природу формирования трещинной структуры горных пород. С увеличением однородности этой структуры растет энтропия. Снижение энтропии (как и в классической интерпретации данного термина) свидетельствует об увеличении неупорядоченности системы. Анализ графика (рисунок 2.2.15) позволяет сделать следующие выводы.



Рисунок 2.2.15 – Изменение энтропийной размерности трещинной структуры по мере нагружения горных пород

Сразу после первого нагружения за счет возникновения новых очагов нарушений (зародышевых трещин) и развития уже существовавших дефектов неоднородность трещинной структуры резко возрастает, что проявляется в экстремуме (минимуме) графика. В последующих циклах нагружения развивающиеся трещины и вновь зарождающиеся дефекты все более равномерно заполняют объем образцов, и информационная размерность монотонно возрастает. Причем темп этого возрастания закономерно снижается, и можно предположить, что в пределе график будет иметь асимптоту, соответствующую геометрической размерности поверхности  $d_0 = 2$ .

Таким образом, приведенные результаты исследований позволяют количественно оценить динамику развития трещинной структуры горных пород в ходе их нагружения. Это создает основу для прогнозирования прочности и разрушаемости горных пород на макроуровне, а также являются базой для статистических моделей динамики развития трещин.

## 2.3. Прочностные характеристики горных пород

#### 2.3.1. Сводные характеристики прочности

Прочностные характеристики напрямую определяют устойчивость пород в подземных выработках. Их исследование осуществляется, как правило, лабораторными методами (см. раздел 2.1) на образцах пород, полученных на стадии разведки месторождений. На кафедре шахтного строительства УГГУ имеется обширный банк данных по свойствам горных пород Урала. Их обобщение позволило получить сводные характеристики прочности принятых к изучению горных пород. В частности, в таблице 2.3.1 представлены такие обобщения по представительным горным породам Североуральских бокситовых месторождений.

Показатели	Интервал	Chemiee	Коэффициент
Показатель	изменчивости	Среднее	вариации
	Порфирин	าย	
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,40 - 2,85	2,68	2,6
Пористость, %	$0,\!4-8,\!4$	2,3	88
Прочность при растяжении, МПа	3,4-31,4	15	34
Прочность при сжатии, МПа	36 - 200	104	35
Сцепление, МПа	8,5 - 54,1	27	32
Угол внутреннего трения, град.	24 - 60	41	16
Модуль упругости, ГПа	18 - 84	38	30
Коэффициент Пуассона	0,22 - 0,44	0,2 7	13
Вулка	ногенно-облома	очные породы	
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,42 - 2,84	2,66	3,1
Пористость, %	0,3 – 10,10	2,4	93
Прочность при растяжении, МПа	2,5-32,0	15	43
Прочность при сжатии, МПа	20 - 222	113	35
Сцепление, МПа	6,3 - 50,5	28	36
Угол внутреннего трения, град.	29 - 67	43	19
Модуль упругости, ГПа	4-67	38	34
Коэффициент Пуассона	0,25 - 0,44	0,27	12
	Известня	ки	
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,55 - 2,75	0,68	1,0
Пористость, %	0,3 – 7,3	1,8	150
Прочность при растяжении, МПа	5,0-18,0	10,2	23
Прочность при сжатии, МПа	21 - 160	70	34
Сцепление, МПа	8 - 28	17	24
Угол внутреннего трения, град.	23 - 56	41	17
Модуль упругости, ГПа	27 - 82	55	22
Коэффициент Пуассона	0,21 - 0,45	0,36	12
	Боксить	l	
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,2-3,2	2,82	8,7
Пористость, %	1,0-35,5	19,1	44
Прочность при растяжении, МПа	0,8-18,2	5,0	52
Прочность при сжатии, МПа	12 - 156	42	91
Сцепление, МПа	2,7-31,9	10,2	89
Угол внутреннего трения, град.	28 - 66	49	18
Продолжение таблицы 2.3.1			
Модуль упругости, ГПа	12 - 110	45	25

Таблица 2.3.1 – Свойства горных пород Североуральских бокситовых месторождений

Коэффициент Пуассона	0,15 – 0,36	0,25	16

Аналогичные обобщения выполнены для основных вмещающих пород Юбилейного месторождения (таблица 2.3.2).

Таблица 2.3.2 – Свойства горных пород Ю	Обилейного медно-колчеданного месторождения
---	---

Показатели	Интервал	Сранцаа	Koodhuuueur papuauuu
Показатель	изменчивости	Среднее	коэффициент вариации
	Базальты		
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,4-3,2	2,9	3,4
Прочность при растяжении, МПа	2,6-32,5	12,6	52
Прочность при сжатии, МПа	26 - 384	148	74
Сцепление, МПа	7,4-78,3	32	53
Угол внутреннего трения, град.	38 - 64	52	5
Модуль упругости, ГПа	9-88	64	26
Коэффициент Пуассона	0,22 - 0,39	0,28	11
	Дациты		
Объемный вес, гс/см <sup>3</sup>	2,3-3,6	2,8	3,0
Прочность при растяжении, МПа	3,4-17,7	8,2	40
Прочность при сжатии, МПа	40 - 214	83	40
Сцепление, МПа	9 - 44	19	44
Угол внутреннего трения, град.	40 - 57	49	9
Модуль упругости, ГПа	30 - 95	65	21
Коэффициент Пуассона	0,23 - 0,35	0,28	11

Анализ приведенной информации свидетельствует о чрезвычайной изменчивости свойств горных пород. Поэтому использовать какие-либо усредненные данные для достоверного прогноза устойчивости пород невозможно. В каждом конкретном случае требуется непосредственное определение свойств горных пород. В частности, прочность пород определяется множеством случайных независимых факторов и может рассматриваться лишь в вероятностном аспекте. Для этого по результатам опытных данных следует установить закон распределения характеристик и определить его параметры.

По результатам исследований широкой гаммы скальных пород Урала установлено, что их прочностные характеристик имеют нормальное распределение. На рисунке 2.3.1 приведен пример распределения прочности эффузивных пород при сжатии.

62



Рисунок 2.3.1 – Распределение прочности горных пород при сжатии

Аналогичным образом установлены законы распределения различных свойств пород Североуральских и Юбилейного месторождений. В отличие от прочности другие свойства могут иметь распределения, отличные от нормального. Так, величины скорости упругих волн имеют значительную левую, а пористости – правую асимметрию. Для их описания использовано распределение Вейбулла.

Как показывает практика, свойства породного массива существенно отличаются от свойств горных пород в образце. Для перехода от лабораторных исследований прочности к породному массиву нужно исследовать и учесть влияние трех групп факторов: влажности, масштабного эффекта и реального строения массива [9].

#### 2.3.2. Влияние влажности на прочность горных пород

Механизм влияния влажности на прочность пород можно обобщенно представить следующим образом. Адсорбируясь на поверхности трещин, пор и межзеренных контактов, молекулы воды понижают поверхностную энергию горных пород. В соответствии с теорией хрупкого разрушения (теории трещин Гриффитса) это приводит к снижению прочности пород. Заполняя трещины, вода как практически несжимаемое тело производит расклинивающий эффект, способствуя развитию трещин при нагружении горных пород. При наличии в горной породе глинистых минералов и пропластков, за счет явления набухания прочность пород снижается еще более. Попадая на контакты минеральных зерен, вода играет роль смазки, облегчая межзеренное скольжение, способствуя тем самым деформации пород.

Применительно к рассматриваемым породам этот вопрос детально изучен в исследованиях кафедры шахтного строительства УГГУ [9]. Краткие выводы по итогам исследований заключаются в следующем. Степень снижения прочности скальных пород при увлажнении существенно зависит от их способности к водопоглощению. Последнее, в свою очередь, зависит от пористости пород (рисунок. 2.3.2).



Рисунок 2.3.2 – Зависимость водопоглощения от пористости горных пород

Данная зависимость описывается уравнением:

$$\Delta W = 0.031 \,\Pi^{2,4}. \tag{2.3.1}$$

Коэффициент корреляции линеаризованной зависимости R = 0,88 свидетельствует о статистической значимости данной взаимосвязи. Нелинейный характер зависимости обусловлен следующими обстоятельствами. При малых значениях П поры, как правило, изолированы и не создают путей свободного движения воды — водопоглощение пониженное. При увеличении значений пористости все большее количество трещин и пор соединяются, образуя водопроводящие каналы – процесс водопоглощения активизируется.

При увлажнении пород кривая распределения их прочности закономерно сдвигается влево (рисунок 2.3.3).

Однако корреляционный анализ взаимосвязи прочности сухих и увлажненных пород показывает отсутствие надежной статистической связи (коэффициенты корреляции менее 0,3). Это объясняется существенным различием минерального состава изученных пород. Наиболее значимым фактором является хлоритизация пород, степень проявления которой напрямую связана со снижением прочности при увлажнении пород. Типичным представителем таких литотипов являются хлорит-кварцевые породы Юбилейного месторождения. В этой связи

представляется целесообразным анализировать влияние увлажнения на прочность горных пород отдельно для каждых литотипов с учетом их минерального состава.



Рисунок 2.3.3 – Распределение прочности при сжатии сухих и увлажненных базальтов

#### 2.3.3. Масштабный эффект в горных породах

В общем случае под масштабным эффектом понимается зависимость свойств горных пород от их объема. Наиболее рельефно масштабный эффект проявляется для прочностных характеристик и заключается в уменьшении прочности горных пород с увеличением их объема. В настоящее время используется довольно много способов учета масштабного эффекта [112, 113], отличающихся как общим подходом к проблеме, так и видом уравнений эффекта. Общепризнано, что уменьшение прочности с увеличением размера образца обусловлено большей вероятностью присутствия в нем крупного (определяющего) дефекта. Поэтому представляется наиболее приемлемым использовать вероятностно-статистический подход к оценке влияния масштабного эффекта на прочность пород. Как правило, данный подход сводится к статистике экстремальных значений [114], основные положения которой можно представить в следующем виде.

- Для любого материала при данном напряженном состоянии существует определенная функция вероятности его разрушения.
- Любой по объему материал состоит из *n* первичных элементов (элементарных объемов), закон распределения прочности которых известен.
- Материал считается разрушенным тогда, когда разрушается хотя бы один первичный элемент из всей совокупности.

Развивая данный подход, В. Т. Глушко [55] использовал закономерности распределения трещин и критерий хрупкого разрушения А. Гриффитса. В предположении, что число трещин в массиве велико и их распределение по размерам описывается уравнением Коши, им обосновано уравнение масштабного эффекта в виде:

$$\sigma_{\rm v} = \sigma_{\rm min} + \beta / V^{1/k}, \qquad (2.3.2)$$

где  $\sigma_V$  - прочность образца данного объема V;  $\sigma_{\min} = \mu + \beta \cdot (-\ln P)^{1/k}$  – показатель, характеризующий минимальное статистически вероятное значение частного результата прочности при  $V \to \infty$ , соответствующее прочности неограниченного массива;  $\beta$  - параметр масштабного фактора, имеющий размерность напряжения; k – коэффициент однородности горной породы; P – принятый уровень значимости.

Для прогноза устойчивости требуется оценить степень снижения прочности пород за счет масштабного эффекта. Эта величина определится уравнением:

$$\lambda = \sigma_V / [\sigma] = \lambda_0 + m/V^{1/k}, \qquad (2.3.3)$$

где [ $\sigma$ ] – прочность породы, определяемая в лабораторных экспериментах на образцах;  $\lambda_0$  – предельное снижение прочности при  $V \to \infty$ ; *m* – параметр масштабного фактора.

Указанные величины определяются параметрами распределения прочности конкретных пород. Методика их определения дается в работе [9]. Анализ баз данных по прочности пород Урала, имеющиеся на кафедре шахтного строительства, позволил установить уравнения масштабного эффекта для изучаемых пород. Так, для указанных в таблице 2.3.1 горных пород Североуральских месторождений, параметры уравнения (2.3.3):

- порфириты: λ<sub>0</sub> = 0,40; m = 1,14; k = 3,22;
- вулканогенно-обломочные породы: λ<sub>0</sub> = 0,31; *m* = 1,21; *k* = 3,48;
- известняки: λ<sub>0</sub> = 0,29; m = 1,285; k = 3,69;
- бокситы: λ<sub>0</sub> = 0,61; m = 0,71; k = 2,05.

Для проверки применимости данной методики оценки масштабного эффекта нами была выполнена серия экспериментов по определению прочности при сжатии светло-серого известняка на кубических образцах разного объема. Результаты представлены в таблице 2.3.3.

Объем	Кал ра	Размер	Прочнос	ть при сжат	тии, МПа	
образцов,	KOJI-BO	грани	опыті	ная	расчетная	Отклонение, %
см <sup>3</sup>	ооразцов	куба, см	$\sigma_{min}$ - $\sigma_{max}$	[σ]	$\sigma_V$	
8	12	2,0	69-141	113	114	0.9
1	10	1,0	105-257	179	177	1.1
64	5	4,0	71-99	87	79	10.1

Таблица 2.3.3 – Масштабный эффект для известняков

408 3 7,4 46-64 58 60 3.3	
---------------------------	--

Приведенные данные показывают хорошую сходимость опытных и расчетных величин прочности – относительное расхождение не превышает 10 %. Такую точность следует считать приемлемой, а уравнения масштабного эффекта пригодными для изученных горных пород.

## 2.3.4. Влияние трещиноватости на прочность горных пород

Рассмотренные в разделе 2.2 закономерности поясняют физику образования и развития трещин и, следовательно, разрушения горных пород на микроуровне. Однако исследования фрактальных характеристик трещинной структуры горных пород достаточно трудоемки и требуют специально оснащенной лаборатории. Для прогноза устойчивости необходима некоторая комплексная оценка трещиноватости (нарушенности) пород, определяющая их прочность. Такая оценка может быть получена на основе предложенной О. Г. Латышевым [9] методики анализа паспортов прочности горных пород.

Паспорт прочности представляет собой огибающую предельных кругов напряжений и характеризует зависимость предельных касательных и нормальных напряжений. Выполним анализ паспорта прочности в общем виде (рисунок 2.3.4). Положение огибающей определяется двумя параметрами – величиной сцепления  $\tau_c$  и угла внутреннего трения  $\phi_c$ . Они определяются в точке пересечения огибающей с осью ординат, т. е. при  $\sigma = 0$ . Сцепление  $\tau_C$  представляет собой прочность горной породы на срез и определяется отношением силы к единичной площадке. Реальная порода всегда имеет значительное количество трещин, пор и других дефектов. Поэтому сопротивление срезу оказывает не вся геометрическая площадь сечения образца *S*, а только ее часть *S*<sub>0</sub>. При опытном определении величины сцепления разрушающая сила делится на все сечение образца  $\tau = P/S$ , а поскольку  $S > S_0$ , мы получаем заниженное сопротивление срезу. Истинное значение сцепления  $\tau_0$  может определить положение асимптоты огибающей кругов напряжений Мора.

В общем случае такая асимптота представляет собой наклонную прямую, и точка пересечения ее с осью ординат даст действительную прочность породы на срез  $\tau_0$ . Отношение  $k_c = S/S_0 = \tau_0/\tau_c$  может служить мерой трещиноватости (дефектности) горной породы. По мере увеличения сжимающих напряжений  $\sigma$  трещины и поры смыкаются и истинная площадь контакта  $S_0$  приближается к фактической площади образца S. Напротив, в области растяжения трещины раскрываются, и при  $\sigma = \sigma_p$  истинное сечение среза  $S_0$  падает до нуля и горная порода разрушается от отрыва.

67



Рисунок 2.3.4 – Анализ паспорта прочности горных пород

Перенесем асимптоту огибающей в точку  $\tau_c$ . Тогда разность ординат огибающей и линии *A* (заштрихованные участки на рисунке 2.3.4) будет соответствовать изменению прочности породы за счет смыкания или раскрытия трещин. Следовательно, график огибающей кругов напряжений Мора в координатах [ $\tau$ -*A*] можно интерпретировать как характеристику трещиноватости пород в зависимости от действующих напряжений. Разница в ординатах прямых *A* и *B* соответствует изменению предельных касательных напряжений за счет сближения (при сжатии) или удаления (при растяжении) атомов в узлах кристаллической решетки.

Уравнение касательной к огибающей в точке с абсциссой  $\sigma_i = X$  запишется в виде:

$$\tau = \sqrt{K(\sigma_p + X)} \left[ \frac{\sigma - X}{2(\sigma_p + X)} + 1 \right].$$
(2.3.4)

$$K = [2\sigma_p - 2\sqrt{\sigma_p(\sigma_p + \sigma_{cm})} + \sigma_{cm}].$$
(2.3.5)

Доказано [115, 116], что все предлагаемые уравнения, описывающие паспорт прочности горных пород, имеют приемлемую точность в диапазоне нормальных напряжений от  $\sigma = -\sigma_p$  до  $\sigma = (0,3-0,7) \sigma_{cx}$ . А при  $\sigma > \frac{1}{2} \sigma_{cx}$  график нелинейной огибающей практически вырождается в прямую линию, т. е. ее угол наклона остается постоянным. Исследованиями [117] показано, что для скальных пород касательную к огибающей кругов напряжений Мора целесообразно строить в точке с абсциссой  $\sigma_i = X = 0,7\sigma_{cx}$ . Тогда истинная величина сцепления определится в точке пересечения касательной с осью ординат:

$$\tau_0 = \sqrt{K(\sigma_p + 0.7\sigma_{cm})} \left[ 1 - \frac{0.7\sigma_{cm}}{2(\sigma_p + 0.7\sigma_{cm})} \right].$$
(2.3.6)

Угол наклона касательной в данной точке, т. е. угол внутреннего трения горной породы при  $\sigma_i = X$ , определится выражением:

$$\varphi_{\rm c} = \arctan\left(K/2\tau_0\right). \tag{2.3.7}$$

Исходя из выше приведенного анализа отношение

$$k_{\rm C} = S/S_0 = \tau_0/\tau_{\rm C} \tag{2.3.8}$$

будет характеризовать трещиноватость (нарушенность) горной породы.

Таким образом, анализ паспорта прочности позволяет оценить комплексную характеристику нарушенности (трещиноватости) горных пород в образце.

## 2.3.5. Построение паспортов прочности горных пород

Комплексной характеристикой разрушаемости горной породы является ее паспорт прочности, который выражается огибающей предельных кругов напряжений (кругов Мора). В инженерной практике ее построение для скальных пород производят по двум кругам напряжений – прочности при одноосном растяжении  $\sigma_p$  и сжатии  $\sigma_{cж}$ . Экспериментально установлено [115], что в зависимости от типа горных пород огибающую кругов напряжений можно описать уравнениями параболы или гиперболы. Реже используют циклоиду или комбинацию циклоиды с прямой. Наиболее распространенным является уравнение гиперболы, предложенное и обоснованное М. М. Протодьяконовым (младшим), методика построения которого дается в приложении к ГОСТ 21153.4-85. Сравнение различных представлений огибающей предельных кругов напряжений, выполненное в работе [12], позволяет сделать следующие выводы.

Рекомендованные уравнения огибающей дают явно завышенные углы внутреннего трения горных пород (см. таблицу 2.3.1). Действительно, если воспринимать коэффициент трения пород как  $f_{\rm rp}$  = tg  $\varphi$ , то углы  $\varphi > 45^{0}$  вообще недопустимы, поскольку при этом  $f_{\rm rp} > 1$ . Более того, анализ, произведенный С. Е. Чирковым [113] для огибающей М. М. Протодьяконова показывает, что при соотношении  $\sigma_{\rm cst}/\sigma_{\rm p} > 3$  (а это справедливо практически для всех скальных пород) угол  $\varphi$  всегда больше 45 градусов.

В этой связи предлагается оценивать этот показатель по углу наклона асимптоты, огибающей кругов напряжений (см. раздел 2.3.4) – уравнения (2.3.5 – 2.3.7). Для проверки адекватности этого предложения выполнены экспериментальные исследования по непосредственному определению угла внутреннего трения путем испытания пород на срез со сжатием. Исследовано 16 различных скальных пород Юбилейного месторождения. Результаты проведенных нами испытаний показывают следующее.

Для всех изученных пород угол внутреннего трения изменяется в интервале от 24,4 до 41,7 градусов. Среднее значение составляет  $35,0\pm2,1$  градуса при коэффициенте вариации 2,1 %. Усредненное по всем изученным породам расчетное значение данного угла (как угол наклона касательной к огибающей в точке с абсциссой  $\sigma_i = X = 0,7\sigma_{cx}$ ) составило 33,7 градуса. Эта величина находится в пределах доверительного интервала (при уровне значимости 0,05) значений угла  $\phi$ , найденных экспериментально. Таким образом, предлагаемый метод определения истинного угла внутреннего трения является достаточно надежным.

Следующей задачей является построение паспорта прочности горных пород, т. е. обоснование уравнения огибающей предельных кругов напряжений, дающей приемлемые с точки зрения выше приведенного анализа результаты. Такое уравнение предложено Г. Г. Литвинским [118] на основе разработанной им «аналитической (дифференциальной) теории прочности». Она описывает прочность структурно неоднородных и трещиноватых материалов, к которым, в первую очередь, относятся горные породы и их массивы. Уравнение паспорта прочности:

$$\tau = \tau_0 \left[ \frac{\sigma}{\sigma_0} + I \right]^a, \tag{2.3.9}$$

где параметры уравнения имеют следующий смысл.  $\tau_0 = \sigma_0 f$  – сцепление, которое интерпретируется автором как произведение когезии разрыва  $\sigma_0$  (т. е. удельной силы взаимодействия атомов горной породы), на коэффициент трения *f*. Для подавляющего большинства скальных пород когезия  $\sigma_0$  и предел прочности на одноосное растяжение  $\sigma_p$  совпадают ( $\sigma_0 = \sigma_p$ ). Для определения  $\tau_0$  предлагается следующая формула:

$$\tau_o = \frac{\sigma_{cw} \cos \varphi_c P^{-\alpha}}{2}; \qquad (2.3.10)$$

где вспомогательная функция:

$$P = \frac{\sigma_{cw}(1 - \sin\varphi_c)}{2\sigma_p} + 1.$$
(2.3.11)

Здесь эмпирический показатель α, названный Г. Г. Литвинским коэффициентом хрупкости, предлагается определять по формуле:

$$\alpha = \frac{2\sigma_0 tg\varphi_c P}{\sigma_{cxc}\cos\varphi_c},\tag{2.3.12}$$

где  $\sigma_0 = \sigma_p$ .

В соответствии с теорией Г. Г. Литвинского коэффициент хрупкости  $\alpha$  оценивает долю «сухого трения» при разрушении пород и определяется истинным контактом минеральных зерен. В этом качестве его величину можно оценить по нами предложенному показателю  $k_{\rm C} = \tau_0/\tau_{\rm c}$  (уравнение (2.3.8)). Для проверки этого произведен расчет показателя  $\alpha$  по формуле Г. Г. Литвинского (2.3.12) для пород, представленных в таблицах 2.3.1 и 2.3.2. Сопоставление результатов с предложенным нами показателем трещиноватости  $k_{\rm C}$  показало существование надежной зависимости, которую можно описать уравнением:

$$\alpha = 0.38 + 0.27 \ (1/k_{\rm c}). \tag{2.3.13}$$

Близкий к единице коэффициент корреляции уравнения связи (*R* = 0,997) позволяет надежно использовать данную зависимость при анализе и построении паспортов прочности. На основании вышеизложенного материала нами разработана компьютерная программа анализа прочности [119, 120]. На рисунке 2.3.5 приведен пример паспорта прочности базальта Юбилейного месторождения.



Рисунок 2.3.5 – Паспорт прочности базальта

Таким образом, совокупность выполненных исследований является базой для построения паспортов прочности образцов горных пород, оценки влияния влажности, масштабного эффекта и трещиноватости массива.

# 2.4. Деформационные характеристики горных пород

На первом этапе выполнены обобщение и анализ графиков деформации различных скальных пород Урала, полученных в результате многолетних исследований кафедры шахтного строительства УГГУ и сформированных в соответствующий банк данных. Указанные породы характеризуются исключительной изменчивостью деформационных характеристик. В частности, модуль упругости горных пород Североуральских бокситовых месторождений изменятся от 4 до

110 ГПа (см. таблицу 2.3.1). Для возможности сопоставления и анализа характера деформирования пород все графики приводились к относительной шкале ординат σ/σ<sub>cж</sub>·100 % (т. е. напряжения оценивались в долях от прочности пород при сжатии).

Анализ показал, что в общем случае можно выделить два типа деформационных характеристик – монолитные и нарушенные (трещиноватые) породы. В качестве критерия выделения прията величина пористости пород как некоторого аналога их нарушенности. Первый тип деформации, свойственный монолитным породам с пористостью менее 1,5-2 %, приведен на рисунке 2.4.1.



Рисунок 2.4.1 – Обобщенный график деформации горных пород первого типа

Здесь в начальной стадии (участок ОА) деформация породы обусловлена в основном смыканием трещин и может характеризоваться начальным модулем  $E_0$ . В дальнейшем берега трещины соприкасаются и начинает деформироваться собственно горная порода (участок AB). Данный линейный участок определяет непосредственно модуль упругости *E*. При достижении предела упругости  $\sigma_y$  в породе начинают происходить необратимые изменения в виде подвижки минеральных зерен, внутризеренное скольжение и пр. Эта стадия деформирования описывается модулем пластичности  $E_{пл}$ .

В исследованиях И. В. Баклашова [91] показано, что касательная к начальному участку графика деформации при сжатии соответствует модулю упругости при растяжении, а
предельный угол наклона – модулю упругости при сжатии. Тогда *E*<sub>0</sub> на графике (рисунок. 2.4.1) можно рассматривать как модуль упругости горных пород при растяжении.

Другой характер деформирования присущ трещиноватым породам (с величиной пористости более 2-5 %). На рисунке. 2.4.2 приведен типичный график деформации пород данного типа.



Рисунок 2.4.2 – График деформации трещиноватого порфирита

На графиках такого рода можно однозначно выделить лишь условный предел упругости (пунктир на графике рисунке 2.4.2), за пределами которого проявляется пластическая деформация. Однако для большинства таких трещиноватых пород, ясно выраженного линейного участка графика, соответствующего закону Гука, установить не удается. Это обусловлено тем, что наряду с упругим деформированием самого тела породы происходят процессы смыкания трещин разного размера и ориентировки, роста существующих трещин и зарождение новых нарушений (см. раздел 2.2). В этом случае с ростом нагрузки на чисто упругое деформирование скелета породы накладываются нелинейные (пластические) деформации.

В этой ситуации мерой деформации служит тангенс угла наклона касательной к графику при данном уровне напряжений. Причем эту меру терминологически некорректно называть модулем упругости. Более адекватное название – «модуль деформации». Величина этого модуля деформации для пород такого типа непрерывно изменяется с ростом напряжений. Поэтому в качестве количественной оценки деформации следует определить некоторую функцию  $F(E, \sigma)$ , характеризующую динамику смыкания трещин – функцию трещиноватости. Ее выражение опишется формулой:

$$F(E,\sigma) = E/E_0 - 1.$$
(2.4.1)

В пределе (при  $E_0 = E$ )  $F(l, \sigma) = 0$ , что будет свидетельствовать о полностью залеченных трещинах и отсутствии дефектов структуры.

Указанные исследования выполнены для принятых к изучению трещиноватых пород Урала, деформация которых относится ко второму типу. Установлено, что в начальной части графиков (т. е. до проявления пластических деформаций) зависимость функции трещиноватости от действующих напряжений о описывается уравнением квадратичной параболы вида:

$$F(E, \sigma) = a (\sigma^2 + k\sigma). \tag{2.4.2}$$

В частности, для деформации выше указанного порфирита (рисунок 2.4.2) график функции представлен на рисунке 2.4.3.



Рисунок 2.4.3 – Функция трещиноватости порфирита

Параметры уравнения (2.4.2) при  $\sigma$  (МПа):  $a = 7 \cdot 10^{-4}$ ; k = 2,5. Коэффициент достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,88$ . Данная зависимость надежно фиксируется до момента наступления в породе необратимых пластических деформаций, что вполне достаточно для оценки устойчивости горных пород. Дальнейшее катастрофическое развитие трещин, сопровождающееся разрушение пород, оценить какой-либо надежной моделью не представляется возможным.

Адекватность предлагаемой функции трещиноватости подтверждается результатами непосредственных исследований развития трещинной структуры горных пород под нагрузкой

(см. раздел 2.2). Так, характер графиков изменения функции трещиноватости (рисунок 2.4.3) и кластерной размерности (рисунок 2.2.15) аналогичен и описывается одинаковой по форме функцией – квадратичной параболой.

#### 2.5. Реологические характеристики горных пород

Реология изучает изменение деформационных характеристик горных пород во времени. Она описывается параметрами ползучести, релаксации напряжений и длительной прочностью. Для их исследования выполнены лабораторные эксперименты по изгибу балок по методике, описанной в разделе 2.1. При исследовании увлажненных образцов для предотвращения их высыхания за длительной время эксперимента они покрывались пленкой быстротвердеющего фурапласта.

Исследованы представительные горные породы Североуральских бокситовых месторождений [121]. Испытания образцов проводились в двух режимах – при прямом однократном нагружении и по схеме ступенчатой «нагрузки-разгрузки». В первом случае определялись закономерности роста деформации пород во времени при постоянной нагрузке. Режим ступенчатого нагружения позволял оценить изменение деформационных характеристик при разных уровнях нагрузки.

Для всех изученных пород наблюдался мгновенный прогиб балок, и последующий рост деформации во времени при постоянной нагрузке с все уменьшающейся скоростью. В качестве примера на рисунке 2.5.1 приведены графики ползучести порфирита в сухом и увлажненном состоянии.



Рисунок 2.5.1 – Деформация ползучести порфирита

75

Для количественного описания поведения скальных горных пород наиболее широко используется математический аппарат, основанный на теории наследственности [122, 123, 115]. Центральная идея данной теории состоит в предположении, что ползучесть различных материалов характеризуется определенной зависимостью деформации в данный момент времени от всей предыдущей истории деформирования этих материалов. Уравнение ползучести в предположении линейного закона деформирования материалов, обладающих свойством наследственности, было предложено Л. Больцманом и позднее развито В. Вольтерра:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_{0}^{t} L(t,\tau) \sigma(\tau) d\tau \right], \qquad (2.5.1)$$

где  $\varepsilon$  (*t*) и  $\sigma$  (*t*) – деформация и напряжение, соответствующие рассматриваемому времени *t*, отсчитываемому от момента начального нагружения тела  $\tau$ . В данном уравнении функция  $L(t, \tau)$ , которую можно назвать ядром ползучести, отражает (наследует) влияние единичного напряжения  $\sigma$  ( $\tau$ ), действующего в единичный промежуток времени  $\tau$ , на деформацию в момент *t*.

При испытаниях на изгиб величина мгновенного упругого прогиба в середине пролета балки прямоугольного сечения, опирающейся концами и нагруженной в середине пролета сосредоточенной силой *P*, равна

$$Y = kP/E. \tag{2.5.2}$$

Интегральный член в уравнении (2.5.1) описывает пластическую деформацию (ползучесть). Тогда, с учетом перехода от напряжения к сосредоточенной нагрузке, получим

$$Y(t) = \frac{k}{E} \left[ P(t) + \int_{0}^{t} L(t,\tau) P(\tau) d\tau \right].$$
 (2.5.3)

Таким образом, для количественного описания ползучести при изгибе достаточно выбрать вид функции ядра ползучести. Наилучшее приближение для изучаемых пород дает степенное ядро ползучести. Функцию ядра обычно принимают в виде [124]

$$L(T,\tau) = \delta \cdot (t-\tau)^{-\alpha}, \qquad (2.5.4)$$

где α и δ - параметры ядра ползучести.

Подставляя данную функцию в уравнение (2.5.3) и учитывая, что при ползучести P(t) = const, получим

$$Y(t) = Y + Y \cdot \frac{\delta}{1 - \alpha} \cdot t^{1 - \alpha}.$$
(2.5.5)

Для определения параметров α и δ преобразуем данное уравнение к виду

$$\frac{\Delta}{Y_0} = \frac{Y(t) - Y_0}{Y_0} = \frac{\delta}{1 - \alpha} \cdot t^{1 - \alpha} = A \cdot t^{ig\beta}, \qquad (2.5.6)$$

где  $A = \delta/(1-\alpha)$ ; tg $\beta = 1-\alpha$ ;  $\beta$  - угол наклона графика ползучести, построенного в логарифмических координатах. Один из таких графиков представлен на рисунке 2.5.2.



Рисунок 2.5.2 – График ползучести порфирита в логарифмических координатах

Вид графика и близкий к единице коэффициент корреляции (*r* = 0,99) подтверждают правомочность применения степенного ядра ползучести для описания изученных пород.

Исследование ползучести увлажненных образцов показало существенную активизацию их ползучести (см. рисунок 2.5.1). При этом явно выделяются две стадии ползучести (рисунок 2.5.3).



Рисунок 2.5.3 – График ползучести увлажненного порфирита

Такой характер ползучести обусловлен следующим. Основным механизмом пластической деформации ползучести является межзеренное скольжение. Вода, проникая на контакты минеральных зерен, играет роль смазки, что приводит к облегчению деформации (первая стадия). На второй стадии эти подвижки завешаются, и ползучесть переходит в более медленную стадию внутризеренного скольжения.

Обобщение и анализ, как собственных исследований автора, так и обширной базы данных кафедры, позволило определить усредненные параметры ядра ползучести для основных типов пород Североуральских месторождений (таблица 2.5.1).

Показатели	Естественная влажность	Увлажненные
Известняки		
Модуль упругости, ГПа	14,2	16,0
Относительное изменение полной деформации	1	2,91
Параметры ползучести: α1	0,81	0,64
$\alpha_2$		0,81
$\delta_1$	0,010	0,044
$\delta_2$		0,071
Эффузивные породы		
Модуль упругости, ГПа	18,5	18,5
Относительное изменение полной деформации	1	1,27
Параметры ползучести: α <sub>1</sub>	0,69	0,65
$\alpha_2$		0,81
$\delta_1$	0,008	0,057
$\delta_2$		0,085

Таблица 2.5.1 – Характеристики ползучести горных пород

Результаты опытов по циклическому нагружению образцов позволяют оценить наследственный характер ползучести. Изменение мгновенной упругой деформации прогиба балок при последовательном изменении нагрузки выражаются изохронными кривыми. Их характер (рисунок 2.5.4) показывает, что по мере возрастания нагрузки происходит смыкание трещин, что и обусловливает кривизну графика. Это соответствует результатам, полученным при исследовании деформации трещиноватых пород при сжатии (см. раздел 2.4).

Для количественной оценки относительной деформации пород во времени преобразуем уравнение (2.5.5) к виду

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \frac{\delta}{1 - \alpha} \cdot t^{1 - \alpha}, \qquad (2.5.7)$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon(t)$  – соответственно, мгновенная относительная деформация вслед за приложением нагрузки и деформация в момент времени *t*.



Рисунок 2.5.4 – Изохронная кривая порфирита

В реальном состоянии массива упругая деформация  $\varepsilon_0$  уже реализована, тогда деформация чистой ползучести:

$$\varepsilon(t) - \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \frac{\delta}{1 - \alpha} \cdot t^{1 - \alpha}$$
(2.5.8)

или

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{\delta}{1 - \alpha} \cdot t^{1 - \alpha}. \tag{2.5.9}$$

# Отсюда скорость ползучести при постоянных значениях о и Е

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{\delta \sigma}{E} \cdot t^{-\alpha}.$$
(2.5.10)

По определению ползучести  $\sigma$  = const, а модуль упругости зависит от степени трещиноватости пород. Как показано в предыдущем разделе его величина определяется функцией трещиноватости (2.4.2). В частности, для приведенной выше изохронной кривой (рисунок 2.5.4) параметры этого уравнения:  $a = 10^{-4}$ ; k = 284. Из уравнения (2.4.1) следует:

$$E = E_0 [F(E, \sigma) + 1].$$
 (2.5.11)

Тогда уравнение (2.5.10) запишется в виде:

$$\frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{\delta \sigma}{E_0[F(E,\sigma)+1]} \cdot t^{-\alpha}.$$
(2.5.12)

Отсюда можно определить скорость ползучести при данном напряжении (горном давлении).

Уравнение Больцмана - Вольтерра со степенным ядром ползучести в виде выражения (2.5.9) достаточно точно описывает процесс деформирования изученных пород во времени в диапазоне до 48 часов. Однако это уравнение не имеет асимптоты, т. е., строго говоря, пригодно лишь для описания незатухающей ползучести, когда деформация непрерывно растет вплоть до разрушения горной породы. Реальное же деформирование пород в горных выработках, как правило, имеет затухающий характер и при данном уровне напряжений деформация ползучести не превышает определенного предела.

Исследованиями О. Г. Латышева [125] установлено, что финишные участки кривых ползучести достаточно точно аппроксимируются гиперболической зависимостью вида:

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_{\max} \cdot t}{t + T_e},\tag{2.5.13}$$

где  $\varepsilon_{\text{max}}$  – предельная деформация ползучести (асимптота графика);  $T_e$  – время, за которое деформация ползучести достигнет половины максимальной для данной породы величины.

Тогда предельная деформация ползучести определится выражением:

$$\varepsilon_{\max} = (\varepsilon_i - \varepsilon_0) \cdot [1 + T_e/t_i]. \tag{2.5.14}$$

Величину  $\varepsilon_{max}$  следует определять способом «наименьших квадратов» по опытным данным финишного этапа ползучести. Так в среднем для пироксен-плагиоклазовых порфиритов в естественном состоянии  $\varepsilon_{max} = 5,8\cdot10^{-5}$ ; насыщенных водой –  $9,1\cdot10^{-5}$ .

Явление обратное ползучести – релаксация напряжений, т. е. снижение напряжений в горных породах во времени при постоянной деформации. Уравнение релаксации:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \exp(-t/t_0), \qquad (2.5.15)$$

где  $t_0$  – период релаксации, соответствующий времени, в течение которого исходные напряжения массива  $\sigma_0$  уменьшая в е = 2,71 раза. Величина периода релаксации может быть определена по результатам испытаний пород на ползучесть по уравнению:

$$t_0 = \frac{t_i}{\ln[(\varepsilon_0 - \varepsilon_{\max})/(\varepsilon_i - \varepsilon_{\max})]}.$$
(2.5.16)

Так расчеты, выполненные для ползучести порфирита дают значение  $t_0 = 1,6 \cdot 10^5$  с.

Как указано выше, в ходе ползучести меняется строение и состояние горных пород. В общем случае характеристику этих изменений можно представить в виде функции модуля деформации, изменяющегося во времени. Запишем уравнение (2.5.7) с учетом  $\varepsilon_0 = \sigma/E_0$  в виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} \left[ 1 + \frac{\delta}{1 - \alpha} \right] \cdot t^{1 - \alpha}, \qquad (2.5.17)$$

Таким образом, полученные результаты позволяют прогнозировать смещение горных пород в выработку по мере ее стояния без крепи.

## 2.6. Прогноз свойств породных массивов

Для прогноза устойчивости горных пород в подземных выработках с учетом различных схем расчетов (по заданной нагрузке и заданной деформации) необходимо оценить прочностные и деформационные характеристики породного массива. Отличие этих характеристик от свойств, изученных в образце, обусловлено, прежде всего, степенью нарушенности массива, определяемой его трещинной структурой.

## 2.6.1. Оценка нарушенности породного массива

Наиболее распространенным и рекомендуемым «Сводом правил» [6] способом оценки нарушенности массива является определение модуля трещиноватости или среднего расстояния между трещинами отдельности. На стадии проектирования эти характеристики обычно определяются по выходу керна разведочного бурения. Применительно к прогнозу устойчивости пород используются различные способы оценки нарушенности массива.

По оценке выхода керна, при разведочном бурении, в инженерно-геологической практике используется система Д. Дира [126], основанная на вычислении показателя *RQD* (Rock Quality Designation):

$$RQD = \frac{\sum l_i}{h_{cKB}},$$
(2.6.1)

где  $\Sigma l_i$  – суммарная длина кусков керна, высотой более 10 см;  $h_{ckb}$  – глубина скважины.

Более информативным является показатель Кируна [127]:

$$\alpha = (\alpha_0 + \alpha_{\kappa})/2, \qquad (2.6.2)$$

где α<sub>0</sub> – коэффициент ослабления образца; α<sub>к</sub> – коэффициент ослабления керна.

$$\alpha_0 = ph/L, \tag{2.6.3}$$

где p – число образцов из кусков керна на исследуемой длине скважины L (И. Хансаги рекомендует принимать L < 1 м); h – высота образца.

$$\alpha_{\rm K} = l_{\rm cp}/L = L_1/(kL), \tag{2.6.4}$$

где  $l_{cp}$  – средняя длина кусков керна;  $L_1$  – общая длина кусков керна, больших, чем его диаметр; k – число таких кусков керна.

Из формул (2.6.2 - 2.6.4) следует:

$$\alpha = \frac{1}{2L} \left( ph + \frac{L_1}{k} \right). \tag{2.6.5}$$

Указанные способы оценки нарушенности породного массива обладают существенным недостатком – неоднократно отмечаемой на практике зависимостью выхода керна от режимов бурения скважин. Нередко целостность керна определяется не естественной трещиноватостью массива, а биением бурового става и способом извлечения керна. Это особенно проявляется в малопрочных пачках пород. В этой связи более надежным и информативным является акустический показатель трещиноватости [128]. Перспективность данного подхода обусловлена еще и тем, что для скальных пород Урала установлены надежные взаимосвязи комплекса механических свойств и скорости упругой волны в образце [9]. Скорость волны в массиве *C*<sup>м</sup> можно определить на стадии разведки путем акустического скважинного каротажа или в условиях действующих шахт «прозвучиванием» массива.

Исследованиями кафедры шахтного строительства УГГУ [129] обоснована методика прогноза нарушенности породного массива по данным акустического каротажа. В качестве меры ослабления массива трещинами принято отношение:

$$\delta_C = C_0 / C_{\rm M}^{\ *}, \tag{2.6.6}$$

где  $C_0$  – скорость продольной упругой волны в образце;  $C_{\rm M}^*$  - приведенная скорость волны по данным акустического каротажа с учетом модуля упругости массива и действующего горного давления.

При отсутствии данных акустического каротажа для оценки ослабления породного массива обычно используется модуль трещиноватости  $J_{\rm T}$ , т. е. число трещин на 1 м толщи пород. Однако при оценке устойчивости горных пород в выработке рассматривается не весь породный массив, а лишь зона влияния выработки  $H_{\rm B}$ , которую можно представить, как

$$H_{\rm B} = 2 \ (b + X_m), \tag{2.6.7}$$

где *b* – полупролет горной выработки (половина ширины обнажения); *X<sub>m</sub>* – расстояние, на которое сказывается влияние выработки; обычно принимается расстояние от контура выработки до максимума опорного давления.

С учетом этого мерой нарушенности породного массива вокруг выработки может быть принято соотношение:

$$q = L/H_{\rm B} = J_{\rm T} \cdot H_{\rm B}. \tag{2.6.8}$$

В рекомендациях ВНИМИ [130] на основании моделирования на эквивалентных материалах предлагается следующая оценка:

$$X_{m} = \frac{a}{\frac{0.25/\ln(15\gamma H)}{1 + (\gamma H / \sigma_{cw} - 8)exp(1,22)}},$$
(2.6.9)

где а - пролет (ширина) выработки.

Анализ этого выражения показывает, что при большой величине горного давления, сопоставимого с прочностью пород  $\sigma_{cw}$  формула дает некорректные результаты. Кроме того, в реальных условиях оценка величины горного давления как гидростатического ( $\gamma H$ ) может давать значительную ошибку.

Таким образом, для оценки меры нарушенности массива (2.6.8) помимо модуля трещиноватости необходимо определить величину горного давления и размеры зоны влияния выработки. Это можно сделать на основе математического моделирования методом конечных элементов, что и является задачей данных исследований.

## 2.6.2. Прочность породного массива

Для решения проблем устойчивости требуется оценить прочность массива в целом. Решение этой задачи возможно в рамках теории академика М. А. Садовского [105], которая основана на представлении участков земной коры как самоподобной вложенной иерархической структуры. Нашими исследованиями установлены фрактальные свойства трещинной структуры горных пород. Это дает основание так же предположить, что с увеличением масштаба рассмотрения структурные свойства пород будут самоподобны, т. е. соответствовать модели М. А. Садовского.

В основу такой модели положено блочное строение пород и массивов как совокупности кубических структурных элементов. В простейшем случае каждый уровень иерархии *i* определяется путем удвоения длины каждого из ребер такого куба. Принимается, что для разрушения куба, состоящего из 8 кубов предыдущей иерархии, необходимо, чтобы разрушилось не менее двух кубиков из восьми. В этом случае вероятность разрушения породы каждого следующего уровня иерархии будет описываться с помощью биномиального распределения. В качестве нулевого уровня иерархии принимается атомарный масштаб, а в качестве физической основы – кинетическая теория прочности. В соответствии с этой теорией при отсутствии внешнего воздействия, т. е. при  $\sigma = 0$  элементарные акты разрушения и восстановления атомных связей компенсируют друг друга и происходят независимо. Разрушение тела наступает при таком уровне  $\sigma$ , когда за время восстановления  $n_i$  разрушенных элементов разрушится два и более соседних элементов.

В результате дробления блоков массив пород уплотняется, что ведет к повышению его прочности. Однако возникающие при этом новые трещины являются концентраторами напряжений и для их развития требуются меньшие по величине внешние воздействия, чем в ненарушенных областях. В результате места скопления трещин могут служить очагами более крупных (в том числе катастрофических) нарушений массива. Данный эффект уплотнения и упрочнения пород подтвержден нами и для образцов горных пород.

Обобщая известные исследования данного вопроса, можно сформулировать следующие положения (черты данной модели).

1. Разрушение горных пород определяется ростом числа и увеличением размеров трещинообразных дефектов.

2. Скорость (или вероятность) образования таких дефектов увеличивается с ростом напряжений. Однако развитие дефектов может происходить и при постоянной нагрузке.

3. При некоторой пороговой для данной породы плотности трещин происходит их лавинообразный рост, система теряет устойчивость и происходит макроразрушение горной породы с образованием плоскостей разрыва.

4. Деформация при этом складывается из собственно упругой деформации породы и раскрытия трещин, приводящего к увеличению объема тела – дилатансии.

5. Образование магистральной трещины (генерального разрыва) сопровождается падением уровня напряжений в окружающем объеме, вследствие чего рост других трещин прекращается, и число активных трещин уменьшается.

На основании такого подхода С. Н. Журковым [34] установлено, что разрушение горных пород на любом уровне иерархии *i* определяется величиной концентрационного критерия:

$$K = R_i/L_i, \tag{2.6.10}$$

где  $R_i$  – среднее расстояние между трещинами;  $L_i$  – средний размер трещины.

Доказывается, что разрушение наступает при  $K = K_{\text{кр}} \approx 2,7$ .

Развивая эту идею, С. Н. Федотов [131] вводит вероятностный критерий:

$$C(L) = L_i^3 / R_i^3, \tag{2.6.11}$$

который можно определить как концентрацию трещин размером  $L_i$ . Причем в данном случае  $R_i$  следует понимать не как расстояние между трещинами, а как линейный размер тела *i*-го уровня иерархии, т. е.  $R_i^3$  имеет смысл разрушаемого объема горной породы. В контексте данной работы эта величина соответствует зоне влияния выработки  $H_B$ . Величина C(L) рассматривается в качестве вероятности  $P_i = C(L_i)$  появления трещины размером  $L_i$ .

Таким образом, учитывая свойство самоподобия различных уровней иерархии горных пород и массивов, можно оценить их прочность и разрушаемость в любом требуемом масштабе. В основе такой оценки (нижний уровень иерархии) лежат установленные и указанные выше закономерности разрушения горных пород на микроуровне в их связи с фрактальными характеристиками трещинной структуры пород. Так, входящая в критерии (2.6.10, 2.6.11) средняя длина трещин  $L_i$  определится через их линейный размер  $L_{0i}$  формулой  $L_{\phi p} = L_0 [L_0/\delta]^{(df-1)}$ .

Показатель *R<sub>i</sub>* обратно пропорционален модулю трещиноватости породного массива *J*<sub>т</sub>. Тогда критерий разрушения на макроуровне примет вид:

$$K = \frac{R_i}{L_i} = \frac{[L_{0i} / \delta_i]^{(1-df)}}{J_i L_{0i}},$$
(2.6.12)

где  $\delta_i$  – масштаб, определяемый существом решаемой задачи и особенностями строения массива.

В общем случае снижение прочности породного массива по сравнению с образцом принято оценивать коэффициентом структурного ослабления. Строительными правилами (см. раздел 1.1) рекомендуется принимать табличные значения в зависимости от среднего расстояния между трещинами [6] или в зависимости от прочности пород с помощью различных поправочных коэффициентов [10]. И в том и в другом случае указывается на необходимость специальных исследований данного вопроса.

Исследованиями ИГД УрО РАН [132] для условий породных массивов Урала и Казахстана получена зависимость  $k_{crp}$  от модуля трещиноватости массива  $J_{T}$ 

$$k_{\rm crp} = 1/J_{\rm T} \,^{0.94}.\tag{2.6.13}$$

Однако это соотношение может использоваться только для ориентировочной оценки. В частности, здесь не учитывается важный фактор зависимости коэффициента ослабления массива от прочности слагающих его пород. Основываясь на анализе энергетических характеристик образования трещин в работах Г. П. Черепанова [133, 134] и геометрического подобия структурных блоков породного массива в работе [135] получено выражение коэффициента структурного ослабления массива:

$$k_{co} = 1 - \sqrt{\frac{L_{\min}}{L_x}} \left[ 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{cov}} \frac{\sqrt{L_{\min}}}{2.5} \right], \qquad (2.6.14)$$

где  $L_x$  – среднее расстояние между трещинами отдельности, см;  $L_{\min}$  – предельный (минимальный) линейный размер структурного блока, см.

В работе принимается  $L_{\min} = 10$  см, но указывается, что предельный размер структурного блока имеет вероятностную природу и может быть определен по изученному закону распределению трещин отдельностей массива, что на стадии проектирования произвести невозможно. Кроме того, очевидно, что ослабление массива зависит не только от распределения трещин, но также и от сил сцепления между их берегами.

Рекомендациями ВНИМИ [130] по результатам моделирования на эквивалентных материалах предлагается оценка:

$$k_{cmp} = \frac{1}{1 + q^{m_1} m_2 [\sin(2\alpha - \varphi) - C / \sigma_{cm}] \sigma_{cm}^{n} \ln(q)^{-1}}, \qquad (2.6.15)$$

где  $\alpha$  – угол падения системы трещин;  $\varphi$  – угол внутреннего трения горных пород; *C* – сцепление на контактных поверхностях отдельностей, МПа; *m*<sub>1</sub>, *m*<sub>2</sub>, *n* – эмпирические коэффициенты:  $m_1 = -0,447; m_2 = 2,34 \cdot 10^{-\xi}; n = 2,73; \xi = \ln(15\gamma H).$ 

По мнению авторов [130]: «К наименее изученным следует отнести сцепление по контактным поверхностям элементарных блоков, величину которого практически невозможно установить в условиях натуры. В то же время этот фактор может заметно влиять на изменение коэффициента структурного ослабления». Эта величина определится прочностью горных пород и геометрией (шероховатостью) трещины. Следовательно, задачей исследований является фрактальный анализ геометрии трещин.

Другой важной характеристикой является угол внутреннего трения горных пород. В разделе 2.3 показана методика определения этих углов путем анализа паспорта прочности горных пород.

В указанных выше оценках учитывается только трещиноватость массива. Однако при переходе от прочности, полученной при испытании малых образцов, необходимо учитывать и масштабный фактор. В разделе 2.3.3 приведены результаты изучения масштабного эффекта в горных породах. При расчетах устойчивости необходимо учитывать оба фактора (трещиноватость массива и масштабный эффект) в единой модели.

В исследованиях А. Н. Шашенко [83, 136] породный массив рассматривается как природная среда, нарушенная микродефектами различной природы и макродефектами в виде системы трещин, плоскостей ослабления и т. п. Для совместной оценки влияния данных факторов на прочность массива им предлагается следующая модель. Породный массив рассматривается как система плотно прилегающих друг к другу микроблоков, имеющих размеры и форму образцов, которые используются в стандартных испытаниях прочности. Те микроблоки, через которые проходит природная трещина массива, заведомо в лабораторных испытаниях не представлены и имеют нулевую прочность. Однако они содержатся в массиве и, следовательно, формируют генеральную совокупность. Тогда при организации классической выборки в статистике испытаний появятся нулевые величины. Это изменит величину дисперсии (коэффициент вариации) результатов, что и отразит влияние природной трещиноватости массива на его прочность. Вероятностный анализ данной модели позволил получить выражение коэффициента вариации прочности [136]:

$$v = \sqrt{\frac{l_m + l_0}{l_m} (v_0^2 + 1) - 1},$$
(2.6.16)

где  $l_0$  и  $v_0$  – размер образцов и коэффициент вариации определения их прочности;  $l_m$  – среднее расстояние между трещинами отдельности массива.

Используя данный показатель в работе [137] обосновано выражение для оценки коэффициента структурного ослабления в виде:

$$k_{cmp} = \frac{a+b (1-V_{\sigma})}{c (0,2J_m+1)},$$
(2.6.17)

где *а*, *b*, *c* – эмпирические коэффициенты; *V*<sub>5</sub> – коэффициент вариации единичных значений прочности в лабораторных испытаниях пород.

Анализ закономерностей распределения прочностных свойств принятых к изучению горных пород позволил получить значения данных коэффициентов: a = 0,7; b = 0,8; c = 1,25.

Таким образом, результаты проведенных исследований позволяют оценить прочностные характеристики породного массива с учетом его трещинного строения и масштабного фактора. В то же время для сопоставления прочности с напряженно-деформированным состоянием массива необходимо построение его паспорта прочности, отражающего связь предельных касательных и нормальных напряжений.

Выполненные исследования и полученные результаты, описанные в разделе 2.3, позволяют вводить поправки к лабораторным определениям прочности на влажность, масштабный эффект и трещиноватость горных пород. Для построения паспорта прочности образцов используются уравнения (2.3.9 – 2.3.13). Развивая свою теорию дифференциальной прочности, Г. Г. Литвинский [118] получил уравнение прочности массива, разбитого сеткой хаотично расположенных трещин:

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \alpha \tau_0 \left[ \frac{1 - \omega}{\sigma_0 + \sigma} + \frac{\omega}{\sigma_0 (1 - \omega) + \sigma} \right], \tag{2.6.18}$$

решение которого относительно нормальных напряжений дает:

$$\tau = (1 - \omega)\tau_0 \left[\frac{\sigma}{\sigma_0} + I\right]^{\alpha(1-\omega)} \left(\frac{\sigma}{(1 - \omega)\sigma_0} + I\right)^{\alpha\omega}.$$
(2.6.19)

Здесь в отличие от уравнения (2.3.9) появляется новый показатель  $\omega$  – характеристика нарушенности (поврежденности) массива. Однако трактовка автором показателя поврежденности  $\omega$  как «отношение площади трещин на некоторой поверхности к общей ее площади» [118] неубедительна. В такой постановке для реального напряженного массива, где трещины, как правило, сомкнуты, при любом  $\omega$ , заметно отличающемся от нуля, массив как сплошное связное тело существовать не может. В то же время несомненно, что показатель связан со степенью трещиноватости массива (концентрацией трещин или модулем трещиноватости). В работе [117] установлена связь показателя  $\omega$  с модулем трещиноватости массива:

$$\omega = 1,08J_{\rm T}^{-0.94}.\tag{2.6.20}$$

Развивая эти исследования К. С. Мартюшов [129] предложил оценивать данную величину по акустическому показателю (2.6.6), учитывающему не только трещиноватость, но и действие горного давления. На рисунке 2.6.1 представлен паспорт прочности базальта Юбилейного месторождения, построенный для образца и массива с модулем трещиноватости  $J_{\rm T} = 2,1$  1/м.



Рисунок 2.6.1 – Сопоставление паспортов прочности базальта в образце и массиве

Таким образом, имеющиеся базы данных по значениям модуля трещиноватости  $J_{\rm T}$  породного массива и коэффициентам вариации прочности пород  $V_{\sigma}$  по конкретным участкам месторождения позволяют прогнозировать коэффициент структурного ослабления массива при оценке устойчивости горных выработок.

# 2.6.3. Деформационные характеристики массива

В разделе 2.4 приведены результаты исследования деформационных характеристик горных пород, полученных при испытании образцов. В качестве наиболее информативной характеристики введено понятие функции трещиноватости. Дальнейшей задачей является распространение этих исследований на трещиноватый массив.

Наиболее надежным способом оценки деформационных характеристик массива являются натурные испытания. В работе [138] обобщен опыт компрессионных испытаний породного массива Екатеринбургского метрополитена. Основные результаты состоят в следующем.

Анализ графиков деформации породного массива, полученных при скважинных испытаниях с помощью дилатометра, позволяет условно выделить следующие стадии поведения массива под нагрузкой.

Первая стадия. На начальном этапе нагружения наблюдается снижение темпов деформирования при увеличении напряжений, что проявляется в явной нелинейности графика деформации. Такой характер деформирования определяется уплотнением породного массива за счет смыкания открытых трещин. Поскольку поверхность трещин имеет сложную геометрию, в начальной стадии в истинном контакте находятся лишь наиболее выступающие части поверхности трещин. По мере роста нагрузки эти выступы разрушаются, и площадь соприкосновения берегов трещины непрерывно увеличивается. Этим и обусловлена нелинейность графика деформации. При этом поперечная деформация практически отсутствует (коэффициент Пуассона v стремится к нулю). Количественно эту стадию можно оценить изменением функции трещиноватости (уравнение (2.4.2)) с параметрами, определяемыми особенностями трещинной структуры данного массива.

Вторая стадия. При определенном уровне нагрузки наступает достаточно полное обжатие трещин. Площадь контакта перестает расти и проявляется упругое деформирование породы. График деформации становится близким к линейному. Коэффициент Пуассона достигает величины, характерной для данного массива и становится постоянным.

*Третья стадия*. В момент достижения предела упругости в породном массиве начинаются необратимые (пластические) изменения, связанные с развитием трещиноватости и подвижками массива. Наблюдается характерный опережающий рост деформации.

Анализ компрессионных кривых по семи участкам массива показал, что в пределах каждого участка первые две стадии деформации достаточно стабильны. На третьей стадии наблюдается повышенный разброс данных, что обусловлено непредсказуемым характером сдвига массива пород по трещинам. Поэтому установление закономерностей следует производить по первым двум участкам компрессионных кривых, т. е. до достижения напряжениями предела упругости. Обобщенный график такой деформации представлен на рисунке 2.6.3.



Рисунок 2.6.3 – Типичный график деформации породного массива

Первая стадия (стадия уплотнения массива) изображена здесь линией *OA*. Вторая стадия (упругое деформирование) представлена линий *AB*. Линия разгрузки *BCDE* позволяет определить величину условно упругой  $\varepsilon_{ynp}$  и пластической  $\varepsilon_{nn}$  деформации. Отношение напряжения к общей деформации определит модуль полной деформации:

$$E_{\rm Ae\phi} = \sigma_B / \varepsilon_{\rm obilit}. \tag{2.6.21}$$

Тангенс угла наклона линии ВЕ можно считать модулем упругости породного массива:

$$E_{\rm M} = \sigma_B / \varepsilon_{\rm ynp}. \tag{2.6.22}$$

Угол наклона кривой разгрузки в ее начальной стадии (линия *BC*) может характеризовать модуль упругости слагающих массив горных пород и в этом качестве может быть сопоставлена с модулем упругости, определенным на образце в лабораторных испытаниях. Линия разгрузки *BCDE*, как правило, представляется непрерывной кривой. В этом случае в работе [84] предлагается следующий прием. Линию разгрузки разделяют на примерно равные участки таким образом, чтобы наклонная линия *CD* была параллельно линии *BE*. В этом случае модуль упругости слагающих массив пород определится выражением:

$$E_0 = \sigma_B / \varepsilon_0. \tag{2.6.23}$$

Отрезок *DE* определит величину обратимых деформаций, включающих собственно упругое деформирование пород и деформацию контактов микро- и макротрещин.

Анализ обширной фактической информации, имеющейся на кафедре шахтного строительства УГГУ [138] позволил нам получить новые закономерности. Так, установлена

достаточно надежная статистическая связь между модулем полной деформации массива и модулем упругости слагающих его пород (рисунок 2.6.4).



Рисунок 2.6.4 – Взаимосвязь модуля упругости пород и модуля деформации массива

Уравнение связи:

$$E_{\rm deb} = 0.37 \ E_0. \tag{2.6.24}$$

Достаточно высокий коэффициент корреляции (r = 0,90) позволяет использовать данную зависимость для оценки деформации массива с данной трещиноватостью по модулю упругости слагающих его пород. Для массива с другой трещинной структурой угловой коэффициент уравнения (2.6.24) будет иметь иные значения. Для оценки этого обстоятельства нами выполнен корреляционный анализ зависимости модуля деформации массива от его трещиноватости (рисунок 2.6.5).



Рисунок 2.6.5 – Модуль деформации массива с различной трещиноватостью

Уравнение зависимости:

$$E_{\rm \pi e \phi} = 2.5 \cdot 10^3 \, J_{\rm T}^{-3/4}. \tag{2.6.25}$$

Следует отметить, что каждая точка на графике отражает усредненный результат нескольких компрессионных испытаний. Всего таких опытов произведено 69. Пунктирные линии на графике обозначают разброс данных (доверительный интервал) всех испытаний.

Таким образом, полученные результаты позволяют оценить деформационные характеристики трещиноватого массива.

## Выводы по главе 2

Свойства и состояние породного массива, а также его напряженно-деформированное состояние во многом определяются трещинной структурой пород. Изучением микро- и макротрещиноватости пород установлено, что трещины являются фрактальными объектами. Их геометрия адекватно оценивается дробной фрактальной размерностью.

Неоднородность распределения трещин по объему пород оценивается их корреляционной размерностью  $d_2$ , отражающей относительное расстояние между трещинами. Установлено, что при некотором критическом значении корреляционной размерности наступает лавинообразный рост трещин и разрушение породы. Для описываемых опытов эта критическая величина (точка бифуркации) составляет  $d_2 = 1,75$ .

Вероятностный характер развития трещин оценивается энтропийной размерностью трещинной структуры пород. Установлен экстремальный характер изменения энтропийной размерности по мере нагружения образцов.

Обобщенной характеристикой трещиноватого массива является его коэффициент структурного ослабления, учитывающий модуль трещиноватости и масштабный эффект в горных породах. Рассмотрение прочности горных пород с позиций статистики экстремальных значений позволило сформировать уравнение масштабного эффекта с учетом ослабления массива природными трещинами.

На основе анализа лабораторных и натурных исследований предложена функция трещиноватости горных пород, характеризующая динамику смыкания трещин. Установлена зависимость величины этой функции от уровня приложенных напряжений.

Для прогноза деформаций породного массива во времени изучены реологические характеристики вмещающих пород. Установлен двухстадийный характер ползучести при увлажнении горных пород.

Обобщение указанных исследований позволило сформулировать методику прогноза свойств и состояния породных массивов. В основу методики положены установленные в работе закономерности: зависимость показателя нарушенности массива от характеристик его трещинной структуры; взаимосвязь модуля деформации породного массива и модуля упругости слагающих его пород с учетом модуля трещиноватости массива.

# 3. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОРОДНЫХ МАССИВОВ И ГЕОМЕТРИИ ПОДЗЕМНЫХ ВЫРАБОТОК

#### 3.1. Обоснование моделей

Анализ разнообразных гипотез, схем и методов прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке (см. раздел 1.4) в общем случае сводится к оценке соотношения напряженно-деформированного состояния (НДС) пород в окрестности горной выработки и свойств массива, окружающего выработку. Общий подход к оценке устойчивости горных пород в выработке состоит в следующем. Принимается условие устойчивости, которое можно записать в виде соотношения следующих функций  $F_i$ :

$$F_1(R) > F_2(K) F_3(\sigma),$$
 (3.1.1)

где  $F_1(R)$  – функция разрушаемости (прочности) массива на данном уровне иерархии;

*F*<sub>2</sub>(*K*) – функция концентрации напряжений на контуре выработки;

 $F_3(\sigma) - \phi$ ункция действующих в массиве напряжений.

В качестве критерия устойчивости обычно используется величина надежности, принимаемая как вероятность выполнения неравенства (3.1.1) в виде:

$$H_{\rm p} = P[F_1(R) - F_2(K) F_3(\sigma) > 0]. \tag{3.1.2}$$

На основании экспериментальных и теоретических исследований определяется конкретное математическое выражение (или система зависимостей) функций  $F_i$ , которые являются базой модели. По результатам ее реализации оценивается выполнение условия (3.1.1). Надежность, т. е. значение функции (3.1.2), определяется как отношение числа случайных реализаций, при котором условие (3.1.1) выполняется, к общему числу реализаций модели. Полученная величина надежности  $H_p$  сравнивается с нормативной  $H_H$  для данного класса выработок и делается вывод об устойчивости сооружения.

Закономерности функции разрушаемости  $F_1(R)$  рассмотрены в предыдущей главе.

Распределение напряжений в реальном породном массиве (функция  $F_3(\sigma)$ ) значительно отличается от гидростатического  $\gamma H$ . В частности, для месторождений Урала зарегистрировано крайне неравномерное распределение упругих напряжений в массиве [86]. Максимальное сжатие действует преимущественно в субширотном направлении под небольшими углами к горизонтальной плоскости, т. е. преимущественно вкрест простирания основных геологических структур. Величина максимальных сжимающих напряжений достигает на отдельных месторождениях 50 МПа. Максимальные сжимающие напряжения в массиве в 1,5 – 5,0 раз превышают напряжения от веса вышележащей толщи. Вместе с тем эти напряжения неодинаковы

для различных рудных районов и резко меняются в пределах месторождения, участка и даже отдельных блоков [139].

Данные факторы необходимо учитывать для обеспечения адекватности модели породного массива. В этой связи представляется целесообразным моделировать не весь породный массив, а некоторую его область, непосредственно влияющую на устойчивость горных пород в выработке. Тогда возникает задача определения размеров такой области. Действующие напряжения следует задавать как пригрузку модели. Так, по результатам измерения НДС породного массива Юбилейного месторождения (метод разгрузки) в работе [140] установлено, что вертикальные напряжения на глубине 300 м составляют:  $\sigma_{\rm B} = 7,5 \pm 0,6$  МПа; продольные (по простиранию):  $\sigma_{\rm пр} = 7,7 \pm 1,2$  МПа; поперечные (по падению):  $\sigma_{\rm n} = 7,6 \pm 1,0$  МПа. Анализ результатов измерений позволил установить зависимость напряжений от глубины залегания пород *H*:  $\sigma_{\rm B} = 1,01 \ \gamma H$  ( $\gamma$  в MH/m<sup>3</sup>);  $\sigma_{\rm np} = 1,04 \ \gamma H$ ;  $\sigma_{\rm n} = 1,03 \ \gamma H$ .

Для оценки НДС породного массива в окрестности выработки применяется математическое моделирование (см. раздел 1.5). Наиболее перспективным является метод конечных элементов (МКЭ) [98, 141]. По своей сути метод конечных элементов опирается на расчет НДС в предположении линейно-упругих связей между узловыми точками этих конечных элементов. Однако реальный массив заведомо не является идеально упругой однородной средой.

Применительно к рассматриваемому в работе трещиноватому массиву используются различные подходы (см. раздел 1.5). Выполненный нами анализ показывает, что наиболее адекватным (в рамках решаемых в диссертации задач) является подход К. В. Руппенейта [100]. Он вводит понятие эффективного модуля упругости породного массива, где трещины рассматриваются как отдельные слои с особыми свойствами. Нашими исследованиями, приведенными в разделе 2.2, рассмотрены эти свойства с фрактальных позиций, что позволяет дополнить и конкретизировать методику К. В. Руппенейта. Фрактальная природа трещиноватых массивов отмечается и другими исследователями. Так, анализ горно-геологических условий месторождений Урала, выполненный А. Д. Сашуриным и А. А. Барях [71], показывает, что закономерности распределения НДС (формы и размеров областей нарушений) зависят (в том числе) от фрактальных характеристик межблоковых трещин и в целом фрактального строения шахтных полей.

Другой важной задачей, требующей дополнительных исследований, является оценка концентрации напряжений на контуре выработки (функция  $F_2(K)$ ). Существующие расчетные методы ориентированы на выработки правильной геометрической формы с гладким контуром, что не соответствует реальной ситуации, особенно при сооружении выработок буровзрывным способом.

Таким образом, формирующие функцию устойчивости (3.1.1) параметры имеют вероятностную природу. Напряженно-деформированное состояние породного массива определяется методом конечных элементов. Для адекватности расчетов в начальных и граничных условиях модели необходимо задавать вероятностные параметры трещинной структуры породного массива.

# 3.2. Статистическое моделирование трещинной структуры горных пород и массивов

Трещинная структура породного массива формировалась в течение всей его геологической истории. Этот процесс определялся множеством независимых случайных факторов, учесть которые в единой детерминированной модели не представляется возможным. Поэтому параметры трещиноватости массива следует рассматривать в вероятностном аспекте. В этом случае наиболее эффективным способом моделирования является метод Монте-Карло [101, 102]. По классическому определению – это численный метод решения математических задач при моделировании случайных величин.

Существо метода заключается в многократном розыгрыше вероятностной модели и статистической обработке полученных результатов. Возможность получения сотен и тысяч реализаций модели повышает надежность получаемых результатов. При этом главным условием является адекватность математической модели реальному процессу. Это обеспечивается надежным установлением закономерностей протекания процесса и сопоставлением результатов функционирования модели характеристикам процесса в реальных условиях для конкретной горной породы.

Имитация вероятностных аспектов процессов и явлений основана на генерации случайных чисел. Например, в системе электронных таблиц *Microsoft Excel* появление случайного равномерно распределенного числа в интервале от 0 до 1 вызывается командой «СЛЧИС()». Такие числа образуются, как правило, путем вычета (или деления) последовательного ряда чисел, возводимых в разную степень с отбросом целой части получаемого результата. Эти числа, вычисляемые по формуле, имеют периодичность и не являются строго случайными. Их называют *псевдослучайными*, но величина периода повторяемости этих чисел настолько велика, что для решения инженерных задач их вполне можно принимать как случайные.

Характеристики свойств горных пород и параметры их трещиноватости имеют различные установленные нами законы распределения (см. Главу 2). Равновероятные события

моделируются *равномерным распределением* в установленном интервале значений [*a*, *b*]. Дифференциальная функция распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & npu \, a < x < b; \\ 0 & npu \, x < a \, u \, x > b. \end{cases}$$
(3.2.1)

Интегральная функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & npu \, x < \, a; \\ \frac{x \cdot a}{b \cdot a} & npu \, a < x < \, b; \\ 1 & npu \, x > b. \end{cases}$$
(3.2.2)

Математическое ожидание M(x) = (a + b)/2. Дисперсия распределения  $S^2 = (b - a)^2/12$ .

Генерация случайных чисел:

$$X_1 = a + (b - a) r_i, (3.2.3)$$

где *r<sub>i</sub>* – равномерно распределенное случайное число в интервале [0; 1] - задается генератором случайных чисел на компьютере.

Большинство свойств горных пород и характеристик трещин *имеет нормальное распределение*. Его дифференциальная функция:

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x_i - a)^2}{2S^2}\right],$$
 (3.2.4)

где *a* – истинное значение измеряемой величина, оценкой которого является среднее арифметическое; *S* – среднее квадратическое отклонение.

Интегральная функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[-\frac{(x_i - a)^2}{2S^2}\right] dx.$$
 (3.2.5)

Мода и медиана распределения совпадают по величине со средним арифметическим, а асимметрия и эксцесс равны нулю.

Генерация случайных чисел:

$$X_{n} = \left(\sum_{i=1}^{12} r_{i} - 6\right)S + a.$$
(3.2.6)

Достаточно часто, например, при воздействии на измеряемую величину некоторого односторонне действующего фактора, наблюдается значительная асимметрия распределения опытных данных. При этом наиболее точно нормальным распределением описывается не сама измеряемая величина, а ее логарифм. В этом случае имеет место *логарифмически нормальное распределение*.

<u>Генерация случайных чисел:</u>

$$X_{ln} = \exp(X_{ni}S + a),$$
 (3.2.7)

где *X<sub>ni</sub>* – нормально распределенное случайное число.

*Распределение Вейбулла* является наиболее универсальным, поскольку может описывать данные с любым типом асимметрии, в том числе, и распределенные нормально. В общем случае интегральная функция распределения Вейбулла записывается в виде:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{x^{\beta}}{\alpha}\right] & npu \ x \ge 0; \\ 0 & npu \ x < 0. \end{cases}$$
(3.2.8)

Плотность вероятности (дифференциальная функция):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} x^{\beta-1} \exp\left[-\frac{x^{\beta}}{\alpha}\right] & npu \ x \ge 0; \\ 0 & npu \ x < 0. \end{cases}$$
(3.2.9)

Для описания экспериментальных данных интегральную функцию Вейбулла (3.2.8) удобно записывать в виде:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\left(\frac{b \ x_i}{\overline{X}}\right)^m\right] & npu \ x \ge 0; \\ 0 & npu \ x < 0. \end{cases}$$
(3.2.10)

где  $\overline{X}$  - среднее арифметическое; *b* и *m* – параметры распределения.

Генерация случайных чисел:

$$X_{\nu} = [-\alpha \ln (1 - r_i)]^{1/\beta}.$$
 (3.2.11)

Для перехода к уравнению (3.2.10) нужно положить:  $\beta = m$ ;  $\alpha = (b/X_{cp})^{-\beta}$ .

В основу модели закладываются установленные закономерности, выраженные конкретными функциями с учетом вероятностей вариации их параметров.

Породный массив имеет, как правило, блочное строение, сформированное системами трещин с самой разной геометрией. Для задания начальных условий в модели массива и оценки НДС методом конечных элементов требуется определить некоторую усредненную (наиболее вероятную) трещину и исследовать ее характеристики. Для этого по натурным замерам и электронной фотографии обнажений по известным методикам выявляются системы трещин, и производится их фрактальный анализ. Методика такого анализа обсуждается в разделе 2.2. В итоге оценивается вероятностное распределение трещин по их длине и фрактальной размерности. Эти данные являются основой модели генерации траектории представительной трещины.

# Моделирование на основе фрактального броуновского движения

Удобным и наглядным способом реализации такой модели служит компьютерная графика, а ее инструментарий базируется на теории итерированных функций [142]. В общем случае итерированные функции задают пошаговое изменение некоторого объекта в соответствии с заданным алгоритмом. Результат его применения называется *аттрактором*. Развитие природных фрактальных объектов имеет вероятностный характер. Поэтому в алгоритм построения фрактала в этом случае вносится элемент случайности, и такой алгоритм называется *рандомизированным*. При компьютерном моделировании элемент случайности задается с помощью генератора случайных чисел.

Для графической реализации модели используется *«тертл-графика»* (*turtle* – черепаха). При этом точка (черепашка) движется по экрану дискретными шагами, прочерчивая свой след. Уравнения ее движения:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \Delta a_i \sin \beta_i; \\ y_{i+1} = y_i + \Delta a_i \cos \beta_i. \end{cases}$$
(3.2.12)

Угол поворота траектории β по известным параметрам распределения определит начальный угол развития трещины, т. е. первой итерации. На последующих шагах для учета «эффекта памяти» за исходный угол β следует брать его величину на предыдущей итерации и на данном шаге генерировать лишь отклонение от этого угла по установленному закону распределения.

Приращения координат ∆*a<sub>i</sub>* определяются моделью фрактального броуновского движения [63]. В этом случае приращение:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1), \tag{3.2.13}$$

есть случайная величина, имеющая нормальное распределение вида:

$$P(\Delta x < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t_2 - t_1)^H} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma(t_2 - t_1)^H}\right)^2\right] du, \qquad (3.2.14)$$

где *и* – равномерно распределенная в интервале от 0 до 1 случайная величина.

Таким образом, приращение подчиняется распределению Гаусса с нулевым математическим ожиданием и дисперсией:

$$D = M[(x(t_2) - x(t_1))^2] = \sigma^2 |t_2 - t_1|^{2H}, \qquad (3.2.15)$$

где  $t_2 > t_1$  – шаг приращения координаты трещины вдоль линии ее простирания (по оси абсцисс);  $\sigma$  – масштабный коэффициент.

Математическое ожидание приращений, т. е. их средняя величина, составит:

$$M[x(t_2) - x(t_1)] = \sqrt{2/\pi} \ \sigma(t_2 - t_1)^H.$$
(3.2.16)

Величина масштабного коэффициента определится средним квадратическим отклонением координат трещины от ее средней линии *S*, полученным в результате анализа трещин породного массива:

$$\sigma = \sqrt{\frac{S^2}{\left|t_2 - t_1\right|^{2H}}};$$
(3.2.17)

где H – показатель Гельдера, однозначно связанный с фрактальной размерностью трещин. Для плоской задачи  $H = 2 - d_f$ .

На основе указанной процедуры составлена компьютерная программа моделирования развития трещины по законам фрактального броуновского движения. Алгоритм программы может быть представлен в следующем виде.

1. На вход программы подаются значения:

- координат одной из вершин трещины X(0) Y(0);
- длины трещины *L*;

- ее фрактальной размерности d<sub>f</sub>;

- шаг приращения трещины в каждой итерации *t*;

- среднее квадратическое отклонение превышений – *S*;

- параметров распределения углов развития трещин (среднее арифметическое и стандартное отклонение).

2. Программа производит вычисления:

- значения показателя Гельдера  $H = 2 - d_f$ ;

- масштабный коэффициент

- начального угла развития трещины и доверительный интервал его изменчивости.

3. На каждой итерации (шаге) генерируются приращения трещины и их направление (угол).

4. На выходе программы фиксируется матрица координат трещины при каждом шаге ее развития и графическое изображение моделируемой трещины.

В качестве примера на рисунке 3.2.1 представлена реализация компьютерной программы для двух случайных траекторий трещины при фрактальной размерности  $d_f = 1,173$ , среднеквадратическом отклонении S = 0,1 (нижняя кривая) и S = 0,3 (верхняя кривая).

Возможность розыгрыша большого числа вариантов развития трещины в одних и тех же условиях позволяет получать надежные статистические характеристики трещин путем усреднения множества реализаций результатов моделирования. Кроме того, разработанная компьютерная программа позволяет моделировать самые разные условия развития трещин в горных породах. Так, координаты вершины трещины и ее длина могут задаваться для конкретных участков породного массива или генерироваться случайным образом по ранее установленным характеристикам трещинной структуры массива. В результате может исследоваться наиболее вероятная картина блочного строения породного массива.



Рисунок 3.2.1 – Реализация компьютерной программы развития трещины

## Моделирование методом срединных смещений

Описанная выше модель основана на чисто вероятностной реализации известных распределений различных характеристик трещин. Но нередко возникает ситуация, когда природная трещина имеет характерный рельеф и некоторые узловые точки траектории, по которым моделируемая трещина обязательно должна проходить. Это могут быть, например, точки перегиба, границы блока, выхода на обнажение и пр. В этом случае используется для моделирования метод «срединных смещений» [142].

Идея метода состоит в вычислении случайного смещения точки, находящейся посередине отрезка прямой, соединяющей узловые точки. Затем определяется срединное смещение полученных 2, 4, 8, ...,  $2^{(n+1)/2}$  отрезков, где n – число требуемых шагов (итераций).

Последовательность данной процедуры можно представить следующим образом.

1. Задаются координаты двух характерных точек трещины: x(0) - y(0); x(1) - y(1).

2. На первом шаге (*n* = 1) вычисляются координаты срединной точки отрезка, соединяющего данные вершины:

$$x(1/2) = [x(0) + x(1)]/2; \qquad (3.2.18)$$

$$y(1/2) = [y(0) + y(1)]/2$$
(3.2.19)

и срединное смещение:

$$\Delta y = 1/2 \, S \, g, \tag{3.2.20}$$

где *g* – случайное значение функции нормального распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Определяется запуском генератора гауссовских случайных чисел – уравнение (3.2.6).

Параметр *S* представляет собой масштабный коэффициент по оси ординат (координате *Y*) и определяется по установленным характеристикам трещиноватости горной породы. Его можно представить как доверительный интервал возможных отклонений трещины от линии, соединяющей ее вершины. Он может быть установлен в ходе изучения достаточно большого числа различных трещин или по результатам множественной реализации указанной выше рандомизированной модели. При необходимости величину *S* можно изменять произвольно таким образом, чтобы полученная реализация модели с ограничениями наиболее точно описывала реальную трещину.

3. На втором (n = 2) и последующих шагах вновь получаемым координатам каждого отрезка присваиваются обозначения x(0) - y(0); x(1) - y(1), и вся процедура повторяется n раз. Конечное число шагов n может быть выбрано заранее с учетом разрешающей способности измерений трещины в опыте или корректироваться (увеличиваться) в ходе процедуры моделирования для получения удовлетворительного результата.

С каждым шагом моделирования длина рассматриваемых отрезков уменьшается, и в этой связи срединные смещения Δу также должны уменьшаться в пропорции:

$$\Delta y(t) = \frac{1}{2^{kH}} \sigma \sqrt{1 - 2^{2H-2}} g.$$
(3.2.21)  
 $t = k/2^n$  при  $k = 0, 1, ..., 2^n.$ 

На основании данного алгоритма составлена компьютерная модель. Реализация первых двух шагов модели показана на рисунке 3.2.2.



Рисунок 3.2.2 – Реализация метода срединных смещений

В методе срединных смещений жестко задаются координаты узловых точек, однако же, и сами эти координаты имеют случайную природу. Вместе с тем сами узловые точки выбираются не случайно – они фиксируют положение трещины в пространстве и задают степень ее извилистости. Разрешить эти противоречия позволяет модель, основанная на алгоритме Фосса (*Voss R. F.*) [143].

В одномерном случае *алгоритм Фосса* представляет собой рекурсивную последовательность сложений значений некоторой псевдослучайной функции  $x_{i-1}$  случайными приращениями  $\Delta x_i$ :

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i, \tag{3.2.22}$$

где  $\Delta x_i$  – значения несмещенной нормально распределенной случайной величины с заданным средним квадратическим отклонением *S<sub>i</sub>*.

Пусть имеется некоторая последовательность точек координат трещины x = f(t), где t - проекция траектории трещины на ось абсцисс. Предположим, точки равномерно распределены по оси t. Обозначим: i – номер поколения генерации точек. Коэффициент разбиения:

$$r = \Delta t_i / \Delta t_{i-1}, \tag{3.2.23}$$

где  $\Delta t_i$  и  $\Delta t_{i-1}$  – приращения по независимой переменной для двух последовательных поколений.

Например, в исходной траектории (i = 1) было 3 точки с  $\Delta t_{i-1} = 0,5$ . Во втором поколении  $\Delta t_{i-1} = 0,25$ . Тогда r = 0,25/0,5 = 1/2 = 0,5. В этом случае число точек для *i*-го поколения фрактальной функции:

$$N_i = N_{i-1}/r - 1 = 3/0, 5 - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Среднее квадратическое отклонение приращений:

$$S_i = S_{i-1} \cdot r^H,$$
 (3.2.24)

где H – показатель Хёрста (0 < H < 1), т. е. S непрерывно уменьшается от поколения к поколению. Этот показатель связан с фрактальной размерностью:  $H = 2 - d_f$ .

В модели на каждом шаге итерации вычисляется среднее квадратическое отклонение по формуле (3.2.24) и с помощью генератора случайных чисел по формуле нормального распределения определяется величина приращений  $\Delta y_j$  и новые координаты  $y_i = y_{i-1} + \Delta y_i$ .

На рисунке 3.2.3 показан пример реализации модели.

Здесь маркерами отмечены узловые точки; линия трещины получена в результате трех итераций модели.



Рисунок 3.2.3 – Реализация алгоритма Фосса в модели генерации трещины

Таким образом, описанные выше модели позволяют определять вероятную траекторию трещины, представляющую особенности трещинной структуры породного массива. Полученная траектория используется в дальнейшем для анализа закономерностей формирования НДС массива методом конечных элементов.

## 3.3. Дилатансия горных пород

# 3.3.1. Дилатансия при сдвиге горных пород по трещине

Важнейшим фактором, определяющим напряженно-деформированное состояние (НДС) породного массива, является дилатансия, т. е. раздвижка берегов трещины при их сдвиге за счет подъема по неровностям извилистости. Общую модель трещины можно представить сочетанием линии извилистости и шероховатости (рисунок 3.3.1).



Рисунок 3.3.1 – Модель дилатансии горных пород

Здесь пунктиром обозначен профиль трещины, который можно интерпретировать как извилистость с характерным углом наклона граней  $\alpha$ . Сплошная линия показывает более мелкие выступы (шероховатость) с углом наклона зубьев  $\beta$ . При сдвиге породы по такой трещине в направлении действия напряжения  $\tau$  контактирующие поверхности будут не только смещаться, но и удаляться друг от друга вследствие наклона поверхностей скольжения. Так, выделенная поверхность скольжения *AB* будет иметь угол наклона  $\gamma = \alpha + \beta$ . Такое раскрытие трещины обусловливает расхождение (дилатансию) контактирующих поверхностей. Этот процесс полностью реализуется при отсутствии внешних сжимающих усилий  $\sigma$ . В породном массиве, т. е. при наличии горного давления, возникает препятствие свободному расхождению поверхностей. За счет этого будет возникать дополнительное нормальное давление в плоскости контактов.

Таким образом, можно считать волнистостью те неровности берегов трещины, которые определяют дилатансию горных пород, а шероховатостью – неровности, срезаемые в процессе сдвига. Очевидно, что эти показатели не могут быть константами трещины. По мере наращивания сжимающих усилий σ все больше неровностей будет переходить из категории волнистости в понятие шероховатости. Кроме того, в процессе разрушения зубьев будет меняться и сама геометрия трещин. Все эти сложные взаимовлияющие условия невозможно описать какойлибо аналитической моделью. Поэтому основой оценки дилатансии являются экспериментальные исследования.

Для их обеспечения на кафедре шахтного строительства УГГУ разработан и изготовлен лабораторный стенд, позволяющий проводить эксперименты по сдвигу горных пород по трещине. Установка позволяет фиксировать величину продольных и поперечных деформаций сдвига индикаторами часового типа с точностью измерений 0,001 мм. Для испытаний приняты образцы гранита. Трещины образовывались путем раскалывания образцов линейно сосредоточенной нагрузкой (клиньями). Осуществлен сдвиг образов по трещинам с приложением сжимающей нагрузки 2, 14 и 34 кПа. Результаты измерения продольной и поперечной деформации при сдвиге приведены на рисунках 3.3.2 и 3.3.3.

Взаимосвязь поперечных и продольных деформаций при сдвиге образцов по трещине показана на рисунке 3.3.4. Здесь не отмечается такой явной дифференциации графиков в зависимости от усилий прижатия образцов, как это проявляется на рисунках 3.3.2 и 3.3.3. Вместе с тем характер зависимостей заметно различается.

105



Рисунок 3.3.2 – Продольная деформация сдвига



Рисунок 3.3.3 – Поперечная деформация сдвига (дилатансия)



Рисунок 3.3.4 – Взаимосвязь продольных и поперечных деформаций пород при сдвиге

Таким образом, рост поперечной деформации (дилатансии) пород при сдвиге определяется только геометрией трещины. Прежде всего, это подъем по неровностям, характеризуемым углом извилистости. Кроме того, при срезе зубцов шероховатости продукты разрушения, попадая между берегами трещин, также вызывают дилатансию. Поэтому необходимо учитывать обе характеристики трещины – коэффициент шероховатости Кш и извилистость α.

Тангенс угла наклона графиков зависимости поперечной и продольной деформации пород при сдвиге по трещине принято называть параметром дилатансии  $\eta_{kp}$  [144]. Для реальных трещин эта зависимость может быть нелинейной. В этом случае параметр дилатансии определяется тангенсом угла наклона касательной к графику деформации. Проведенные исследования позволяют определить его величину. Для первых двух образцов зависимость близка к линейной, и параметр дилатансии определяется однозначно:  $\eta_{kp1} = 0,14$ ;  $\eta_{kp2} = 0,28$ . При сдвиге третьего образца зависимость явно нелинейна, и  $\eta_{kp3}$  может быть определен по углу наклона финальной части графика (рисунок 3.3.5). В этом случае  $\eta_{kp3} = 0,33$ .

Параметр дилатансии зависит от геометрии трещин и прочности материала ее берегов. В этом качестве он определяет ход процесса сдвига. Так, для определения прочности при сдвиге пород по трещине в работе [144] предлагается модифицированное уравнение Кулона:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg}(\varphi + \operatorname{arctg} \eta_{\kappa p}) + C, \qquad (3.3.1)$$

где ф и С – угол внутреннего трения с сцепление горных пород.



Рисунок 3.3.5 – Дилатансия образца №3 гранита

Для описанного выше эксперимента такой паспорт прочности показан на рисунке 3.3.6.



Рисунок 3.3.6 – Паспорт прочности при сдвиге гранита по трещине

В расчетах принята средняя величина параметра дилатансии  $\eta_{\kappa p} = 14$  град. Обработка экспериментальных данных показала, что данная порода имеет угол внутреннего трения  $\phi = 54$  град и сцепление C = 7 кПа.

При достаточно хорошей аппроксимации опытных данных уравнением (3.3.1) заметно, что зависимость предельных нормальных и касательных напряжений при сдвиге должна быть нелинейной, что следует из самого механизма сдвига. Адекватное построение паспорта прочности осложняется тем, что во всех трех опытах геометрия трещин была различной. И в принципе многократно испытать одну и ту же трещину не представляется возможным. В этой связи наиболее эффективным способом оценки дилатансии горных пород является метод статистического моделирования, позволяющий анализировать сдвиг породы с одной и той же геометрией при различных внешних условиях.

## 3.3.2. Модель дилатансии горных пород

При составлении модели дилатансии первым этапом следует выполнить анализ геометрии трещины, т. е. определить характеристики ее шероховатости и извилистости в вероятностном аспекте (см. рисунок 3.3.1). Для этого разработан комплекс компьютерных программ. Исходными данными являются координаты трещины. Это могут быть данные, полученные на модели (см. раздел 3.2) как наиболее вероятные траектории реальных трещин массива. При исследовании конкретных образцов пород координаты трещины могут быть получены их продольным профилированием или путем расшифровки электронных фотографий трещин.

Рассмотрим реализацию компьютерных программ на примере анализа трещин гранита, испытания которого описаны в предыдущем разделе. Перед выполнением экспериментов по сдвигу были получены электронные фотографии следов трещины на образцах. По разработанной
на кафедре шахтного строительства процедуре определены их координаты. На рисунке 3.3.7 представлены их графические изображения.



Рисунок 3.3.7 – Траектории трещин на образцах (координаты в мм)

Поскольку дилатансия горных пород определяется показателями шероховатости и извилистости трещин, первой задачей является выделение и количественная оценка данных показателей. Эта задача подробно рассмотрена в диссертации В. В. Франца [145]. Здесь проработана процедура разделения данных характеристик на основе спектрального анализа траекторий трещин. Линия извилистости аппроксимируется кусочно-линейными функциями. На рисунке 3.3.8 дана иллюстрация этой процедуры для одной из трещин гранита (образец №3). На поле графика показаны параметры аппроксимирующих функций. Соответственно углы извилистости выделенных участков составляют: 0,3; 5,8; 3,4; 2,5; 3,1; 0,1 град и в среднем  $\alpha_B = 2,5$  град.



Рисунок 3.3.8 – Аппроксимация линии извилистости трещины кусочно-линейными функциями

Следующим этапом определяются превышения координат трещины над линией извилистости, т. е. определяется линия шероховатости (рисунок 3.3.9).



Рисунок 3.3.9 – Линия шероховатости трещины (размеры в мм)

Исследованиями [108, 145] установлено, что коэффициент шероховатости надежно определяется фрактальной размерностью линии трещины:

$$K_{\rm III} = 0.5 \ d_f^{5.2}. \tag{3.3.2}$$

Следующей программой, включенной в общий блок компьютерного анализа, вычисляются статистические характеристики линии шероховатости и ее фрактальная размерность. Для рассматриваемой трещины  $d_f = 1,877$ . Коэффициент шероховатости в соответствии с уравнением (3.3.2) составляет Кш = 13,2. Реализация указанных программ позволила установить характеристики всех трех трещин испытываемых образцов гранита. Результаты приведены в таблице 3.3.1.

Таблица 3.3.1 – Геометрические характеристики трещин

Показатели	Образец №1	Образец №2	Образец №3	Средние
Извилистость, град	5,8	4,3	2,5	4,2
Фрактальная размерность	1,74	1,80	1,87	1,81
Коэффициент шероховатости	9,1	10,7	13,2	11,0

Анализ экспериментальных данных показывает, что в качестве комплексной характеристики геометрии трещин следует принимать отношение угла извилистости и коэффициента шероховатости α/Кш. Величина данных параметров для рассматриваемых трещин приведена в таблице 3.3.1. Корреляционный анализ показывает надежную статистическую связь данных характеристик (рисунок 3.3.10) – коэффициент корреляции *r* = 0,97.



Рисунок 3.3.10 – Оценка параметра дилатансии по геометрическим характеристикам трещины

В общем виде данная зависимость описывается уравнением:

$$\eta_{\rm kp} = k_{\rm \sigma} \left(1 - \alpha_{\rm B}/{\rm Km}\right), \tag{3.3.3}$$

где  $k_{\sigma}$  – эмпирический коэффициент, зависящий от прочности материала берегов трещины. В данном случае (для трещин гранита)  $k_{\sigma} = 0,42$ .

Полученная информация позволяет разработать компьютерную модель дилатансии при сдвиге горных пород по трещине [67, 107]. Общая дилатансия определится тремя процессами: поднятием по линии извилистости; разрушением зубьев шероховатости и сближением берегов трещины за счет смятия ее поверхностей нормальными усилиями прижатия.

Поперечная деформация (дилатансия) при сдвиге породы по линии извилистости на величину u определится как  $v_{\rm H} = u$  tg  $\alpha$ . Дилатансию за счет шероховатости трещины можно представить следующей моделью (рисунок 3.3.11).



Рисунок 3.3.11 – Модель зуба, определяющего дилатансию за счет шероховатости трещины

Выполним анализ модели зияющей трещины, имеющей некоторые начальные области соприкосновения ее берегов. В этом случае ширина ее раскрытия *u*<sub>0</sub> (расстояние между средними линиями берегов трещины) меньше суммарной высоты зубьев. В противном случае реальная трещина будет иметь заполнитель, как правило, меньшей прочности, чем сама горная порода, и сопротивление срезу будет определяться прочностью заполнителя. Такая задача имеет очевидное решение.

На первой стадии определим характер сдвига трещины при отсутствии прижимающего напряжения  $\sigma$ . Сопротивление сдвигу  $\tau$  определится усилиями среза зубьев шероховатости и подъема по линии извилистости. Предельное значение  $\tau_{max}$  определится относительной суммарной площадью контактов  $\xi$  и прочностью монолитной породы на срез  $\tau_c$ :

$$\tau_{\rm max} = \xi \, \tau_{\rm c}. \tag{3.3.4}$$

Установлено, что размер зубьев шероховатости по высоте имеет нормальное распределение, т. е. наиболее вероятной оценкой является их среднее значение. Тогда можно усреднить значения высоты и основания зубьев. В модели на рисунке 3.3.11 общая динамика сдвига определяется поднятием на зубец трещины h и опусканием h - K за счет смятия (разрушения) неровностей трещины. В данной модели сдвиг трещины по кривой траектории на величину  $u_{\Gamma}$  сопровождается ее поднятием (дилатансией) на величину K. Срез зуба произойдет в площадке (пунктир на графике, рисунок 3.3.11), где действующие напряжения сдвига  $\tau_i$  превысят прочность породы  $\tau_c$ .

В плоской модели длина такой площадки:  $L_i = (\tau_i / \tau_c) B$ , где B – основание зуба. Отсюда из геометрических соображений:

$$dh = h - K = \left(\frac{\tau_i}{2\tau_c}B\right) tg \ \beta. \tag{3.3.5}$$

$$K = h - \left(\frac{\tau_i}{2\tau_c}B\right) tg \ \beta. \tag{3.3.6}$$

Горизонтальное смещение трещины в этом случае:

$$u_{\Gamma} = (2h - K)/ \operatorname{tg} \beta.$$
 (3.3.7)

Переходя от модели зуба к реальной трещине можно принять:  $\tau_i = \xi \tau_c$ , где  $\xi$  - суммарная длина контактов трещины при данном усилии прижатия  $\sigma$ ;  $\beta$  - средний угол наклона всех зубьев реальной трещины, определяющих ее шероховатость. Данные оценки получены для случая отсутствия нормальных к линии трещины сжимающих напряжений  $\sigma$ . Если такие напряжения действуют, то необходимо учитывать сближение берегов трещины за счет смятия ее выступающих частей  $\Delta V$ , т. е.

$$V = u_{\Gamma} \operatorname{tg} \alpha_{\mathrm{B}} + K - \Delta V. \tag{3.3.8}$$

Анализ результатов исследования данного вопроса показывает, что величина  $\Delta V$  зависит от геометрии трещины, прочности материала ее берегов и множества других факторов. Кроме того, при смыкании реальной трещины процесс осложняется трением по контакту, скалыванием неровностей и пр. При этом продукты скола остаются в трещине, вторично дробятся, уплотняются и, тем самым, значение  $\Delta V$  становится меньше исходной величина раскрытия трещины  $h_0$ . Теоретически учесть эти процессы невозможно, поэтому для оценки  $\Delta V$  используют эмпирические соотношения. Однако предлагаемые формулы изобилуют опытными коэффициентами, которые справедливы только для конкретно изученных условий.

Рассмотрим решение задачи в общем виде. Модуль деформации трещины, часто называемый «нормальной жесткостью трещины», определится отношением:

$$\tau K_{\rm H} = \Delta \sigma / \Delta V. \tag{3.3.9}$$

Пренебрегая влиянием продуктов разрушения, попадающих между берегов трещины при их сдвиге, данную величину можно сопоставить с модулем упругости горных пород *E*. Тогда величина смятии трещины за счет сжимающих усилий *P* определится выражением:

$$\Delta V = P/(\xi L E), \qquad (3.3.10)$$

где  $\xi$  – относительная площадь контактов берегов трещины.

Таким образом, полученные соотношения являются базой модели дилатансии горных пород [67]. Однако наиболее неопределенным членом в уравнении (3.3.8) является показатель K, который оценивает дилатансию за счет шероховатости трещины. Действительно, в соотношении (3.3.6) не учитывается множество факторов, связанных с разрушением шероховатостей реальной природной трещины. Так, по мере сдвига непрерывно и непредсказуемо меняется величина угла  $\beta$  (рисунок 3.3.11); продукты разрушения зубьев шероховатости попадают на контакт между берегами трещины, увеличивая ее дилатансию и т. д. Теоретическую модель этих процессов создать не представляется возможным. Поэтому величину *К* следует оценивать по результатам статистической обработки экспериментальных данных. Анализ выше описанных экспериментов позволил установить зависимость:

$$K = k_1 \, u_{\Gamma}^{\ n}, \tag{3.3.11}$$

где  $k_1$  и n – эмпирические коэффициенты (например, для трещины образа №3 гранита: n = 2,  $k_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ ).

С учетом этого прогнозные данные достаточно точно соответствуют опыту (рисунок 3.3.12).



Рисунок 3.3.12 – Прогноз дилатансии при сдвиге гранита по трещине

Таким образом, разработанная модель дилатансии позволяет прогнозировать ее параметры для различных трещин и условий нагружения. Однако для ее использования необходимо определить ключевой параметр – относительную площадь соприкосновения берегов трещины ξ, который входит в расчетные формулы модели.

#### 3.3.3. Модель трещиноватого массива

При построении модели трещиноватого массива можно выделить два магистральных направления. Первое рассматривает трещины как геометрически правильные полости или разрезы, берега которых не соприкасаются между собой. Второе направление учитывает контакты между берегами трещины и рассматривает трещину с окружающей зоной влияния как особый слой массива, имеющий свои характерные свойства.

Ярким представителем первого направления является Дж. Б. Уолш (J. B. Walsh) [54]. Решая плоскую задачу нагружения массива с трещинами в виде эллипса, взаимно не влияющими друг на друга, им получено выражение для эффективного модуля такого трещиноватого массива:

$$\frac{1}{E_{_{3\phi}}} = \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{4\pi c^2}{3v} \right), \tag{3.3.12}$$

где E – модуль упругости ненарушенной горной породы; c – средняя длина трещин; v – средний объем породы, приходящийся на одну трещину (можно представить как объем зоны влияния трещины).

Как отмечает К. В. Руппенейт [100], эта и другие, основанные на данном подходе, формулы в силу принятых допущений дают результаты далекие от реальности. Более перспективным является второй подход, учитывающий реальную геометрию трещин. Одними из первых работ в этом направлении отмечаются исследования Б. Д. Зеленского, который рассматривает трещину как тонкий слой породы с особыми свойствами [146]. При ее нагружении на контактирующих поверхностях берегов трещины возникает концентрация напряжений, происходит смятие и разрушение контактов. В результате происходят подвижки блоков массива, ограниченных данными трещинами. Распространяя исследования, выполненные для металлов, на горные породы, Б. Д, Зеленский получил уравнения модуля деформации трещиноватого массива. Расчеты, выполненные по данным уравнениям, дают противоречивые результаты и потому, не приводя их формулы, следует отметить, что автор впервые ввел ряд важных характеристик реальных трещин:

- максимальная высота неровностей берегов трещины (принимаемая как половина величины ее раскрытия);

- радиус закругления выступов;

- твердость породы и ее модуль упругости в поверхностном слое берегов трещины;

- функция увеличения площади опорных поверхностей как степенная зависимость относительного сближения берегов трещины (показатель степени изменяется от 1 до 3).

Многочисленные литературные данные и наши исследования (см. разделы 2.4, 2.6) показывают нелинейный характер деформирования трещиноватых пород и массивов. Это обусловлено смыканием трещин под нагрузкой. Для количественного описания такого процесса К. В. Руппенейтом [100] предложена модель деформирования составных образцов горных пород, граница между которыми представляет собой макет трещин.

Пусть суммарная толщина образцов *h* и щелей между ними δ. Тогда общая деформация модели:

$$\Delta l = \Delta h + \Delta \delta. \tag{3.3.13}$$

Если обозначить общий модуль деформации такой модели E и модуль упругости слагающей ее горной породы  $E_0$ , то в соответствии с законом Гука:  $\Delta l = \sigma l/E$  и  $\Delta h = \sigma h/E_0$ . Последнее слагаемое, т. е. деформация трещины, определится выражением:  $\Delta \delta = \sigma \delta/\xi E$ . Здесь  $\xi$  – средняя суммарная площадь поверхности контактов берегов трещин (поверхности образцов) средней высотой  $\delta$ . Тогда общее уравнение деформации запишется в виде:

$$\frac{\sigma l}{E} = \frac{\sigma h}{E_0} + \frac{\sigma \delta}{\xi E_0}.$$
(3.3.14)

Учитывая, что раскрытие трещин пренебрежимо мало по сравнению с размерами образцов можно принять h = l и тогда предыдущее выражение можно преобразовать к виду:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E_o} \left( 1 + \frac{\delta}{\zeta h} \right). \tag{3.3.15}$$

Отсюда:

$$E = \frac{E_0}{1+\eta},$$
 (3.3.16)

где  $\eta = \delta/\xi h$  – некоторая сводная характеристика трещиноватости пород.

При выводе данных формул не учитывалось следующее важное обстоятельство. Контактирующие выступы берегов трещины можно рассматривать как опорные целики. Тогда по мере нагружения породы высота целиков  $\delta$  будет непрерывно снижаться, а площадь контактов  $\xi$  – возрастать. Поперечное расширение этих целиков будет определяться величиной коэффициента Пуассона горных пород. В работе [100] показано, что при высокой концентрации напряжений на выступах трещин коэффициент Пуассона для всех пород стремится к пределу v = 0,5. Тогда, если считать деформирование выступов упругим и обозначить начальные значения параметров  $\delta_0$  и  $\xi_0$ , уравнение (3.3.15) можно преобразовать к виду:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} \left( 1 + \frac{\delta_0}{h} \frac{E_0}{\xi_0 E_0 + \sigma} \right). \tag{3.3.17}$$

Текущий модуль деформации:

$$E(\sigma) = \frac{E_0}{1 + \frac{\delta_0}{h} \frac{E_0}{\xi_0 E_0 + \sigma}}.$$
 (3.3.18)

Последние формулы функционально связывают напряжения И деформации трещиноватых пород (аналогично закону Гука для упругого деформирования) через параметры:  $E_0$ , h,  $\delta_0$ ,  $\xi_0$ . Модуль упругости горных пород  $E_0$  может быть определен лабораторными испытаниями образцов. При натурных испытаниях трещиноватого массива *E*<sub>0</sub> определится углом наклона асимптоты нелинейного графика деформации до напряжений ниже предела упругости (см. раздел 2.6.3). Неопределенными остаются величины h,  $\delta_0$  и  $\xi_0$ . Используя феноменологический подход, их величину можно оценить методом подбора параметров так, чтобы опытные и расчетные графики деформации максимально соответствовали друг другу. Однако такой подход требует проведения натурных испытаний, что на стадии проектирования невозможно. Решение этого вопроса целесообразно решать на основании модели сближения берегов трещин. Базой такой модели являются результаты вышеприведенных исследований, которые позволяют генерировать представительную (вероятную) трещины породного массива, определять ее статистические и фрактальные характеристики, определять дилатансию пород при их сдвиге по трещине.

В механике сплошных сред обычно разделяют трещины отрыва и трещины сдвига. В реальном породном массиве действуют оба фактора. Если трещина образована путем отрыва, то ее берега будут зеркальными отражениями. При последующем сдвиге на некоторую величину Δ

выступы рельефа будут разрушаться, образующиеся продукты разрушения заполняют промежутки и при дальнейшем сдвиге переизмельчаются, образуя заполнитель трещины. Для больших по площади контактов разрушение выступов при данной нагрузке σ может не произойти. Тогда при сдвиге будет наблюдаться подъем по этой поверхности (волнистости) с увеличением ширины зияния трещины δ. В ходе этих процессов геометрия трещин будет непрерывно меняться.

В соответствии с этим в модели рассмотрены две ситуации - формирования контактов при сдвиге трещин отрыва и сближение берегов трещины с разной геометрией (трещины сдвига). В каждом случае назначался шаг сдвига  $\Delta$  и по определенному анализом траекторий трещины углу извилистости  $\alpha_B$  вычислялась величина дилатансии V. Соответствующим образом вычислялись новые координаты трещины, и производилось их графическое построение. Пересекающиеся участки траекторий  $\Delta L_i$  принимались за площадь контактов. Относительная площадь контактов определялась как  $\xi = \Sigma \Delta L_i/L$ , где L – длина трещины.

В качестве примера на рисунке 3.3.13 показана модель сближения трещины в образце гранита №3, исследование которой описано в разделе 3.3.2. Траектория данной тещины имеет фрактальную размерность  $d_f = 1,877$  и угол волнистости  $\alpha_B = 2,5$  град. Шаг сближения принят равным точности измерения координат трещины  $\Delta = 0,62$  мм. Соответствующая ему дилатансия составляет  $V = \Delta$  tg  $\alpha_B = 0,16$  мм.

На рисунке видны (заштрихованы) области наложения берегов трещины.

Та же процедура для трещин с разной геометрией поверхностей иллюстрируется графиком на рисунке 3.3.14.



Длина трещины, мм

Рисунок 3.3.13 – Сдвиг трещины отрыва



Длина трещины, мм

Рисунок 3.3.14 – Контакты трещины с разной геометрией берегов

Таким образом, по известным координатам берегов реальной трещины с помощью описанных моделей можно установить относительную площадь контактов берегов трещины ξ. Эта величина используется для прогноза прочности материала берегов трещины, в модели дилатансии и устойчивости горных пород в выработке.

Как следует из анализа результатов моделирования, так и при рассмотрении общего механизма деформации трещин, при сближении берегов трещины происходит разрушение зубьев ее шероховатости и, как следствие, выполаживание траекторий. Выше показано, что степень шероховатости трещин достаточно точно оценивается их фрактальной размерностью. Тогда процесс деформации трещин при сдвиге будет сопровождаться изменением фрактальной размерности их берегов. Данный процесс иллюстрируется примером сближения трещины гранита в электронной модели (рисунок 3.3.15). Установлено [107], что увеличение площади контактов берегов трещин закономерно сопровождается снижением их фрактальной размерности *d*:

$$\xi_i = k \, d_{f0} \, (1 - b \, d_{fi}), \tag{3.3.19}$$

где  $d_{f0}$  – фрактальная размерность средней линии исходной трещины; k и b – эмпирические коэффициенты, зависящие от геометрии трещины и соотношения нормальных и сдвигающих деформаций.

На кафедре шахтного строительства УГГУ (А. А. Матвеев) данный вопрос детально исследован для реальных трещин массива с помощью моделирования в системе AutoCad. В качестве примера на рисунке 3.3.16 показана трещина массива Екатеринбургского метрополитена и ее компьютерное изображение. На рисунке 3.3.17 приведен график изменения фрактальной размерности по мере деформации данной трещины.



Рисунок 3.3.15 – Изменение фрактальной размерности противоположных берегов трещины при их сближении и деформировании



б

Рисунок 3.3.16 – Трещина породного массива Екатеринбургского метрополитена: а – цифровая фотография; б – компьютерное представление



Рисунок 3.3.17 – Зависимость площади контактов берегов трещины от ее фрактальной размерности

Коэффициент корреляции r = 0.947 свидетельствует о наличии надежной (статистически значимой) зависимости. Параметры уравнения:  $d_{f0} = 1,468$ ,  $k = 7,9 \cdot 10^{-3}$ , b = 0,68.

Таким образом, учитывая линейность зависимости площади контактов от фрактальной размерности траектории трещин, достаточно получить всего две точки для оценки параметров уравнения (3.3.19). Для этого требуется определить фрактальную размерность траектории на двух различных стадиях деформирования трещины.

# 3.4. Определение коэффициента концентрации напряжений на контуре подземной выработки

#### 3.4.1. Фрактальный анализ линии контура выработок

Наличие горной выработки сопровождается повышением напряжений на ее контуре. Поэтому при прогнозе устойчивости этот факт учитывается величиной коэффициента концентрации напряжений  $K_{\sigma}$ . Решение упругой задачи для горизонтальной выработки круглого сечения [116, 147] дает выражения для радиальных  $\sigma_r$  и тангенциальных  $\sigma_{\theta}$  напряжений в зависимости от отношения радиуса выработки  $R_0$  к текущей координате r

$$\sigma_r = \gamma H \left( 1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right), \tag{3.4.1}$$

$$\sigma_{\theta} = \gamma H \left( 1 + \frac{r^2}{R_0^2} \right). \tag{3.4.2}$$

Тогда на контуре выработки (при  $r = R_0$ )  $\sigma_r = 0$  и  $\sigma_0 = 2\gamma H$ , т. е. тангенциальные напряжения на контуре выработки удваиваются. В реальных условиях неоднородного массива, имеющего системы трещин и блочное строение, аналитического решения данная задача не имеет. Кроме того, при проходке выработки буровзрывным способом получаемые сечения существенно отличаются от проектного «гладкого» контура. В работе [122] на основании всесторонних исследований вопроса установлено, что технологические неровности контура выработок, обусловленные реальным производством БВР, оказывают на порядок большее влияние на величину коэффициента концентрации напряжений, чем разница в проектной форме сечения выработок. Поэтому в расчете устойчивости для любой выработки рекомендуется принимать круговое сечение с эквивалентным реальной выработке радиусом  $R_{\rm B}$ .

Для математического описания реального контура выработки предлагается использовать систему уравнений [79]:

$$\begin{cases} x = R(\cos\theta + C_1 \cos n\theta + C_2 \cos m\theta), \\ y = R(\sin\theta - C_1 \sin n\theta - C_2 \sin m\theta), \end{cases}$$
(3.4.3)

где *R* – масштабный параметр, определяющий размеры контура; θ – полярный угол; *C*<sub>1</sub>, *C*<sub>2</sub>, *n*, *m* – параметры, определяющие очертания и форму контура.

Последние четыре параметра предлагается определять методом подбора, что допускает множество решений. Более того, общепризнано, что линия контура горной выработки представляет собой бесконечно изломанную кривую, описать которую «гладкими» функциями не представляется возможным. Поэтому в работе [122] на основании упрощенного варианта решения системы уравнений (3.4.3) методом Колосова-Мусхелишвили предлагается приближенное уравнение распределения полных контурных напряжений σ<sub>θ</sub> в зависимости от угла θ в виде:

$$\sigma_{\theta} = 2\gamma H \left[ 1 + 2n C_1 \cos \left( (n+1) \theta \right) \right], \tag{3.4.4}$$

где *n* + 1 – число технологических неровностей, имеющих амплитуду (отклонение от проектного контура) *C*<sub>1</sub>.

Однако в реальных условиях количество, взаимное расположение и амплитуда технологических неровностей будут иметь различные характеристики даже при одном и том же паспорте БВР. Поэтому оценивать их величину следует с вероятностных позиций.

В случае нормального распределения случайных отклонений координат реального контура выработки от его конформного отображения коэффициент концентрации напряжений рекомендуется определять по формуле [122]:

$$K = \frac{\sigma_{\theta}}{\gamma H} = 2 \left[ 1 + q(P) 2\pi \ m\sqrt{D} \right], \qquad (3.4.5)$$

где m – среднее число пересечений линии реального контура выработки с ее проектным профилем на участках r, равных по длине эквивалентному радиусу выработки  $R_{\rm B}$ ; D – дисперсия величин отклонения контура выработки от проектного сечения  $C_{\theta}$ , выраженная в долях  $R_{\rm B}^2$ .

Величина множителя q(P) зависит от принимаемого уровня надежности расчетов P: при P = 85 % - q(0,85) = 1,44; при P = 95 % - q(0,95) = 1,96; при P = 99 % - q(0,99) = 2,66.

Здесь под проектным контуром понимается его конформное отображение, для которого математическое ожидание отклонений равно нулю ( $\Sigma C_{\theta} = 0$ ).

Таким образом, в соответствии с формулой (3.4.5) величина коэффициента концентрации напряжений определяется двумя характеристиками – дисперсией отклонений D и общим числом пересечения профилем выработки ее проектного (конформного) контура  $N = 2\pi m$ . Однако если величина дисперсии является объективной оценкой степени изломанности линии контура выработки, то число пересечений m величина достаточно случайная. Действительно, вполне

представима ситуация, когда при значительной неровности контура выработки и, следовательно, большом коэффициенте концентрации напряжений, число пересечений может быть единственным. И тогда формула (3.4.5) даст явно заниженный результат. В этой связи указанная выше методика нуждается в совершенствовании.

Поскольку коэффициент концентрации напряжений напрямую зависит от степени неровностей контура горной выработки, необходимо дать ему количественную оценку. В петрографических исследованиях широко используется коэффициент формы минеральных зерен (circularity):  $k_S = 4\pi S/P^2$ , где S – площадь сечения частицы и P – ее периметр. Предлагается использовать данный показатель для количественной оценки неровностей контура выработки. Действительно, учитывая равную вероятность отклонения реального сечения выработок от ее конформного отображения, площадь S остается неизменной. А ее периметр будет тем больше, чем выше степень неровностей контура. Истинный периметр сечения выработки (как бесконечно изломанной кривой) определится ее фрактальной размерностью  $d_f$ . Как и для оценки шероховатости трещин, периметр выработки определится уравнением (2.2.2) в виде:

$$P_f = P_0 \left( P_0 / \delta \right)^{df - 1}, \tag{3.4.6}$$

где  $\delta$  – принятая точность (шаг) измерения – определяется характером решаемой задачи; в данных условиях принято  $\delta = 1$ ;  $P_0$  – проектный периметр выработки как геометрически правильной фигуры.

Таким образом, в качестве меры неровностей контура выработки может быть принят фрактальный коэффициент формы [148]:

$$k_{f} = \frac{4\pi S}{P_{f}^{2}}.$$
 (3.4.7)

Из формулы следует, что чем более изрезан контур выработки, тем больше ее периметр  $P_f$  и тем меньше фрактальный коэффициент формы. Следовательно, задачей исследований является установление связи коэффициента концентрации напряжений и фрактального коэффициента формы выработки.

Для этого использованы результаты замеров сечений 23 вскрывающих выработок СУБРа, выполненных сотрудниками кафедры шахтного строительства УГГУ. Проходка выработок осуществлялась буровзрывным способом. По результатам замеров определены характеристики выработок (таблица 3.4.1). Коэффициент концентрации напряжений рассчитывался классическим методом по формуле (3.4.5) и принятом в инженерной практике уровне надежности P = 95 % - q (0,95). Фрактальный коэффициент формы выработок – по формуле (3.4.7). Определение фрактальной размерности  $d_f$  линии контура выработки производилось классическим методом покрытия, реализованном в соответствующей компьютерной программе [149]. Результаты измерений в двойных логарифмических координатах описывались уравнением:

$$\ln S(\delta) = \beta \ln \delta + C. \tag{3.4.8}$$

где  $S(\Delta t)$  – среднее квадратическое отклонение координат контура выработки в проходке от его эквивалентного сечения с шагом  $\delta$  при последовательном фиксированном увеличении величины  $\delta$ . Фрактальная размерность определялась как:  $d_f = 2 - \beta$ .

№ сечен	Фрактальная	Коэффициент концентрации	Площадь выработки,	Реальный периметр	Фрактальный коэффициент
ия	размерность	напряжений	M <sup>2</sup>	выработки, м	формы
1-1	1,343	2,583	8,535	17,861	0,336
1-2	1,390	2,618	9,472	21,561	0,256
1-3	1,363	2,598	8,900	19,314	0,300
1-4	1,309	2,479	10,737	19,889	0,341
1-5	1,470	2,680	11,465	30,410	0,156
2-1	1,385	2,566	10,994	24,079	0,238
2-2	1,408	2,608	10,653	24,750	0,218
2-3	1,325	2,492	10,942	20,896	0,315
2-4	1,422	2,638	10,341	24,916	0,209
2-5	1,163	2,319	12,020	15,366	0,639
3-1	1,257	2,431	10,288	17,078	0,443
3-2	1,449	2,683	10,266	26,332	0,186
3-3	1,355	2,542	10,413	21,533	0,282
3-4	1,277	2,445	10,684	18,409	0,396
3-5	1,260	2,417	11,205	18,345	0,418
4-1	1,319	2,472	11,596	21,597	0,312
4-2	1,322	2,503	10,368	19,933	0,328
4-3	1,326	2,507	10,343	20,046	0,323
5-1	1,134	2,302	11,734	14,134	0,738
5-2	1,325	2,522	9,748	19,112	0,335
5-3	1,296	2,477	10,180	18,526	0,373
5-4	1,384	2,577	10,557	23,280	0,245
5-5	1,284	2,497	8,836	16,165	0,425

Таблица 3.4.1 – Характеристики выработок СУБРа

Корреляционный анализ показал закономерное возрастание коэффициента концентрации напряжений на контуре выработок с уменьшением их фрактального коэффициента формы (рисунок 3.4.1). Коэффициент достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,895$  свидетельствует о статистической значимости взаимосвязи. Полученная зависимость описывается уравнением:

$$K_{\sigma} = 2,24 \ k_{f}^{-0.1}. \tag{3.4.9}$$



Рисунок 3.4.1 – Взаимосвязь коэффициента концентрации напряжений с фрактальным коэффициентом формы горной выработки

Учитывая, что коэффициент концентрации напряжений рассчитывался для уровня надежности P = 95 % - q(0,95) = 1,96, то формула примет окончательный вид:

$$K_{\sigma} = 1,1 \ q(P) \ k_f^{-0,1}. \tag{3.4.10}$$

Таким образом, фрактальный коэффициент формы горных выработок надежно оценивает степень изломанности линии их контура и в этом качестве позволяет оценивать коэффициент концентрации напряжений. Предложенный критерий выгодно отличается тем, что позволяет более объективно оценивать геометрию контура выработки по сравнению с достаточно условным показателем числа пересечений *m* в формуле (3.4.5). Кроме того, фрактальный коэффициент формы может служить мерой качества буровзрывных работ.

В формуле коэффициента концентрации напряжений (3.3.9), как и в исходном уравнении И. В. Баклашова (3.4.5), не учитывается в явном виде форма сечения подземной выработки. Этот фактор с вероятностных позиций оценивается множителем q(P). Более точные результаты можно получить моделированием НДС в окрестности выработки методом конечных элементов (МКС) для принятого проектного контура. В этом случае расчетная формула коэффициента концентрации напряжений должна включать результат моделирования МКЭ для данного проектного (гладкого) сечения и фрактальный коэффициент формы, учитывающий степень неровностей контура выработки в проходке. Анализ этих аспектов по результатам моделирования позволил установить расчетное соотношение в виде:

$$K = K_0 - 0.13 \ln(k_f). \tag{3.4.11}$$

Здесь  $K_0$  – коэффициент концентрации напряжений, определяемый в модели МКЭ для гладкого контура выработки. Знак «-» в формуле (3.4.11) отражает тот факт, что фрактальный коэффициент формы ( $k_f$ ) заведомо меньше единицы.

Таким образом, выполненные исследования позволяют оценить коэффициент концентрации напряжений на контуре горной выработки по результатам моделирования НДС породного массива.

#### 3.4.2. Модель контура подземной выработки

Коэффициент концентрации напряжений определяется геометрией контура выработки и описанными выше ее фрактальными характеристиками. Причем координаты сечения выработки зависят от множества случайных независимых факторов, определяемых технологией БВР и свойствами породного массива. Поэтому для одной и той же выработки после каждого цикла БВР будут реализовываться различные по геометрии контуры. В этой связи для анализа данных факторов наиболее эффективно использование статистических моделей, результаты обобщения которых позволят получить наиболее вероятное сечение выработки [150].

В случае реально строящейся выработки осуществляются маркшейдерские замеры характерных точек ее контура. Поэтому генерируемая линия профиля выработки должна заведомо проходить через эти зафиксированные точки. Эффективным инструментом реализации такой модели является метод *«случайных срединных смещений»*, дополненный алгоритмом Фосса. Его инструментарий описан в разделе 3.2.2.

На стадии проектирования моделирование контура выработки осуществляется методом фрактального броуновского движения. Применительно к генерированию контура выработки алгоритм имитационной программы можно представить следующим образом:

### I. Ввод исходных данных:

- полупролет выработки *a*, м;
- высота стен *h*, м;
- высота свода *b*, м;
- коэффициент излишка сечения (КИС) *k*<sub>и</sub>;
- стандартное отклонение (заданное) D, м;
- число итераций *n*.

# II. Вычисление параметров сечения выработки:

1. Периметр выработки *P*, м. Вычисляется в зависимости от принятого сечения выработки. В случае сводчатой выработки *P* = 2*h* + 4,66*a*.

2. Площадь сечения выработки вчерне  $S_{\text{вч}}$ . Например, для выработки с коробовым сводом  $S_{\text{вч}} = 2a + (h + 0.52a).$ 

3. Площадь сечения выработки в проходке  $S_{пp} = k_{\mu}S_{\theta \nu}$ .

4. Эквивалентный радиус  $R_{\rm B} = (S_{\rm пp}/\pi)^{1/2}$ .

## III. Определение координат проектного контура выработки и его построение:

1. В соответствии с принятым числом итераций *I* определяется шаг моделирования  $\delta = P/I$ и его приращения  $p_i = \delta i$ , где *i* – номер итерации. Вычисляется число интервалов на своде выработки  $n_{cB} = I - 2h/\delta$ .

2. На каждом шаге моделирования вычисляются:

а). Угол отклонения точки контура от вертикального направления  $\beta_i$  с помощью функции: IF ( $p_i < h$ ; 0; IF ( $p_i > (P - h)$ ; 0;  $\Delta\beta + \beta_{i-1}$ )). Для точек свода шаг изменения угла  $\Delta\beta = \pi/n_{cB}$ . Для координат стен выработки  $\beta_i = 0$ .

б). Величина проекции шага моделирования  $\delta$  на ось абсцисс  $\delta_{xi}$  для каждой итерации с помощью оператора: IF ( $\beta_i < \pi$ ;  $\Delta\beta \sin \beta_i$ ; 0).

в). То же с учетом формы свода выработки:  $\delta_{xi}^{*} = \delta_{xi} 2a/\Sigma \delta_{xi}$ .

г). Приращение абсцисс точек контура по отношению к началу координат, совмещенному с левой стороной выработки:  $\Delta x_i = \Delta x_{i-1} + {\delta_{xi}}^*$ .

д). Абсциссы точек контура выработки в системе координат, совпадающей с ее осью:  $x_i = \Delta x_i - a.$ 

e). Ординаты точек контура в этой же системе координат  $y_i$  с помощью оператора: IF ( $\beta_i > 0$ ; ( $b^2 (1 - x_i^2/h^2)$ )<sup>1/2</sup> + h;  $y_{i-1} + \delta$ ).

3. По координатам *x<sub>i</sub>* – *y<sub>i</sub>* производится построение проектного контура горной выработки в системе электронных таблиц Excel.

#### IV. Генерирование случайных отклонений от проектной линии контура.

В соответствии с теорией итерированных функций формирование контура горной выработки представляется как движение точки с заданным шагом  $\delta = /t_1 - t_2/$  по линии проектного контура с отклонением от него  $\Delta x$ . В такой постановке величины  $\Delta x$  не являются независимыми, а определяются положением точки на предыдущем шаге. Математическое ожидание таких отклонений определяется уравнением:

$$M[x(t_2) - x(t_1)] = \sqrt{2/\pi} \ \sigma(t_2 - t_1)^H, \qquad (3.4.12)$$

где  $\sigma = D/K_m$  – масштаб моделирования, определяемый заданным стандартным отклонением D и нормирующим коэффициентом  $D/K_m$ ; H – показатель Гельдера – в данном случае положительная равномерно распределенная величина в интервале от 0 до 1 (генерируется датчиком случайных чисел  $u_i$ ).

С учетом выше изложенного алгоритм работы модели будет следующим.

1. Ввод исходных данных – заданной дисперсии отклонений *D*, нормирующего коэффициента *K<sub>m</sub>* и шага моделирования δ.

2. Вычисление абсолютной величины отклонений:  $|\Delta x_i| = (2/\pi)^{1/2} S_m \delta^{Ui}$ .

3. Определение ординаты отклонения  $\Delta x_i$ . В соответствии со смыслом теории итерированных функций отсчет отклонения производится от положения предыдущей точки с учетом равной вероятности знака отклонения. Определение  $\Delta x_i$  на каждом шаге итерации производится с помощью оператора: IF( $u_i < 0.5$ ;  $|\Delta x_i|$ ; -  $|\Delta x_i|$ ) +  $\Delta x_{i-1}$ .

4. Вычисление величины отклонения  $\Delta_i$  от проектной линии контура выработки. При пошаговом движении точки в общем случае тренд (направление движения) не будет совпадать с осью *t*. Для приведения ординат отклонений к линии проектного сечения нужно определить уравнение тренда  $\Delta x_i = f(t)$  и ввести соответствующие поправки. Поэтому вычисления ведутся в следующем порядке:

а). Угол наклона линии тренда:  $\alpha_{\rm T} = \Sigma (t_i - t_{\rm cp}) (\Delta x_i - \Delta x_{\rm cp}) / \Sigma (t_i - t_{\rm cp})^2$ . В системе Excel для вычислений используется функция «НАКЛОН».

б). Свободный член уравнения тренда:  $B = \Delta x_{cp} - tg \alpha_T \Delta t_{cp}$ . В системе Excel для вычислений используется функция «ОТРЕЗОК».

в). Величины отклонения для каждого шага:  $\Delta_i = \Delta x_i - (t_i \operatorname{tg} \alpha_T + B)$ .

5. Построение графика отклонений. На рисунке 3.4.2 в качестве примера приведена одна из реализаций программы.



Рисунок 3.4.2 – График отклонений от проектного контура выработки

#### V. Построение контура выработки

Осуществляется на основе полученных в результате реализации модели отклонений. Построение производится на ранее полученном графике проектного контура с координатами точек *x<sub>i</sub>* – *y<sub>i</sub>* и тем же шагом δ. Координаты реального контура определяются следующим образом:

- а). Координаты по оси *X* : IF ( $\beta_i = 0$ ;  $x_i + \Delta_i$ ; ( $x_i + \Delta_i$ ) sin  $\beta_i$ ).
- б). Координаты по оси *Y*: IF ( $\beta_i = 0$ ;  $y_i$ ;  $y_i + \Delta_i$ ).

В каждой реализации модели по величинам  $\Delta_i$  вычисляется величина стандартного отклонения  $D_{\phi a \kappa \tau}$  и фрактальная размерность линии контура выработки. По результатам заданного числа реализаций модели производится усреднение ее результатов. В качестве примера на рисунке 3.4.3 показана компьютерная распечатка одной из реализаций модели.



Рисунок 3.4.3 – Результат реализации компьютерной программы

В ходе реализации компьютерной имитационной модели результаты каждой итерации сохраняются в базе данных. По итогам производится обобщение результатов с вычислением статистических характеристик горной выработки.

Таким образом, реализации компьютерной модели дают обширную информацию для анализа неровностей контура выработок и оценки концентрации напряжений. Важно, что такого рода компьютерная программа имеет хорошие перспективы развития. Например, при соответствующей доработке инструментария можно оценивать влияние характеристик породного массива, параметров БВР и др. на качество оконтуривания горных выработок.

#### Выводы по главе 3

Условие устойчивости подземной выработки определяется совокупностью трех функций: функция разрушаемости (прочности) массива на данном уровне иерархии; функция концентрации напряжений на контуре выработки; функция действующих в массиве напряжений. Первая функция определена результатами исследований, изложенными в предыдущей главе. Анализу последних двух функций посвящена данная глава.

Для их оценки разработаны и использованы статистические (имитационные) модели различных аспектов развития трещинной структуры пород. Модели основаны на алгоритме фрактального броуновского движения, методе «срединных смещений» и вероятностной оценке траектории трещин (алгоритм Фосса). Множественная реализация моделей с вероятностной оценкой получаемых результатов позволяет получать новые данные и повышать достоверность прогноза.

Реализация разработанных статистических моделей для трещин отрыва и сдвига при сближении их берегов под действием нормальных и касательных напряжений позволила дать количественную оценку процесса. Установлено, что за счет смятия берегов трещин при их сближении они становятся более сглаженными. Это надежно оценивается фрактальной размерностью траектории трещин.

Адекватность полученного уравнения подтверждается ранее выполненными на кафедре исследованиями реальных трещин массива Екатеринбургского метрополитена. Таким образом, предлагаемая методика позволяет оценивать комплексную характеристику трещиноватости породного массива.

Важнейшим фактором, определяющим напряженно-деформированное состояние (НДС) породного массива, является дилатансия. Для ее оценки проведена серия экспериментов по сдвигу горных пород по трещине с фиксированием продольной и поперечной деформации образцов. Полученные результаты послужили базой создания статистической (имитационной) модели дилатансии.

Коэффициент концентрации напряжений на контуре подземной выработки определяется величиной ее фрактального коэффициента формы. Для учета вероятностного характера оконтуривания выработки при ведении буровзрывных работ сформирована и апробирована методика статистического моделирования сечения подземной выработки в проходке.

# 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОДНОГО МАССИВА В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

#### 4.1. Формирование модели

Анализ способов моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) породных массивов (см. раздел 1.5) показывает, что для условий, рассматриваемых в данной работе, наилучшим инструментом является метод конечных элементов (МКЭ). В настоящее время известен ряд компьютерных программ, моделирующих напряженно-деформированное состояние породного массива методом конечных элементов. Такие программы непрерывно развиваются и совершенствуются. Одной из компьютерных реализаций метода является программный комплекс «Plaxis», разработанный в Дельфтском техническом университете (Нидерланды). В линейке программных продуктов «Plaxis» представлены различные версии. Для решения поставленных задач был выбран геотехнический пакет «Plaxis 3D Tunnel». Этот мощный пакет специально предназначен для трехмерного расчета задач, связанных с проектированием туннелей, однако он может также использоваться для широкого круга других геотехнических задач.

Программа позволяет моделировать выработки с круглым или комбинированным сечением из дуг и прямых. На основе плоской модели генерируется трехмерная сетка конечных элементов в виде 15-узловых треугольных призм. На вход модели подается информация о характеристиках среды (породного массива). В результате расчетов программа фиксирует напряжения и деформации в узловых точках массива.

В контексте данной работы, т. е. для прогноза устойчивости пород в выработке целесообразно моделировать не всю толщу пород, а лишь ту область, где непосредственно сказывается влияние выработанного пространства. Вертикальную и горизонтальную компоненты НДС, обусловленные глубиной залегания рассматриваемой выработки, задавались как пригрузка модели. Рекомендациями ВНИМИ [130] предлагается определять размер зоны влияния выработки  $X_m$  соотношением (2.6.9). Анализ возможных ситуаций для различных массивов и выработок позволил конкретизировать данную величину и использовать ее для задания свойств приконтурного массива (см. раздел 2.6).

Процедура назначения начальных условий модели состоит в следующем. По результатам инженерно-геологических исследований массива [151] определяются характеристики трещинной структуры участка месторождения, в котором проектируется строительство горной выработки: выделяются системы трещин, оценивается расстояние между ними, степень и

качество заполнения. При отсутствии обнажений пород (на стадии проектирования) геометрические характеристики трещин определялись по естественным разломам кернового материала. Необходимые количественные характеристики трещинной структуры определялись по вышеизложенным методикам.

По извлеченным из данной области массива кернам исследуются плотностные, прочностные и деформационные характеристики пород. С учетом рассматриваемых горногеологических условий вводятся соответствующие поправки и устанавливаются вышеуказанные показатели для породного массива. Обоснование данной процедуры изложено во второй главе.

На основе полученных данных осуществляется статистическое моделирование трещинной структуры пород, и находятся вероятностные характеристики трещин: их фрактальная размерность, коэффициенты шероховатости и извилистости, геометрическая характеристика трещин  $\eta_i$ , параметры дилатансии. Соответствующие методики показаны в третьей главе.

Следующим этапом является фрактальный анализ линии контура проектируемой выработки (см. раздел 3.4). В данном случае в качестве аналога приняты детально изученные характеристики горных выработок СУБРа. На основе имитационного моделирования устанавливается вероятностная траектория линии контура выработки, ее фрактальная размерность и коэффициент концентрации напряжений на ее контуре.

Для обеспечения адекватности моделей необходимо соблюдать соответствие вводимых в пакет компьютерных программ «Plaxis» реальному строению рассматриваемого массива. Применительно к трещиноватым породным массивам исследованиями К. В. Руппенейта [100] доказано, что все многообразие систем природной трещиноватости можно свести к трем типам: массив с системой параллельных трещин, блочное строение массива и система хаотично ориентированных трещин [152]. Эти типы массивов и реализованы в наших исследованиях.

Для количественного анализа полученные при реализации МКЭ данные о напряженодеформированном состоянии массива в окрестности выработок транслировались в AutoCad, что позволяло с требуемой точностью фиксировать координаты сечений. Таблицы координат представлялись систему Excel, на базе которой производились графические построения и реализовывались методики прогноза устойчивости горных выработок. Процедура ввода исходных данных и получаемые в программном комплексе «Plaxis» результаты приведены в Приложении.

#### 4.2. Модель массива с параллельной системой трещин

Обоснование данной модели выполнено К. В. Руппенейтом [100]. Рассматривается ситуация, когда протяженность трещин превышает размер влияния выработанного пространства  $X_m$ . На обнажениях или путем скважинного каротажа выявляются системы трещин *i*-го порядка с углом наклона к горизонтальной плоскости  $\theta_i$ . Упругие характеристики массива вычисляются по следующим формулам. Для *зияющих трещин*:

Модуль упругости по вертикальному направлению:

$$E_{e} = \frac{E}{1 + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} (1 - \sin^{4} \theta_{i})}.$$
(4.2.1)

Модуль упругости по горизонтальному направлению:

$$E_{e} = \frac{E}{1 + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} (1 - \cos^{4} \theta_{i})}.$$
(4.2.2)

Модули сдвига:

$$G_{e} = \frac{E}{2(1 + v + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} \cos^{2} \theta_{i})}$$
(4.2.3)

$$G_{z} = \frac{E}{2(1 + v + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} \sin^{2} \theta_{i})}.$$
(4.2.4)

Коэффициент Пуассона:

$$v_{z,s} = v + \sum_{i=1}^{n} \eta_i \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i.$$
(4.2.5)

Здесь η<sub>i</sub> – геометрическая характеристика *i*-й системы трещин; *E* и v – модуль упругости и коэффициент Пуассона слагающих массив горных пород.

При малых нагрузках, когда деформацией контактирующих выступов можно пренебречь:

$$\eta = \frac{\delta}{\xi h},\tag{4.2.6}$$

где  $\delta$  – средняя ширина раскрытия трещины;  $\xi$  – относительная площадь контактов; h – толщина слоя ненарушенного материала, приходящегося на данную трещину; может быть принята как расстояние между трещинами.

При больших нагрузках следует учитывать деформацию выступов. Тогда:

$$\eta = \frac{\delta E_0}{h(\zeta E_0 + \sigma)}.$$
(4.2.7)

Для заполненных трещин:

$$E = \frac{E_0}{1 + 2\sum_{i=1}^n \eta_i \cos^2 \Theta_i}.$$
 (4.2.8)

Если заполнитель достаточно твердый или нагрузка прикладывается с большой скоростью (удар, взрыв), то

$$\eta = \frac{\delta}{h} \frac{E_0}{E_3},\tag{4.2.9}$$

где Е<sub>3</sub> – модуль деформации материала заполнителя.

Если материал заполнителя рыхлый с высокой пористостью:

$$\eta = \frac{\Delta\delta(\sigma)}{h} \frac{E_0}{\sigma},\tag{4.2.10}$$

где Δδ(σ) – экспериментально установленная зависимость деформации материала заполнителя с ростом напряжений σ.

Величину модуля упругости *E* можно определить по результатам скважинных испытаний или лабораторных исследований с учетом горного давления и строения массива (см. главу 2). Сложнее обстоит дело с оценкой геометрических характеристик трещин  $\eta_i$ . Расстояние между трещинами отдельности  $l_i$  определится натурными замерами и их статистической обработкой. Ширина зияния  $\delta_i$  и относительная площадь контактов  $\zeta_i$  показатели взаимосвязанные и их определение не столь очевидно. Так, К. В. Руппенейтом [100] рекомендуется принимать  $\zeta_i = 3 \cdot 10^{-4}$  как некоторую константу. Однако совершенно очевидно, что эта величина будет существенно различной для реальных трещин массива. Более того, она будет меняться в ходе деформирования массива. При этом следует учитывать величину дилатансии пород. Все эти факторы учтены и вводятся в модель по результатам наших исследований (см. разделы 3.2 и 3.3).

Рассмотрим реализацию данной модели на примере горизонтальной выработки, сооружаемой на глубине 300 м Юбилейного месторождения. По результатам исследований [140] установлено, что вертикальные напряжения на данной глубине составляют:  $\sigma_{\rm B} = 7,5 \pm 0,6$  МПа; продольные (по простиранию):  $\sigma_{\rm np} = 7,7 \pm 1,2$  МПа; поперечные (по падению):  $\sigma_{\rm n} = 7,6 \pm 1,0$  МПа.

Вмещающие породы – базальты. Комплекс свойств данных пород (как и других представительных пород месторождения) исследованы на кафедре шахтного строительства УГГУ. В данных исследованиях автор принимал непосредственное участие. Анализ результатов приведен во второй главе.

Свойства данных базальтов в образце: прочность при растяжении  $\sigma_p = 12,5$  МПа; при сжатии  $\sigma_{cm} = 113$  МПа; сцепление  $\tau = 26,6$  МПа; угол внутреннего трения  $\phi = 33$  град; модуль упругости E = 67 ГПа; коэффициент Пуассона v = 0,28.

Инженерно-геологические условия месторождения детально исследованы и приведены в работе [151]. В частности, модуль трещиноватости базальтов на данной глубине  $J_{\rm T} = 2,1$  1/м, что соответствует среднему расстоянию между трещинами h = 0,48 м. Трещины сомкнутые без заполнителя. Угол падения трещин  $\Theta = 30$  град. В пределах зоны влияния выработки находится 4 системы трещин.

Построение паспорта прочности базальта с учетом указанных горно-геологических условий (см. раздел 2.6) позволило установить прочностные характеристики породы в массиве: прочность при растяжении  $\sigma_p = 6,6$  МПа; при сжатии  $\sigma_{cw} = 63$  МПа; сцепление  $\tau = 14,5$  МПа; угол внутреннего трения  $\phi = 29$  град. Анализ геометрии трещин производился по методике, описанной в разделах 3.2 и 3.3. В качестве аналога (с учетом самоподобия трещин) использовались естественные поверхности торцов кернов, извлеченных из данного массива. В результате установлено, что относительная площадь контактов  $\xi_i = 3,4\cdot10^{-4}$  и геометрическая характеристика данной системы трещин  $\eta = 5,5$ . В соответствии с этим пересчитаны значения модулей упругости массива с параллельной системой трещин по вышеприведенным формулам К. В. Руппенейта. Так, модуль упругости массива по вертикальному направлению составляет  $E_{\rm B} = 3,3$  ГПа, по горизонтальному  $E_{\rm r} = 6,9$  ГПа, коэффициент Пуассона 0,32. Угол дилатансии – 14 град.

С учетом того, что коэффициент концентрации напряжений определен в результате детального анализа контура сечения выработки и учтен фрактальным коэффициентом формы (в модели использован эквивалентный контур выработки круглого сечения). В результате моделирования получено изображение напряженного состояния массива в окрестности горной выработки (рисунок 4.2.1). Средствами пакета «Plaxis 3D Tunnel» объемной картине сопоставлены конкретные значения напряжений. Данные транслированы в систему электронных таблиц «Microsoft Excel» и произведено построение соответствующих диаграмм распределения напряжений в окрестности выработки по различным направлениям (рисунки 4.2.2, 4.2.3).



Рисунок 4.2.1 – Компьютерная распечатка модели НДС массива



Рисунок 4.2.2 – Эпюра вертикальных напряжений на контуре выработки



Рисунок 4.2.3 – Эпюра горизонтальных напряжений на контуре выработки

В соответствии с приведенными выше обоснованиями в модели принято круглое сечение выработки эквивалентным радиусом. Влияние неровностей контура реальной выработки в проходке на коэффициент концентрации напряжений учитывается ее фрактальным коэффициентом формы  $k_f$  (см. раздел 3.4):

$$K = K_0 - 0,13 \ln(k_f). \tag{4.2.11}$$

где *К*<sub>0</sub> – коэффициент концентрации напряжений, определяемый в модели МКЭ для гладкого контура выработки.

Для рассматриваемой выше модели в случае вертикальных напряжений  $K_0 = 2,24$ . В качестве аналога принят вскрывающий квершлаг СУБРа (таблица 3.4.1). Примем их усредненный фрактальный коэффициент формы  $k_f = 0,4$ . Тогда коэффициент концентрации вертикальных напряжений составит K = 2,658, и напряжения на контуре выработки  $\sigma = 20,15$  МПа. Аналогичным образом можно оценить горизонтальные напряжения в кровле выработки.

Таким образом, для представления породного массива с системой параллельных трещин получена комплексная модель, включающая блок компьютерных программ определения параметров трещинной структуры среды, фрактальных характеристик контура выработки, реализации метода конечных элементов и анализа получаемых результатов. Реализация комплексной модели дает необходимую информацию для прогноза устойчивости пород в подземной выработке.

#### 4.3. Модель массива с блочной структурой

В тех случаях, когда системы параллельных трещин перекрещиваются, они образуют блочное строение массива. Размер блоков, как правило, значительно меньше характерного размера влияния выработки  $X_m$ . В этом случае в модели К. В. Руппенейта [100] (формулы 4.2.1 – 4.2.5) следует учитывать поправку  $l_i/L$  соз  $\Theta_i$ , где  $l_i$  – длина *i*-й трещины (размер блока); L - характерный размер массива (влияния выработки  $X_m$ ). В частности, при отсутствии заполнителя трещин отдельности модуль упругости массива определится выражением:

$$E = \frac{E_0}{1 + \sum_{i=1}^{n} \eta_i (1 - \sin^4 \Theta_i) \frac{L_i}{X_m} \cos \Theta},$$
 (4.3.1)

где *L<sub>i</sub>* – средний размер блока породного массива.

Размер блоков, как и в целом, трещинная структура массива зависит от множества случайных независимых факторов, т. е. имеет вероятностную природу. Распределение породных блоков по размерам адекватно описывается уравнением Вейбулла [153, 154]:

$$F(L_i) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{b \ L_i}{a}\right)^m\right], \qquad (4.3.2)$$

где *L<sub>i</sub>* – размер рассматриваемого блока; *a* – среднее расстояние между трещинами отдельности (средний размер блока массива); *b* – параметр распределения (масштабный коэффициент); *m* – параметр распределения, характеризующий однородность массива.

Распределение Вейбулла имеет универсальный характер и может описывать распределения с различной асимметрией *и*. Параметры распределения Вейбулла могут быть определены с помощью гамма-функции  $\Gamma(x) = \int e^{-u} u^{x-1} du$ . Установлено, что при коэффициенте вариации размеров блоков (трещин)  $K_{\text{вар}} = 30$  % распределение Вейбулла совпадает с нормальным распределением (Гаусса). При  $K_{\text{вар}} < 30$  % оно имеет левостороннюю асимметрию; при  $K_{\text{вар}} > 30$  % - правостороннюю. Таким образом, параметры распределения Вейбулла зависят от коэффициента вариации размеров трещин, формирующих блочное строение массива. Расчеты, выполненные на основе моделирования трещин (см. раздел 3.2), показали, что масштабный коэффициент связан с коэффициентом вариации размеров блоков квадратичной зависимостью (рисунок 4.3.1):

$$b = 1 + 4.7 \ 10^{-5} \ (K^2_{\text{Bap}} - 10^3 K_{\text{Bap}}). \tag{4.3.3}$$

Параметр однородности массива *m* – степенной зависимостью (рисунок 4.3.2):



$$m = 152 K_{\rm Bap}^{-1,1}. \tag{4.3.4}$$

Рисунок 4.3.1 – Масштабный коэффициент распределения Вейбулла



Рисунок 4.3.2 – Параметр однородности массива

Таким образом, по результатам изучения блочного строения массива определяются параметры распределения Вейбулла (4.3.2), находится наиболее вероятное значение размера породного блока, *а* и в соответствии с уравнением (4.3.1) вычисляется модуль упругости данного массива. Результаты задаются в модели МКЭ и определяется НДС законтурного массива.

Применим данную процедуру к условиям Юбилейного месторождения. Обобщение результатов инженерно-геологических исследований данного месторождения [151] позволило определить характеристики трещинной структуры породного массива. По всей толще пород средний модуль трещиноватости составляет  $J_{\rm T} = 7,23$  1/м при среднеквадратическом отклонении S = 3,22 1/м. Коэффициент вариации размеров блоков  $K_{\rm Bap} = 44,5$  %. Этим данным соответствуют параметры распределения Вейбулла: b = 0,891; m = 2,31.

Рассмотрим толщу базальтов, залегающих на глубине 250 - 501 м. По данным скважинных исследований [151] блочное строение массива определяется системами трещин с углом падения 20 - 45 и 70 - 80 градусов к оси керна. Средний угол  $\Theta = 30$  град. По результатам розыгрыша разработанной нами имитационной модели массива (см. раздел 3.2) определен характер распределения трещин отдельности (рисунок 4.3.3). Для данного массива вероятный размер породного блока составляет  $L_i = 0,14$  м. В пределах влияния выработки наблюдается 12 блочных элементов. Тогда в соответствии с уравнением (4.3.1) модуль упругости массива E = 0,9 ГПа.



Рисунок 4.3.3 – Распределение размеров породных блоков Юбилейного месторождения

Полученные результаты использованы в модели МКЭ для условий, описанных в предыдущем разделе 4.2. Анализ результатов реализации модели показал следующее.

Для данной модели массива использовалась аналогичная процедура и приемы, что и в модели с параллельной системой трещин. В результате моделирования получено изображение напряженного состояния массива в окрестности горной выработки (рисунок 4.3.4). Средствами пакета «Plaxis 3D Tunnel» объемной картине сопоставлены конкретные значения напряжений. Данные транслированы в систему электронных таблиц «Microsoft Excel» и произведено построение соответствующих диаграмм распределения напряжений в окрестности выработки по различным направлениям (рисунки 4.3.5, 4.3.6).



Рисунок 4.3.4 – Компьютерная распечатка модели НДС массива

140



Рисунок 4.3.5 – Эпюра вертикальных напряжений на контуре выработки



Рисунок 4.3.6 – Эпюра горизонтальных напряжений на контуре выработки

В соответствии с приведенными выше обоснованиями в модели принято круглое сечение выработки эквивалентным радиусом. Влияние неровностей контура реальной выработки в проходке на коэффициент концентрации напряжений учитывается ее фрактальным коэффициентом формы *k*<sub>f</sub> (уравнение (4.2.11)).

Для модели массива с блочной структурой, рассматриваемой выше модели в случае вертикальных напряжений  $K_0 = 2,023$ . В качестве аналога принят вскрывающий квершлаг СУБРа (таблица 3.4.1). Примем их усредненный фрактальный коэффициент формы  $k_f = 0,4$ . Тогда

коэффициент концентрации вертикальных напряжений составит K = 2,442, и напряжения на контуре выработки  $\sigma = 18,51$  МПа. Аналогичным образом можно оценить горизонтальные напряжения в кровле выработки.

Таким образом, для представления породного массива с блочной структурой получена комплексная модель, включающая блок компьютерных программ определения параметров трещинной структуры среды, фрактальных характеристик контура выработки, реализации метода конечных элементов и анализа получаемых результатов. Реализация комплексной модели дает необходимую информацию для прогноза устойчивости пород в подземной выработке.

#### 4.4. Модель массива с хаотично расположенными трещинами

В работе [100] показано, что при наличии в массиве 3-4 систем ортогональных трещин его с точки зрения деформационной способности можно рассматривать как квазиизотропный. Тогда при хаотично расположенных трещинах среднее значение множителя в формуле (4.2.1)  $1 + \sin^4 \Theta = 5/8$ , и модуль упругости такого массива определится формулой:

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{5}{8}n \eta},$$
 (4.4.1)

где *n* – число систем трещин.

Для упорядоченной системы трещин характеристика трещиноватости η вычисляется по формуле (4.2.6) по усредненным для всех трещин значениям. Для хаотичного распределения трещин расстояние между ними *h* величина неопределенная. Для этого случая К. В. Руппенейт [100] предлагает использовать равенство:

$$n\eta = \psi K_0, \tag{4.4.2}$$

где ψ – некоторый коэффициент пропорциональности; *К*<sub>0</sub> – коэффициент трещинной пустотности массива.

Коэффициент  $K_0$  пропорционален соотношению  $n/(h \delta)$ , но  $n/h = J_T$ . Здесь  $J_T - модуль трещиноватости массива. Тогда <math>K_0 = J_T \delta$ . Средняя ширина зияния трещин  $\delta$  определится их шероховатостью и извилистостью. Данные характеристики зависят от фрактальных характеристик трещин. Методика анализа приводится в разделе 2.2. С учетом вышеизложенного формула (4.4.1) примет вид:

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{5}{8}\psi J_m \delta}.$$
 (4.4.3)

Здесь неопределенной остается величина коэффициента пропорциональности  $\psi$ , который отражает особенности деформации конкретного реального массива. Его значение можно однозначно оценить, если определена трещинная структура данного массива и измерены значения модулей упругости в образце  $E_0$  и в массиве E. Последнее, т. е. модуль деформации породного массива можно получить по результатам компрессионных испытаний. В частности, результаты таких испытаний в массиве Екатеринбургского метрополитена описаны в разделе 2.6. Их анализ показал, что соотношение  $E/E_0$  в широком диапазоне остается постоянным и равным 0,37 (см. уравнение 2.6.24). Тогда, пересчитав уравнение (4.4.3), получим:  $\Psi = 2,7/(J_T \delta)$ . Для породного массива Юбилейного месторождения по усредненным данным его трещинной структуры получим:  $\psi = 410$ .

Выполним моделирование НДС породного массива для условий, описанных в разделе 4.3, в предположении хаотичного расположения трещин. Расчет по формуле (4.4.3) дает значение модуля деформации массива E = 4,2 ГПа.

Процедура моделирования аналогична моделированию массива с блочной структурой. По результатам расчета средствами программы «PLAXIS 3D Tunnel» получена объемная картина напряженного состояния вокруг выработки (рисунок 4.4.1). Каждой точке сопоставляются конкретные значения напряжений. Далее данные транслируются в систему электронных таблиц «Microsoft Excel» и производится построение диаграмм распределения напряжений в окрестностях горной выработки по различным направлениям (рисунки 4.4.2, 4.4.3).



Рисунок 4.4.1 – Компьютерная распечатка модели НДС массива



Рисунок 4.4.2 – Эпюра вертикальных напряжений на контуре выработки



Рисунок 4.4.3 – Эпюра горизонтальных напряжений на контуре выработки

Процедура анализа, описанная в предыдущих разделах, показала, что концентрации вертикальных напряжений составит K = 2,471, и напряжения на контуре выработки  $\sigma = 18,73$  МПа.

Таким образом, для моделирования породного массива с системой хаотично ориентированных трещин получена комплексная модель, включающая блок компьютерных программ определения параметров трещинной структуры среды, фрактальных характеристик
контура выработки, реализации метода конечных элементов и анализа получаемых результатов. Реализация комплексной модели дает необходимую информацию для прогноза устойчивости пород в подземной выработке.

# 4.5. Модель конвергенции горной выработки

Использование метода конечных элементов позволяет определить смещение пород в сторону выработанного пространства. Для этого использован комплекс компьютерных программ для трех различных представлений породного массива (разделы 4.2 – 4.4). Для последующего прогноза устойчивости важно разделять деформации в стенах и кровле выработок. В этой связи в моделях вместо кругового сечения вводились проектные сечения выработок арочной формы. Полученные результаты сформированы в соответствующую базу данных в файлах «Plaxis», «AutoCad», «Excel».

В качестве иллюстрации указанной процедуры рассмотрим деформацию выработки в блочном массиве, условия которого описаны в разделе 4.3. На рисунке 4.5.1 показана экранная форма реализации модели блочного массива в программе «Plaxis 3D Tunnel».



Рисунок 4.5.1 – Общая деформация сечения квершлага в блочном массиве

После обработки результатов реализации модели получены смещения горных пород в выработку со стороны стен (рисунок 4.5.2) и в кровле квершлага (рисунок 4.5.3).



Рисунок 4.5.2 – Смещение стен выработки, мм

(пунктиром показана средняя величина смещения)



Рисунок 4.5.3 – Деформация свода квершлага, мм (для наглядности смещения свода увеличены в 10 раз)

Таким образом, сформированные и отработанные модели в совокупности с комплексом компьютерных программ создают базу для прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке, а также являются основой для расчета прочных размеров крепи по заданным нагрузкам и деформациям.

#### Выводы по главе 4

Наиболее эффективным инструментом прогноза напряженно-деформированного состояния (НДС) породного массива является метод конечных элементов (МКЭ). Для его реализации в работе использован геотехнический пакет «Plaxis 3D Tunnel». Достижение адекватности результатов требуется корректное задание деформационных характеристик породного массива.

Все многообразие реальной трещинной структуры породных массивов можно свести к его трем типам: массив с системой параллельных трещин, блочное строение массива и система хаотично ориентированных трещин. Для каждого из типов массива определены методики прогноза деформационных характеристик, где ключевыми параметрами являются относительная площадь контактов берегов трещин и параметр дилатансии.

Для каждого типа массива применительно к условиям Юбилейного месторождения установлены начальные и граничные условия МКЭ, создан компьютерный банк данных. В результате реализации моделей получены значения напряжений на контуре горных выработок и смещения пород в сторону выработанного пространства.

В ходе реализации моделей разработаны и апробированы методики оценки вероятностного распределения трещин блочного массива и коэффициента трещинной пустотности для хаотично расположенных трещин.

Результаты реализации моделей являются базой для прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке.

# 5. ПРОГНОЗ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД В ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКЕ

#### 5.1. Критерий устойчивости

Анализ методов прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке (см. главу 1) позволяет заключить следующее. Всю совокупность расчетных методов определения нагрузки на крепь горных выработок можно разделить на два принципиально различающихся подхода – расчет по заданной нагрузке и заданной деформации [155].

Первый подход (расчет по заданным нагрузкам) основывается на предположении, что горное давление является функцией глубины заложения выработки, ее формы и размеров, свойств породного массива и не зависит от конструкции крепи и режимов ее работы. Расчет основан на определении нагрузки на крепь в зоне разгрузки в виде свода естественного равновесия (М. М. Протодьяконов, П. М. Цимбаревич, В. Д. Слесарев, Н. М. Покровский и др.).

Второй подход (расчет по заданным деформациям) основан на оценке образования вокруг выработки зоны неупругих (запредельных) деформаций и использовании методов механики сплошной среды (А. Лабасс, К. В. Руппенейт, Ю. М. Либерман, А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня и др.). В этом случае учитывается не только давление на крепь, но и смещение пород, обусловленное совместной работой породного массива и крепи.

Таким образом, первоочередной задачей является установление некоторого критерия, позволяющего обоснованно выбрать первую или вторую схему расчета. В работах по геомеханике и расчету крепей обычно указывается, что первую схему следует применять при «малых» глубинах заложения выработки, а концепцию заданных деформаций – при «больших» глубинах. Однако эта рекомендация, по меньшей мере, требует количественных критериев определения критической глубины. Однозначного решения данного вопроса в настоящее время нет в силу огромного многообразия породных массивов и технологий сооружения подземных выработок. Но для конкретных горно-геологических условий все же необходима выработка конкретных критериев.

Известны различные подходы. Так, А. П. Максимов [72] в качестве такого критерия использует условие Кулона – Мора:  $\tau = K + f\sigma$ , где нагрузка на крепь формируется в процессе сдвига горной породы по трещине. Однако гипотеза о разрушении массива чистым сдвигом может быть справедливой в условиях больших обнажений пород с развитой системой трещин.

Другой подход к решению данного вопроса предложен Н. С. Булычевым [156]. Он предлагает обобщенную расчетную модель, особенность которой состоит в том, что достижение породой прочности о<sub>сж</sub> является необходимым, но недостаточным условием для разрушения.

Достаточное условие заключается в достижении предельных для данных пород деформаций  $\varepsilon_{cm}$ . На основании этого автором вводится *деформационный критерий прочности*:  $\varepsilon \le \varepsilon_{cm} = \Pi_{\varepsilon} \varepsilon_{y}$ , где показатель пластичности породы  $\Pi_{\varepsilon} = \varepsilon_{cm}/\varepsilon_{y}$  определяется отношением деформации породы при ее разрушении  $\varepsilon_{cm}$  и при нагрузке до предела упругости  $\varepsilon_{y}$ . Эти деформации можно надежно определить только на образцах, и для трещиноватых породных массивов такая оценка будет заведомо не адекватной.

В работе И. В. Баклашова и О. В. Тимофеева [157] при определении критической глубины рекомендуется учитывать технологию проходки выработок. Предлагается расчетное соотношение, где эмпирические коэффициенты зависят от параметров технологии проходки. Но как указывают сами авторы их величину можно определить только опытным путем в конкретной технологии производства горных работ.

Таким образом, единого подхода и работоспособных методов решения данной проблемы до настоящего времени не создано. В общем случае устойчивость горных пород в выработке определиться соотношением некоторой функции напряженно-деформированного состояния вмещающего выработку массива  $F_1(T_{\sigma})$  и функции прочностных и деформационных характеристик этого массива  $F_2(\sigma, \varepsilon)$ . Тогда в качестве критерия устойчивости может быть принята безразмерная комбинация данных функций:

$$W = F_1(T_{\sigma})/F_2(\sigma,\varepsilon). \tag{5.1.1}$$

Потеря устойчивости, т. е. разрушение пород в выработке произойдет при W > 1. Исследованиями кафедры шахтного строительства УГГУ [138] установлена возможная структура данного критерия:

$$W = \frac{K_{\lambda}K_{\sigma}\gamma H}{K_{H}K_{c}K_{s}K_{o}\sigma_{cxc}}.$$
(5.1.2)

Рассмотрим входящие в формулы показатели с точки зрения выполненных в данной работе исследований. Входящее в числитель формулы критерия (5.1.2) выражение оценивает напряженное состояние на контуре горный выработки. Коэффициент  $K_{\lambda}$  отражает отличие распределения напряжений в породном массиве от гидростатического, и в совокупности  $K_{\lambda}\gamma H$  определяется моделированием НДС методом конечных элементов (глава 4). Коэффициент  $K_{\sigma}$  учитывает степень повышения напряжений на выработке за счет неровностей ее контура и определяется по фрактальному коэффициенту формы сечения (раздел 3.4).

Знаменатель формулы критерия (5.1.2) оценивает прочность вмещающих горную выработку пород. Величина  $K_H = K_W K_P$  учитывает возможное разупрочнение пород при увлажнении ( $K_W$ ) и влияние горного давления ( $K_P$ ). В разделе (2.3.2) установлено, что размокание пород определяется особенностями их минерального состава и функционально не связано со степенью их увлажнения. Поэтому для изученных пород следует использовать полученное нами

конкретное значение  $K_W$  для условий водоносных горизонтов. При отсутствии доступа влаги (вне водоносных горизонтов) следует принимать  $K_W = 1$ . Влияние горного давления учитывается коэффициентом  $K_P$ . В разделе (2.3.5) детально описана процедура его определения и построения паспорта прочности массива.

Коэффициенты  $K_C$ ,  $K_S$ ,  $K_Q$  учитывают влияние масштабного фактора, трещинной структуры массива и его деформационные характеристики. Исследованию данного вопроса посвящены материалы раздела (2.6). Совокупность влияния указанных факторов определяется результатами статистического моделирования (раздел 3.2).

Таким образом, значения функций, формирующих общее выражение критерия устойчивости (5.1.1) определены лабораторными исследованиями и результатами моделирования, изложенными в вышеприведенных разделах работы. Это позволяет установить для конкретных горно-геологических условий величину критерия для различных пород месторождения. Наиболее полно инженерно-геологические условия изучены для Юбилейного месторождения [151]. Исследования кафедры шахтного строительства УГГУ [129], позволили установить закономерности изменения критерия устойчивости по глубине месторождения. С учетом выполненных нами исследований изменение критерия устойчивости по глубине можно представить в виде прогнозной диаграммы (рисунок 5.1.1).



Рисунок 5.1.1 – Прогнозная диаграмма устойчивости горных пород в выработках по глубине Юбилейного месторождения

С формальных позиций указанные на диаграмме глубины с W > 1 свидетельствуют о неустойчивости пород. Здесь следует ожидать обрушения пород с образованием свода естественного равновесия, и расчет вести по схеме «заданных напряжений».

При расчетах точек диаграммы принято, что изменение напряжений с ростом глубины залегания пород H описывается установленным в работе [140] уравнением:  $\sigma_{\rm B} = 1,01 \ \gamma H \ (\gamma \ {\rm B} \ {\rm MH/m^3})$ . Рассматривалась горизонтальная сводчатая выработка с усредненным в результате моделирования (см. раздел 3.2) коэффициентом концентрации напряжений на ее контуре. Поэтому в силу принятых допущений данную диаграмму следует рассматривать как некоторую тенденцию изменения устойчивости выработки с глубиной ее расположения. Для более достоверного прогноза следует учитывать конкретные результаты вышеизложенных исследований.

## 5.2. Расчет устойчивости по схеме с заданной нагрузкой

## 5.2.1. Схема разрушения

Нагрузка на крепь горных выработок, в сущности, определится совокупностью реализаций представленных в работе моделей. Основные данные представлены в четвертой главе. Расчет прочных размеров крепи осуществляется известными методами строительной механики и сопротивления материалов.

Однако в практике проектирования, как правило, используются рекомендации «Свода правил» (СП), актуализированных версий СНиП [6]. Здесь главным проектным показателем является критерий устойчивости *С* (1.1.3). Анализ формулы (см. раздел 1.1) показывает, что наиболее неопределенными являются характеристики напряжений на контуре выработки и прочность породного массива.

Первое, т. е. напряженное состояние пород предлагается оценивать расчетной глубиной заложения выработки:  $H_p = KH$ . Здесь поправочный коэффициент K принимает лишь два значения: K = 1,0 - для «обычных» условий и K = 1,5 - для районов, подверженных движениям земной коры, и в зонах тектонических нарушений. Ясно, что в таком контексте K = 1,5 - есть некоторый коэффициент запаса, отражающий степень нашего незнания реального напряжения в массиве. В этой связи этими же СП рекомендуется дополнительно изучать данный вопрос в конкретных горно-геологических условиях, что и выполнено в данной работе.

Другая составляющая – прочность породного массива оценивается некоторым коэффициентом нарушенности  $K_c$ , зависящим только от расстояния между поверхностями ослабления (трещинами). Его рекомендуемые значения (см. таблицу 1.1.1) имеют всего пять дискретных значений, что явно не соответствует природе феномена структурного ослабления

пород. Кроме того, здесь не учитываются такие важные факторы, как действие горного давления, масштабный эффект, влажность пород. Все это исследовано и количественно оценено в данной работе.

Таким образом, выполненные исследования позволяют конкретизировать и уточнять рекомендации нормативных документов (СП) для конкретных горно-геологических условий строительства подземных выработок. Более того, полученные результаты лабораторных исследований и моделирования создают базу для непосредственных расчетов устойчивости пород и расчета прочных размеров крепи.

При рассмотрении соотношения действующих напряжений и прочности массива оценивается возможность объемного разрушения пород с образованием свода естественного равновесия и формирования области разрушения за счет сдвижения пород по трещинам. Характер разрушения определяется сопоставлением соответствующих паспортов прочности и действующего напряжения. На рисунке 5.2.1 приведены паспорта прочности андезитобазальтового массива Юбилейного месторождения на глубине 96 – 115 м.



Рисунок 5.2.1 – Сопоставление паспортов прочности породного массива

Кривая, обозначенная двойной линией, отражает паспорт прочности пород при объемном разрушении, построенном по методике, описанной в разделе 2.6. Другая кривая характеризует разрушение пород при сдвиге по трещине. Здесь точками отмечены данные, полученные в результате моделирования процесса сдвига на основе фрактального анализа трещиноватости (см. разделы 2.2, 3.2) [145]. Пересечение графиков наблюдается при  $\sigma = 43$  кПа. Следовательно, при меньших нагрузках разрушение массива будет происходить за счет сдвига по трещине. При

нормальных усилиях сжатия σ > 43 кПа сцепление по плоскостям трещины возрастет настолько, что потеря устойчивости обнажения произойдет за счет объемного разрушения самого тела массива, а не по трещине.

## 5.2.2. Прогноз вывалообразования

Произведем прогноз устойчивости трещиноватого массива при больших напряжениях, когда наблюдается объемное разрушение пород (на рисунке 5.2.1 этому условию соответствует  $\sigma > 43$  кПа).

Опираясь на исследования К. В. Руппенейта и В. Н. Шейнина, в работе [157] предложена методика оценки устойчивости пород в незакрепленной выработке с позиций теории сводообразования. Вероятность появления на контуре выработки вывалов определяется соотношениями:

$$\ln(1-P_{e}) = \left\{ \frac{1}{2} \frac{R^{*}_{\varphi(S)}}{\sqrt{1-R^{2}_{\varphi(S)}}} \exp\left[ \frac{(\sigma_{cw}-2\gamma H)^{2}}{[<\sigma_{cw}>^{2} v^{2}_{cw} + (2\gamma H)^{2} 4\pi^{2} m^{2} D] \cdot [1+R_{\varphi(S})]} \right] \right\}; \quad (5.2.1)$$

$$R_{\varphi(S)} = \frac{(2\gamma H \ 2\pi m)^2 D \exp(-3\pi m s) \ (1+3\pi m s) + \langle \sigma_{cw} \rangle^2 \ v_{cw}^2 \ \exp(-\pi s / \Delta) \ (1+\frac{\pi / \Delta s}{\Delta s})}{(2\gamma H \ 2\pi m)^2 D + \langle \sigma_{cw} \rangle^2 \ v_{cw}^2}; \quad (5.2.2)$$

$$R^{*}_{\varphi(S)} = \frac{(6 \cdot 2\gamma H \ \pi^{2} m^{2})^{2} Ds \exp(-3\pi ms) + \langle \sigma_{cw} \rangle^{2} v_{cw}^{2} \frac{\pi^{2}}{\Delta^{2}} s \exp(-\frac{\pi}{\Delta}s)}{(2\gamma H \ 2\pi m)^{2} D + \langle \sigma_{cw} \rangle^{2} v_{cw}^{2}}; \qquad (5.2.3)$$

где  $\gamma$ - объемный вес пород;  $\langle \sigma_{c\pi} \rangle$  - среднее значение прочности при сжатии;  $\upsilon_{c\pi}$  – коэффициент вариации прочности;  $\Delta$  – характеристика неоднородности вмещающего массива, представляющее расстояние между точками перехода значений  $\sigma_{c\pi}$  через  $\langle \sigma_{c\pi} \rangle$ , выраженное в единицах эквивалентного радиуса выработки  $R_{\rm B}$  (в первом приближении может быть принято равной размеру структурного элемента массива в единицах  $R_{\rm B}$ ); H – глубина заложения выработки; m – характеристика технологических неровностей контура выработки, представляющая среднее число пересечений реальным контуром проектного контура на участке, имеющем длину  $R_{\rm B}$ ; D – дисперсия отклонений реального контура выработки от проектного, выраженная в единицах  $R_{\rm B}^2$ ; s – размер локального вывала, в единицах приведенного радиуса выработки  $R_{\rm B} = (F/\pi)^{1/2}$ ; F – площадь выработки в проходке;

$$s = l/R_{\rm B}; \tag{5.2.4}$$

*l* – размер вывала по линии контура выработки.

Процедура вычислений состоит в следующем. Задается величина допустимого вывала  $s_{\text{доп}}$ , которая может быть вычислена по формуле (5.2.4). При этом значение *l* принимается как линейный размер допустимой площади вывала  $W_{\text{доп}}$ :  $l = (W_{\text{доп}})^{1/2}$ . Рекомендуется [157]:

-  $W_{\text{доп}} < 0,001 \text{ м}^2$  – в выработках для передвижения людей;

- 0,001 м<sup>2</sup>  $< W_{\text{доп}} < 0,01$  м<sup>2</sup> – в транспортных выработках;

- 0,01 м<sup>2</sup> <  $W_{\text{доп}}$  < 1 м<sup>2</sup> – в вентиляционных выработках;

-  $W_{\text{доп}} > 1 \text{ м}^2 - \text{в}$  протяженных камерах.

По формулам (5.2.1 - 5.2.3) вычисляется вероятность  $P_{\rm B}$  появления на контуре незакрепленной выработки вывалов, имеющих размер больше допустимого  $s_{\rm доп}$ . В зависимости от назначения (ответственности) выработки принимается требуемая надежность  $P_{\rm доп}$ . Если  $P_{\rm B} < P_{\rm доп}$ , выработка может стоять без крепи. В противном случае производится выбор и расчет крепи.

Используя гипотезу сводообразования М. М. Протодьяконова и принимая параболические очертания локального вывала, в работе [157] получена формула определения расчетного давления на 1 м выработки (Н/м):

$$Q = \frac{\gamma R_{e}^{2}}{3} \frac{s^{2}}{f},$$
 (5.2.5)

где f – коэффициент крепости породы локального вывала; учитывая малый объем и разгруженное состояние такой породы можно принимать коэффициент крепости по лабораторным определениям прочности  $\sigma_{cx}$ .

Разрешая уравнения (5.2.1 – 5.2.3) относительно *s*, и используя уравнение (5.2.5), найдем расчетное давление *Q*. Принятый уровень значимости *P*<sub>доп</sub> определяется категорией выработки. Рекомендуется;

- *P*<sub>доп</sub> = 0,01 – для выработок с проходом людей;

-  $P_{\text{доп}} = 0,05 - для$  транспортных выработок;

- *P*<sub>доп</sub> = 0,1 – для вентиляционных выработок и камер.

Вероятность появления на контуре незакрепленной выработки вывалов, имеющих размер больше *s*<sub>доп</sub> определиться уравнением:

$$P_{e} = 1 - \exp\left\{ \frac{\frac{1}{2} \frac{R_{\phi(Son)}^{*}}{\sqrt{1 - R_{\phi(Son)}^{2}}} x}{x \exp\left[-\frac{(\sigma_{cm} - 2\gamma H)^{2}}{[<\sigma_{cm} >^{2} v_{cm}^{2} + (2\lambda H)^{2} 4\pi^{2} m^{2} D] \cdot [1 + R_{\phi(Son)}]}\right]}\right\}; \quad (5.2.6)$$

Выполним анализ представленных уравнений с точки зрения полученных в работе результатов. Здесь произведение  $\gamma H = \sigma^*$  оценивает гидростатическое горное давление в предположении идеально однородного упругого массива. Для трещиноватых массивов это условие заведомо не выдерживается. Множитель «2» в формуле отражает величину теоретического коэффициента концентрации напряжений для выработки круглого сечения. Однако для реальных выработок эта величина не может быть константой; она существенно

зависит от фрактальной геометрии сечения выработки. Более достоверные результаты могут быть получены разработанной нами процедурой моделирования с помощью метода конечных элементов (см. главу 4).

Различное сочетание показателей *т D* определяет в соответствии с методическим подходом И. В. Баклашова [122] (описанным в разделе 3.4) коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma}$  на контуре выработки. Нами установлена связь  $K_{\sigma}$  с фрактальным коэффициентом формы выработки. Тогда для применения данной методики требуется исследовать и установить зависимость функций (5.2.1 – 5.2.3) от фрактальной размерности контура выработки  $d_f$  и прочих параметров ( $\sigma_{cw}$ ;  $\upsilon_{cw}$ ;  $\Delta$ ).

Данные функции имеют вероятностную природу. К случайным факторам относятся дисперсия отклонений реального контура выработки от проектного D и число точек пересечения линией фактического профиля выработки от его проектного положения m. Причем последний показатель (m) достаточно субъективен. Как показано в разделе 3.4 более объективной характеристикой неровностей контура выработки является ее фрактальная размерность  $d_f$ . В уравнения (5.2.1 – 5.2.3) эти случайные факторы входят в виде  $m^2D$ . Для установления взаимосвязи данного произведения с фрактальной размерностью линии контура использована имитационная модель горной выработки, описанная в разделе 3.4. На вход модели подавались различные величины  $d_f$  из диапазона реальных значений фрактальной размерности, установленных для горизонтальных выработок СУБРа. На каждом уровне  $d_f$  выполнялось по 100 итераций. Усредненные значения параметров приведены на рисунке 5.2.2.



Рисунок 5.2.2 – Взаимосвязь случайных параметров ln(*m*<sup>2</sup>*D*) и фрактальной размерности линии контура горной выработки

Установлено, что при достаточно большом (и произвольном) разбросе данных по *m* произведение *m*<sup>2</sup>*D* достаточно надежно оценивается фрактальной размерностью линии контура выработки. Уравнение связи:

$$d_f = 0,21 \ln (m^2 D). \tag{5.2.7}$$

Коэффициент достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,986$ .

Очевидно, что в каждом цикле проходки полученные контуры выработок будут отличаться. Также может меняться структура и прочность пород массива. Тогда наиболее надежным способом анализа устойчивости выработки будет имитационное моделирование, отражающие установленные в работе и изложенные выше закономерности. Нами на базе модели генерирования контура выработки (раздел 3.4), использования процедуры статистического моделирования трещинной структуры пород (раздел 3.2) и реализации метода конечных элементов (глава 4) разработана комплексная компьютерная программа прогноза устойчивости горных пород в выработке. Прочность породного массива определялась с учетом его трещинной структуры, масштаба влияния выработки и других факторов, результаты исследования которых приведены в разделе 2.6. Усреднение результатов множественной реализации программы позволяет надежно устанавливать характеристики устойчивости с вероятностных позиций.

На рисунке 5.2.3 приведены результаты реализации модели (100 итераций) для условий блочного массива, модель МКЭ которого описана в разделе 4.3.



Рисунок 5.2.3 – Распределение относительного размера вывалов в горной выработке

Для данных условий средний относительный размер вывала составляет s = 0,04. Среднее квадратическое отклонение S = 0,007 с коэффициентом вариации 18,6 %. Проверка данных с помощью критерия Пирсона показала, что с надежностью 0,95 размеры вывалов подчиняются нормальному распределению ( $\chi^2 = 2,6 < \chi^2_{\kappa p} = 12,6$ ). Интегральная функция распределения приведена на рисунке 5.2.4.



Рисунок 5.2.4 – Интегральная функция распределения

Таким образом, в данных горно-геологических условиях (горизонтальная выработка сводчатой формы с площадью сечения  $F = 12,5 \text{ м}^2$  и эквивалентным радиусом 2,0 м) допустимая площадь вывалов  $W_{\text{доп}} = 0,001 \text{ m}^2$ . Тогда допустимый линейный размер вывала  $l_{\text{д}} = 0,031 \text{ м}$  и в соответствии с формулой (5.2.4)  $s_{\text{д}} = 0,016$ . Полученная на модели величина s = 0,04 значительно превышает допустимую для выработок с проходом людей. Следовательно, выработка нуждается в креплении. Расчетная нагрузка на крепь, вычисленная по формуле (5.2.5), составляет Q = 0,26 кH/м.

Учитывая относительно малую нагрузку на крепь и характер разрушения пород в виде вывалов для обеспечения устойчивости выработки достаточно использовать анкерную крепь с сеткой и набрызг-бетоном.

Полученный комплекс компьютерных программ и моделей позволяет решать обратную задачу. По допустимому для ответственных выработок объему вывалов  $W_{\text{доп}} < 0,001 \text{ m}^2$ , что соответствует линейному размеру 0,032 м, задается его относительный размер по формуле (5.2.4). Путем реализации моделей и на основании уравнения (5.2.6) определяется вероятность

его появления. На основе сравнения полученной вероятности с ее допустимыми для данного класса выработок значениями обосновывается необходимость крепления выработки. В случае положительного результата выбирается тип крепи и производится ее расчет.

# 5.3. Расчет устойчивости по схеме с заданной деформацией

Данные методы расчета базируются на анализе совместных деформаций породного массива и крепи выработки. Величина нагрузки на крепь определяется из уравнения совместности смещений породного контура и крепи (рисунок 5.3.1).



Рисунок 5.3.1 – Диаграмма взаимодействия крепи и породного массива: 1 – разгрузка массива; 2 – сопротивление крепи; 3 – смещение пород в незакрепленной выработке; 4 – развитие смещений пород и крепи во времени

Смысл данной диаграммы сводится к следующему. Кривая (1) определяет график равновесных состояний массива и показывает уменьшение напряжений по мере смещения пород в выработанное пространство. Подтверждаемый шахтными наблюдениями нелинейный характер линии (1) свидетельствует о том, что помимо линейной (упругой) разгрузки в процессе участвуют необратимые пластические деформации. В ряде случаев в конечной стадии может наблюдаться некоторое повышение давления (пунктир на графике), что связано с распором кусков разрушенной породы. В момент возведения крепи массив обладает начальным смещением  $U_0$ . После этого при совместной работе с массивом реакция крепи возрастает (линия (2)), и в точке пересечения кривых (1) и (2) достигается состояние равновесия. Нелинейный характер кривой (2) обусловлен смятием узлов податливости или набором прочности бетонной крепи. Для жесткой металлической крепи линия (2) выразится прямой.

Кривые (3) и (4) отражают смещение пород во времени. Поведение породного массива в выработке без крепи показано пунктиром на линии (3). После возведения крепи характер деформации изменяется – линия (4).

Суммарное смещение можно представить в виде:

$$U_{\infty}(p) = U_0 + U(p), \tag{5.3.1}$$

где  $U_0$  – смещение породного контура до ввода крепи в работу; U(p) – смещение крепи до момента установления статического равновесия.

Известны различные аналитические методы решения уравнения совместности деформаций (см. раздел 1.4). Однако все они ориентированы на ту или иную идеализацию среды и не соответствуют реальным породным массивам, особенно с явно выраженной трещиноватостью.

Практика проектирования крепи горных выработок опирается на рекомендации СП 91.13330.2012 «Подземные горные выработки» [6]. Процедура выбора и расчета крепи производится в соответствии с методикой И. В. Баклашова [122] по расчетным смещениям пород (см. раздел 1.1). По максимальной величине абсолютных смещений устанавливается категория устойчивости пород и по соответствующей номограмме определяется расчетная нагрузка на крепь.

Ключевым моментом рекомендаций СП является номограмма для определения типового смещения пород (рисунок 5.3.2).

Из номограммы следует, что деформация породы однозначно связана с ее прочностью. Однако и опыт, и теория не подтверждают такую однозначную зависимость. Все значительно сложней. Кроме того, область применения такой номограммы достаточно ограничена. Так, из нее следует, что породы прочнее 110 МПа ( $R_c > 110$  МПа, что эквивалентно коэффициенту крепости по шкале проф. М. М. Протодьяконова f = 11) при любом горном давлении деформироваться не будут!? Помимо этого, например, для пород с прочностью  $R_c < 20$  МПа, но залегающих на глубине более 1200 м номограмма не дает результатов. Следовательно, рекомендации номограммы следует уточнить на основе анализа ее расчетной базы.



Рисунок 5.3.2 – Номограмма для определения типового смещения пород  $U_{\text{тп}}$ 

Базой построения указанной номограммы (рисунок 5.3.2) явились исследования И. Н. Кацаурова [81]. Автором на основании результатов исследований Ю. З. Заславского и обобщения натурных наблюдений получено уравнение зависимости смещения контура выработки от глубины ее заложения *H*, ее эквивалентного размера (радиуса) *r*<sub>0</sub> и прочности пород  $\sigma_{cж}$  в виде:

$$U = Ar_0 \left[ \exp\left(\frac{2(\beta\gamma H - p)}{\alpha\sigma_{cm}}\right) - 1 \right],$$
 (5.3.2)

По смыслу данного выражения показатель  $\alpha$  сопоставляется с коэффициентом структурного ослабления пород,  $\beta$  – с коэффициентом концентрации напряжений. Коэффициент пропорциональности A отражает особенности технологии проходки и горно-геологические условия. По мнению автора, величины этих коэффициентов следует определять по результатам натурных наблюдений в конкретных горно-геологических условиях. Но такой подход лишает методику И. Н. Кацаурова смысла на стадии проектирования. В то же время, данное уравнение можно использовать для относительной оценки изменения предельных смещений с глубиной заложения выработки и прочностью пород. Это тем более ценно, что уравнение (5.3.2) отражает реальные шахтные наблюдения.

На основании натурных наблюдений в условиях шахт Донбасса и численного определения указанных выше коэффициентов были получены формулы для определения перемещений кровли горизонтальной выработки [81]:

$$U_{\kappa} = 0.1a \cdot \left\{ \exp\left[\frac{\gamma H - 10\left(\frac{\sigma_{cm}}{30}\right)^2 p_{\kappa}}{\sigma_{cm}}\right] - 1 \right\}$$
(5.3.3)

и сближения боковых стен:

$$U_{\delta} = 0,07h \cdot \left\{ \exp\left[\frac{0,85\gamma H - 15\left(\frac{\sigma_{cm}}{30}\right)^2 p_{\delta}}{\sigma_{cm}}\right] - 1 \right\},$$
(5.3.4)

где *а* и *h* – ширина и высота выработки; *p*<sub>к</sub> и *p*<sub>6</sub> – реакция крепи в кровле и стенах выработки; 30 МПа – условная (эталонная) прочность пород.

Анализ результатов шахтных наблюдений в условиях шахт Донбасса, обсуждаемых в работе [81], позволил уточнить расчетную формулу (5.3.2). Если принять p = 0, т. е. не учитывать работу крепи, то уравнение смещений запишется в виде:

$$U = \mu r_0 \left[ \exp\left(\frac{K\gamma H}{k_c \sigma_{cxc}}\right) - 1 \right], \qquad (5.3.5)$$

где *r*<sub>0</sub> – радиус эквивалентного сечения выработки; *К* – коэффициент концентрации напряжений; *k*<sub>c</sub> – коэффициент структурного ослабления породного массива.

Адекватность предлагаемого выражения подтверждается тем, что при величине параметров:  $\mu = 26$ ;  $r_0 = 3$  м; K = 1;  $k_c = 0,67$  рассчитанные по формуле значения полностью совпадают данными номограммы СП 91.13330.2012 (рисунок 5.3.2). Но если входом номограммы является лишь глубина разработки и прочность пород, то расчетная формула в явном виде учитывает, как напряжения на контуре выработки, так и прочность породного массива. Величина  $k_c$  определится результатами вышеизложенных исследований (глава 2). Тогда для адаптации данной формулы к условиям реального трещиноватого массива необходимо определить величину коэффициента пропорциональности  $\mu$ . Это можно осуществить путем сопоставления результатов моделирования МКЭ с рассчитанными по формуле (5.3.5).

Произведение *К*ү*H* – дает величину действующих на контуре выработки напряжений в предположении однородного и изотропного массива (*γH*). Разработанные в четвертой главе модели МКЭ массивов с различным типом их трещинной структуры позволяют непосредственно получать эпюру горного давления. В разделе 3.4 обоснована методика оценки коэффициента

концентрации напряжений K по фрактальному коэффициенту формы выработки  $k_f$ . Тогда  $K\gamma H$  в формуле (5.3.5) определится функцией  $F(\sigma, k_f)$ . В знаменателе экспоненты  $k_c \sigma_{cж}$  представляет собой прочность породного массива  $\sigma_{(M)}$ , методика определения которой для данных горногеологических условий показана в разделе 2.6. В итоге функция смещений (5.3.5) запишется в виде:

$$U = \mu r_0 \left[ \exp\left(\frac{F(\sigma, k_f)}{\sigma_{(s)}}\right) - 1 \right],$$
 (5.3.6)

Анализ результатов моделирования, описанных в четвертой главе, позволяет определить величину коэффициента пропорциональности µ. Сопоставление полученных методом конечных элементов деформации кровли и стен (раздел 4.5, рисунки 4.5.2, 4.5.3) с содержанием формулы (5.3.6) показало совпадение измеренных и расчетных показателей при следующих значениях коэффициентов µ (таблица 5.3.1).

Таблица 5.3.1 – Значения коэффициентов µ для разных типов породного массива

Тип массива	Кровля выработки	Стены выработки
Система параллельных трещин	0,0022	0,0017
Блочное строение	0,018	0,016
Система хаотичных трещин	0,0044	0,0050

Таким образом, для конкретной горной выработки и известной величине напряжений на ее контуре данная формула позволяет определить величину деформации (конвергенции) горной выработки.

Дальнейшие расчеты, в принципе, можно производить, руководствуясь нормативными документами Свода правил СП 91.13330.2012 и учитывая все поправочные коэффициенты. Однако приведенные выше материалы позволяют произвести прогноз устойчивости выработки. Так из решения формул (5.3.2) и (5.3.6) условие устойчивости запишется в виде:

$$\sigma_{\mathsf{M}} \ln \left[ \frac{U}{\mu r_0} + 1 \right] - F(\sigma k_f) > 1.$$
(5.3.7)

Описанный выше подход позволяет оценить смещение пород в незакрепленную выработку в линейно-упругом представлении массива. Для расчета совместной работы крепи и массива (см. рисунок 5.3.1) необходимо учитывать фактор времени. Развитие деформации горных пород во времени определяется параметрами ядра ползучести. Результаты исследований данного явления описаны в разделе 2.5. Установлено, что по мере развития деформации меняется строение горных пород, в частности, их модуль упругости.

Исследованиями Ж. С. Ержанова [123] установлено, что разница в величинах параметра ядра ползучести по лабораторным и натурным исследованиям не превышает естественного разброса данных. Автор делает вывод, что для оценки влияния времени на напряженнодеформированное состояние пород вокруг подземных сооружений «достаточно уверенно» можно использовать значения параметров ползучести, установленные в лабораторных испытаниях образцов. Доказано, что упругие характеристики горных пород изменяются во времени *t* за счет ползучести по следующему закону:

$$E(t) = E_0 \exp\left[-\omega \,\delta \,\Gamma(1-\alpha) \,t^{1-\alpha}\right],\tag{5.3.8}$$

где  $\alpha$ ,  $\delta$  – параметры ядра ползучести;  $\Gamma()$  – гамма-функция; t – время стояния выработки;  $\omega = (1 - \alpha)^{1 - \alpha}$ .

Здесь величина *E*<sub>0</sub> соответствует модулю упругости различных типов массива, рассмотренных в четвертой главе.

Для рассматриваемых в моделях МКЭ базальтов параметры ядра ползучести исходных пород  $\alpha = 0,69$ ;  $\delta = 0,008$ . При увлажнении пород характер их ползучести изменяется и финальной стадии характеризуется параметрами  $\alpha = 0,81$ ;  $\delta = 0,057$ . Относительное снижение модуля упругости в соответствии с уравнением (5.3.8) показано на рисунке 5.3.3.





Анализ графиков показывает существенную разницу в деформации сухих и увлажненных массивов. При этом наиболее значимое снижение модуля деформации наблюдается в течение

первых минут после образования выработки (фактически за время ее проветривания после взрывных работ). В дальнейшем его падение существенно замедляется и стремится к некоторому пределу.

Полученные результаты позволяют оценивать НДС различных типов породных массивов (см. главу 4) с учетом фактора времени. В итоге это позволяет получить характеристику разгрузки массива (линия 1 на рисунке 5.3.1). В соответствии с принятым типом крепи и технологией проходки выработки можно получить полную диаграмму взаимодействия крепи и породного массива. Для этого необходимо ввести время установки крепи (от момента взрыва) и ее жесткость (кривую деформации – линия 2 на рисунке 5.3.1).

Выполним указанные действия на примере модели МКЭ блочного массива, описанной в разделах 4.3 и 4 5.

В соответствии с уравнением (5.3.8) были посчитаны модули упругости с учетом реологии. Полученные значения последовательно вводились с модели МКЭ и после расчета снимались смещения контура горной выработки. В качестве примера на рисунке 5.3.4 приведены смещения контура горной выработки во времени.



Рисунок 5.3.4 – Смещение контура горной выработки во времени

Таким образом, разработанные модели и методики позволяют осуществлять расчет устойчивости по схеме с заданной деформацией оперируя не абстрактными значениями

смещений контура горных выработок, полученных по номограммам СП, а наиболее вероятными значениями смещений в условиях трещиноватых массивов горных пород.

#### 5.4. Общая оценка устойчивости с вероятностных позиций

В общем случае устойчивость выработки определяется соотношением действующих на ее контуре напряжением и прочностью вмещающих пород. И тот и другой фактор зависят от множества случайных независимых факторов. Поэтому прогноз устойчивости следует рассматривать с вероятностных позиций.

Вероятностный подход к проблеме устойчивости (надежности) работы конструкций наиболее полно отражен в исследованиях А. Р. Ржаницина. В своей обобщающей работе [158] он вводит случайную величину, названную им резервом прочности:

$$S = R - Q, \tag{5.4.1}$$

где *R* – обобщенная прочность конструкции; *Q* – обобщенная нагрузка.

При известных вероятностных законах распределения *R* и *Q* можно построить кривую (поверхность) распределения *S* по формуле:

$$P(S) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_R(S+Q) P_Q(Q) dQ, \qquad (5.4.2)$$

где  $P_x(X)$  – соответствующие плотности вероятности.

В контексте данной работы под R следует понимать прочность породного массива  $\sigma_{M}$ , а под S – напряжения  $\sigma_{B}$  на контуре горной выработки. В общем случае горную выработку следует считать устойчивой, если действующие напряжения на ее контуре  $\sigma_{B}$  не превышают прочность массива  $\sigma_{M}$ :

$$\sigma_{\rm B} \le \sigma_{\rm M}.\tag{5.4.3}$$

Статистический анализ прочности горных пород свидетельствует о нормальном распределении их величин, что подтверждается другими независимыми исследованиями [9, 159]. Тогда дифференциальную функцию распределения можно описать уравнением Гаусса:

$$f(\sigma) = \frac{1}{S_c \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_i - \sigma_{cp})^2}{2S_{\sigma}^2}},$$
(5.4.4)

где  $\sigma_{cp}$  – среднее значение прочности;  $S_{\sigma}$  – среднее квадратическое отклонение (стандарт).

Вероятность того, что значение прочности окажется в интервале σ<sub>1</sub>-σ<sub>2</sub>, определится интегральной функцией:

$$P(\sigma_{1} < \sigma_{cp} < \sigma_{2}) = F(\sigma) = \frac{1}{S_{\sigma}\sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_{1}}^{\sigma_{2}} e^{-\frac{(\sigma_{1} - \sigma_{cp})^{2}}{2S_{\sigma}^{2}}} d\sigma, \qquad (5.4.5)$$

Для оценки вероятности отклонения значений прочности от своего среднего перенесем начало отсчета в точку σ = σ<sub>cp</sub> путем изменения масштаба (нормирования) по формуле:

$$Z = (\sigma - \sigma_{\rm cp})/S_{\sigma}. \tag{5.4.6}$$

Отсюда  $\sigma = Z S_{\sigma} + \sigma_{cp}$ ;  $d\sigma = S_{\sigma} dZ$  и уравнение (5.4.4) преобразуется к виду:

$$\varphi(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\sigma} e^{-\frac{Z^{2}}{2}} dZ.$$
 (5.4.7)

Данное выражение соответствует нормированной функции нормального распределения.

С учетом вероятностной природы прочности горных пород и НДС породного массива произведем оценку устойчивости выработки. В соответствии с уравнением (5.4.3) условие устойчивости можно записать в виде:

$$R_i = \sigma_{M(i)} - \sigma_{B(i)} > 0, \tag{5.4.8}$$

где σ<sub>м(*i*)</sub> и σ<sub>в(*i*)</sub> – случайные значения прочности горной породы и напряжения на данном участке контура горной выработки.

В предположении нормального распределения прочности горных пород и напряжений на контуре выработки, их разность, т. е. функция устойчивости *R*, также будет распределена нормально:

$$f(R) = \frac{1}{S_R \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(R_i - R_{cp})^2}{2S_R^2}}.$$
(5.4.9)

Отношение

$$\Delta = R_{\rm cp}/S_R = 1/\upsilon_R \tag{5.4.10}$$

называется *характеристикой безопасности выработки* [160]. Ее величина обратно пропорциональна коэффициенту вариации функции устойчивости  $v_R$ , который несет в себе важную информацию о степени неоднородности горных пород. С учетом этого выражение (5.4.10) можно преобразовать к виду:

$$\Delta = \frac{\sigma_{_{M}} - \sigma_{_{e}}}{\sqrt{\sigma_{_{M}}^{2} v_{_{M}}^{2} + \sigma_{_{e}}^{2} v_{_{e}}^{2}}},$$
(5.4.11)

где v<sub>м</sub> и v<sub>в</sub> – соответствующие коэффициенты вариации прочности и напряжения.

Величину

$$n = \sigma_{\rm M}/\sigma_{\rm B} \tag{5.4.12}$$

обычно рассматривают как коэффициент запаса прочности. Подставив n в уравнение (5.4.11), получим:

$$\Delta = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_{_{M}}^{2} + v_{_{\theta}}^{2}}}.$$
(5.4.13)

Произведя процедуру нормирования и проинтегрировав функцию распределения (5.4.7), определим вероятность разрушения пород на контуре выработки [160]:

$$V = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\Lambda} e^{-\frac{Z^{2}}{2}} dZ.$$
 (5.4.14)

Таким образом, полученные соотношения позволяют прогнозировать устойчивость горных выработок с учетом вероятностной природы прочности пород и НДС породного массива. Для этого разработана комплексная компьютерная программа. На вход программы подаются значения прочности породного массива и параметры ее распределения; величина действующих напряжений с учетом коэффициента их концентрации, обусловленном неровностями контура выработки (см. четвертую главу). На выходе – вероятность разрушения пород в выработке.

Описанная методика расчета позволяет оценить вероятность разрушения пород в подземной выработке с учетом концентрации напряжений на ее контуре и установленной прочности породного массива.

В результате наших исследований проведены лабораторные исследования свойств горных пород по всей толще Юбилейного месторождения по четырем разведочным скважинам. С учетом трещинной структуры массива, выявленной на стадии инженерно-геологических изысканий [151], построены диаграммы прочности породного массива. Введение этой информации в вышеописанную компьютерную программу позволило получить вероятностную оценку устойчивости по все толще месторождения. В качестве примера на рисунке 5.4.1 приведена диаграмма устойчивости по скважине 1С. Здесь вертикальными линиями отмечены доверительные вероятности 0,05 и 0,15.

Таким образом, результаты проведенных исследований позволяют выполнить прогноз устойчивости подземных выработок с вероятностных позиций.



Рисунок 5.4.1 – Диаграмма устойчивости горизонтальной выработки по толще Юбилейного месторождения

# 5.5. Оценка информативности и надежности прогноза

Обоснованность и достоверность прогноза устойчивости определяется качеством и количеством информации по свойствам пород и НДС массива. Основоположником современной теории информации считается К. Шеннон [161]. Сформулированная вначале как наука о передаче и хранении информации, в дальнейшем теория информации стала широко использоваться при анализе экспериментальных исследований. Это связано, в первую очередь, с работами Л. Бриллюэна, где проводится аналогия энтропии информационной, характеризующей неопределенность состояния объекта, и энтропией физической, являющейся мерой его

неупорядоченности. Таким образом, главной идеей является обоснование взаимосвязи между информацией и энтропией.

В качестве меры информации может служить логарифм отношения количества равновероятных значений признака до и после проведения эксперимента [70]:

$$\Delta J = k \cdot \ln(L/\Delta X), \tag{5.5.1}$$

где L и  $\Delta X$  – соответственно, интервал возможных вариаций до и после проведения эксперимента или осуществления прогноза; k – коэффициент, зависящий от выбора системы единиц; в инженерных расчетах чаще всего применяется система, основанная на двоичных единицах (битах), тогда  $k = 1/\ln 2$ .

Так, например, для прочности при сжатии вычисления Δ*J* будут выглядеть следующим образом. Доверительный интервал считается по формуле:

$$\Delta x = t(P,k)\frac{S}{\sqrt{n}} \tag{5.5.2}$$

Критерий Стьюдента t(P, k) для данного случая его можно принять равным 2. Для прочности при сжатии в среднем коэффициент вариации единичных определений  $K_{\text{вар}} = 20$  %. Число измерений n = 9 из интервала  $\Delta L = 200$  МПа (от 0 до 200). Среднее  $\sigma_{c\pi} = 100$  МПа. Тогда среднеквадратическое отклонение S = 0,2.100 = 20 МПа и  $\Delta x = 2.20/10^{1/2} = 13$  МПа. Тогда:  $\Delta J = 1,44.\ln(200/20) = 3,9$  бита.

Аналогом такой меры, связанной с изменением энтропии, является разность:

$$I = H(\omega) - H(\omega/x), \qquad (5.5.3)$$

где  $H(\omega)$  – априорная безусловная энтропия объекта, имеющего  $\omega$  состояний;  $H(\omega/x)$  – условная энтропия объекта после проведения испытаний или прогноза, вследствие чего неопределенность состояний объекта уменьшилась в *x* раз.

Энтропия определится выражением:

$$H(\omega) = -\sum_{i=1}^{k} P(\omega_i) \log_n P(\omega_i), \qquad (5.5.4)$$

где  $P(\omega_i)$  – априорная вероятность *i*-го состояния системы; k – количество таких состояний; n – основание логарифма (при использовании двоичной системы единиц n = 2).

Применительно к оценке устойчивости горных пород в выработке можно принять два возможных состояния выработки – устойчивое (ω<sub>y</sub>) и неустойчивое (ω<sub>нy</sub>). Тогда уравнение (5.5.4) запишется в виде:

$$H(\omega) = -P(\omega_{\rm Hy})\log_2 P(\omega_{\rm Hy}) - P(\omega_{\rm y})\log_2 P(\omega_{\rm y}), \qquad (5.5.5)$$

где  $P(\omega_{\rm Hy})$  и  $P(\omega_{\rm y})$  – вероятность неустойчивого и устойчивого состояния выработки [ $P(\omega_{\rm y}) = 1 - P(\omega_{\rm Hy})$ ].

Максимум энтропии соответствует полной неопределенности системы, когда все ее состояния равновероятны. В этом случае  $H(\omega) = 1$ . Если состояние полностью определено, т. е.  $P(\omega_{\rm Hy})$  или  $P(\omega_{\rm y}) = 1$ , то  $H(\omega) = 0$ . Отсюда следует, что чем меньше энтропия, тем качественней прогноз. Для учета этого в работе [162] предложен относительный показатель – коэффициент информационной эффективности:

$$\mathcal{G} = \frac{H(\omega) - H(\omega/x)}{H(\omega)} = \frac{I}{H(\omega)}.$$
(5.5.6)

Из уравнения следует, что при полном отсутствии новой информации  $I \ni = 0$ . В пределе, когда получена вся возможная информация о состоянии объекта, т. е.  $I = H(\omega), \Im = 1$ .

Для использования данного подхода требуется количественная оценка вероятности устойчивого и неустойчивого состояния горных пород в выработке. На основании уравнения (5.5.5) В. С. Ямщиковым [128] предложена оценка надежности в виде:

$$U = \frac{H_{\delta} - H(\omega)}{H(\omega)} = \frac{H_{\delta}}{H(\omega)} - 1, \qquad (5.5.7)$$

где  $H_{\pi}$  – допустимое значение энтропии;  $H(\omega)$  – энтропия данной системы (выработка-массив) – уравнение (5.5.4).

Величина  $H_{\rm d}$  определяется существом решаемой задачи. Для получения гарантированной надежности обычно используют правило «трех стандартов» [163], которое основано на принципе «невозможности маловероятных событий». При нормальном распределении признака вероятность появления его значений за пределами утроенного среднего квадратического отклонения исчезающе мала, например, вероятность неустойчивого состояния выработки в этом случае составляет  $P_{\rm d}(\omega_{\rm Hy}) = 0,00135$ . Тогда  $H_{\rm d} = -0,99865 \cdot \log_2(0,99865) - 0,00135 \cdot \log_2(0,00135) = 0,0148$  бит. Для принятого в инженерной практике уровня значимости допустимая вероятность неустойчивого состояния выработки составляет  $P_{\rm d}(\omega_{\rm Hy}) = 0,05$  и  $H_{\rm d} = 0,287$  бит.

Показатель *U* можно представить, как коэффициент надежности прогноза. Действительно, величина *U* изменяется от  $\infty$  до – 1. Значения U > 0 (т. е. при  $H_{\pi} > H(\omega)$ ) свидетельствуют о заведомой устойчивости выработки. Чем ближе значения коэффициента к U = -1, тем больше опасность разрушения пород в выработке.

Рассмотрим эти оценки для конкретных интервалов глубин Юбилейного месторождения.

В интервале глубин 168-169 м залегает туф андезито-базальтов с прочностью при сжатии  $\sigma_{cж} = 69$  МПа и коэффициентом вариации единичных измерений  $\upsilon_{M} = 0,43$ . С учетом установленного в результате исследований коэффициента структурного ослабления  $k_{cтp} = 0,42$  прочность массива составит  $\sigma_{M} = 21,8$  МПа.

Горное давление на данной глубине с учетом угла залегания пород  $\alpha = 30^{\circ}$  составляет  $\sigma_r = 4,7$  МПа. Примем, что типичная выработка (по аналогии с квершлагом СУБРа) сводчатой

формы площадью поперечного сечения 12 м<sup>2</sup> с фрактальной размерностью линии ее контура  $d_f = 1,6$ . Тогда в соответствии с методикой расчета, приведенной в разделе 3.4, коэффициент концентрации напряжений составит K = 2,8, и напряжения на контуре горной выработки  $\sigma_{\rm B} = 13,9$  МПа.

Запас прочности  $n = \sigma_M/\sigma_B = 21,8/13,9 = 1,57$ . Следовательно, с формальных позиций прочность пород в 1,57 раза превышает величину горного давления и выработка будет устойчивой. Однако с учетом вероятностной природы прочности, т. е. ее изменчивости выводы могут быть иными. Характеристика безопасности по формуле (5.4.13)  $\Delta_1 = 1,02$ ; вероятность разрушения (формула 5.4.14) составит V = 0,153. Это означает, что 15 % контура выработки будет разрушено. Вполне очевидно, что такую выработку считать устойчивой нельзя.

Для этого случая коэффициент информационной эффективности составляет  $\Im = -0,23$ . Оценка надежности прогноза при принятом в инженерной практике уровне значимости  $\alpha = 0,05$ и  $H_{\rm d} = 0,287$  бит будет отрицательной U = -0,535. Это свидетельствует об опасности обрушения пород.

Рассмотрим другую ситуацию. Горная порода – базальт миндалекаменный, залегает на глубине 1209 м. Прочность при сжатии  $\sigma_{cx} = 386$  МПа с коэффициентом вариации  $\upsilon_{M} = 0,36$ ; среднее расстояние между трещинами 0,25 м. Расчеты, выполненные по вышеуказанной схеме, дают коэффициент запаса прочности: n = 1,5; функция безопасности  $\Delta_1 = 2,07$ ; вероятность разрушения составит V = 0,019, т. е. менее 2 %. Тогда с большой долей уверенности можно считать, что выработка будет устойчивой. В этом случае  $\Im = 0,73$  и U = 1,14. Положительная величина коэффициента надежности свидетельствует о заведомой устойчивости выработки.

Расчет вероятности и показателя надежности прогноза выполнен для разреза, показанного на рисунке 5.4.1 при допустимом уровне энтропии  $H_{d}(0,00135) = 0,0148$  бит и  $H_{d}(0,05) = 0,287$  бит. Результаты по всему разрезу представлены диаграммой на рисунке 5.5.1.

В соответствии с принятым в инженерной практике уровнем надежности 95 % - [ $H_{d}(0,05)$  = 0,287 бит] на рисунке 5.5.2 приведены фрагменты диаграммы, где точками отмечены участки пород с отрицательными значениями коэффициентов надежности. Тройными линиями указаны интервалы глубин, где U > 1, что соответствует заведомой устойчивости выработок при заданной надежности прогноза.

Таким образом, описанные процедуры позволяют оценить информативность и надежность прогноза устойчивости горных пород в выработке.



Рисунок 5.5.1 – Распределение по глубине значений коэффициента надежности прогноза при различном уровне допустимой энтропии



Рисунок 5.5.2 – Диаграммы надежности прогноза устойчивости

173

#### 5.6. Использование результатов исследований

В результате проведенных в диссертации исследований разработан комплексный подход к прогнозу устойчивости подземных выработок, сооружаемых в трещиноватых породных массивах. Для его практического использования разработаны следующие методики и компьютерные программы:

- ✓ Компьютерная программа фрактального анализа трещинной структуры горных пород;
- Методика оценки прочностных и деформационных характеристик горных пород и породных массивов.
- ✓ Статистические модели трещиноватости и дилатансии горных пород, а также формирования контура подземных выработок в проходке;
- ✓ Блок компьютерных программ оценки НДС породных массивов с различной системой их трещинной структуры, основанный на методе конечных элементов;
- ✓ Комплексная методика прогноза устойчивости горных пород в подземной выработке.

Указанные материалы в виде конкретных методик и компьютерных программ переданы для использования в организации: Институт горного дела УрО РАН, ОАО «Уралгипротранс», ООО «Научно-производственное объединение УГГУ».

Результаты теоретических и экспериментальных исследований работы использованы для подготовки учебно-методических пособий по дисциплинам, регламентируемым Федеральными государственными образовательными программами высшего специального образования направления подготовки «Геомеханика»: «Моделирование физических процессов в горном деле», «Физика горных пород», «Математические методы в горном деле». На базе выполненных исследований разработаны рекомендации по организации научно-исследовательской работы студентов и формированию выпускных квалификационных работ инженеров.

## Выводы по главе 5

В зависимости от горно-геологических условий прогноз устойчивости осуществляется по одной из схем – по заданной нагрузке и заданной деформации. В общем случае устойчивость оценивается отношением прочностью вмещающих пород и напряжениями на контуре подземной выработки. В диссертации определены все компоненты, формирующий предлагаемый критерий устойчивости.

Прогноз вывалообразования на контре подземной выработки базируется на вероятностных оценках (методика И. В. Баклашова) с привлечением разработанных методик оценки НДС породных массивов методом конечных элементов и фрактального анализа формирования контура выработки в проходке.

По результатам исследований получена формула оценки смещения пород в выработку, дополняющая и конкретизирующая рекомендации «Свода правил» (СП) с учетом НДС массива и его структурного ослабления трещинами. Для учета фактора времени предлагается использовать установленные параметры реологии горных пород.

На базе разработанных статистических моделей обоснована методика составления прогнозных диаграмм устойчивости выработок с оценкой вероятности разрушения пород. Произведена оценка надежности и информативности прогноза на базе оценки изменения энтропии системы «массив - подземная выработка».

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации дано новое решение научно-практической задачи прогноза устойчивости трещиноватых горных пород и массивов, имеющее существенное значение для проектирования разработки месторождений полезных ископаемых.

При достижении поставленной цели и решении задач диссертационного исследования в работе получены следующие основные научные и практические результаты:

1. На основании экспериментальных и модельных представлений установлены закономерности формирования трещинной структуры горных пород, динамики их развития под нагрузкой и разработаны методы фрактального анализа характеристик трещин на различных уровнях иерархии.

2. Определены прочностные и деформационные характеристики горных пород и трещиноватых породных массивов с учетом их нарушенности, влажности и масштабного эффекта.

3. Разработаны статистические компьютерные модели трещинной структуры горных пород, основанные законах фрактального броуновского движения и позволяющие в вероятностном аспекте определять площадь контактов берегов трещин и дилатансию пород при деформации массива.

4. Обоснована методика прогнозирования деформационных характеристик породного массива с различной характеристикой их трещинной структуры: с системой параллельных протяженных, хаотично ориентированных трещин и пересекающихся трещин, образующих блочное строение массива.

5. Разработана конечно-элементная модель прогноза напряженно-деформированного состояния (НДС) приконтурного массива с различным представлением его трещинной структуры. Определены характеристики НДС для реальных условий разработки Юбилейного месторождения.

6. На базе имитационной модели проходки выработок определена процедура формирования вероятностного сечения выработки и определения коэффициента концентрации напряжений на ее контуре с помощью фрактального коэффициента формы.

7. Сформирована модель вывалообразования на контуре выработок, основанная на оценке НДС методом конечных элементов и характеристик неоднородности вмещающего массива, полученных по разработанным методикам и компьютерным программам.

8. Разработана методика прогноза конвергенции подземных выработок на базе определения функции напряженно-деформированного состояния и прочности породного массива с различным типом их трещинной структуры. Определение и введение в модели

176

реологических характеристик пород позволяет оценить смещение пород в выработку за время до установки крепи.

9. Разработанный комплекс методик, статистических моделей и компьютерных программ передан к использованию Институт горного дела УрО РАН, ОАО «Уралгипротранс», ООО «Научно-производственное объединение УГГУ».

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- СП 47.13330.2012 Свод правил. Инженерные изыскания для строительства. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП II-02-96. – М.: Минрегион России, 2012. – 110 с.
- СП 69.13330.2016 Свод правил. Подземные горные выработки. Актуализированная редакция СНиП 3.02.03-84. – М.: Минстрой России, 2016. – 23 с.
- СП 120.13330.2012. Свод правил. Метрополитены. Актуализированная редакция СНиП 32-02-2003. - М.: Минрегион России, 2012. - 192 с
- 4. СП 122.13330.2012. Свод правил. Тоннели железнодорожные и автодорожные. Актуализированная редакция СНиП 32-04-97. - М.: Минрегион России, 2012. - 107 с.
- СНиП II-44-78. Тоннели железнодорожные и автодорожные / Госстрой СССР. М.: Стройиздат, 1978. – 21 с.
- СП 91.13330.2012. Свод правил. Подземные горные выработки. Актуализированная редакция СНиП II-94-80. - М.: Минрегион России, 2012. -50 с. СНиП II-94-80. Подземные горные выработки/ Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1982. – 31 с.
- ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований. М.: Стандартинформ, 2015. – 16 с.
- Ставрогин А.Н. Механика деформирования и разрушения горных пород / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. – М.: Недра, 1992. -224 с.
- 9. Латышев О.Г. Разрушение горных пород / О. Г. Латышев. М.: Теплотехник, 2007. –672
  с.
- СП 120.13330.2012. Свод правил. Метрополитены. Актуализированная редакция СНиП 32-02-2003. - М.: Минрегион России, 2012. - 192
- Ржевский В.В. Основы физики горных пород / В. В. Ржевский, Г. Я. Новик. –М.: Недра, 1984. –359с.
- Соколов В.В. Прогнозирование прочности и устойчивости горных пород по фрактальным характеристикам линии контура подземных выработок: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.22 / Соколов Василий Владимирович. - Екатеринбург: УГГУ, 2010. – 138 с.
- BCH 126-90 / Минтрансстрой СССР. Крепление выработок набрызг-бетоном и анкерами при строительстве транспортных тоннелей и метрополитенов. Нормы проектирования и производства работ. –М., 1991.
- СП 22.13330.2011. Свод правил. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83.- М.: Минрегион России, 2011.-172 с

- 15. СП 43.13330.2012. Свод правил. Сооружения промышленных предприятий. Актуализированная редакция СНиП 2.09.03-85. - М.: Минрегион России, 2011. -92 с.
- ГОСТ 20522-2012. Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний. – М.: Стандартинформ, 2013. – 19 с.
- Бенявски З. Управление горным давлением. Пер. с англ. / З. Бенявски М.: Мир, 1990. 254с.
- Барон Л.И. Горнотехнологическое породоведение. Предмет и способы исследований / Л.
   И. Барон. М.: Наука, 1977. –324с.
- Боликов В.Е. Прогноз и обеспечение устойчивости капитальных горных выработок /
   В. Е. Боликов, С. А. Константинова. Екатеринбург: Изд. УрО РАН, 2003. 374 с.
- 20. Качанов Л.М. Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. –М.: Наука, 1974. –312с.
- Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения / Ю. Н. Работнов. –М.: Наука, 1987. 80с.
- Берон А.И., Чирков С.Е. Исследование прочности горных пород в условиях трехосного неравномерного сжатия / А. И. Берон, С. Е. Чирков // Научные сообщения ИГД им. А.А. Скочинского, 1969. –С. 33-38.
- 23. Мор О. Чем обусловлен предел прочности и временное сопротивление материала /
   О. Мор // Новые идеи в технике. Петроград: Образование, 1915. №1. С. 1-50.
- 24. Чирков С.Е. Прочность горных пород при трехосном неравнокомпонентном сжатии / С. Е. Чирков // ФТПРПИ, 1976, №1. –С. 11-17.
- 25. Griffith A.A. The theory of rupture. Proc. Ict. Int. Congr. Appl. Mech. Delft, 1924, p. 55-63.
- Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения / Ю. Г. Матвиенко. М.: Физматлит, 2006. –328 с.
- 27. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. Phys. Solids. -1960. V.8.
   №2. P. 100-108.
- 28. Финкель В.М. Физика разрушения: Рост трещин в твердых телах / В. М. Финкель. М.: Металлургия, 1970. 376с.
- 29. Финкель В.М. Физические основы торможения трещин / В. М. Финкель. –М.: Металлургия, 1977. –360с.
- Фисенко Г.Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок / Г. Л. Фисенко. М.: Недра, 1976. – 272 с.
- 31. Журков С.Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел / С.Н. Журков // Вестник АН СССР, 1968. №3. –С. 46-52.

- Журков С.Н. О прогнозировании разрушения горных пород / С. Н. Журков, В. С. Куксенко, В. А. Петров, В. Н. Савельев, У. О. Султанов // Изв АН СССР. Физика Земли, 1977. №6. –С. 11-18.
- Журков С.Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел / С. Н. Журков // Физика прочности и пластичности. М.: АН СССР, 1980. –С. 5-11.
- Журков С.Н. О прогнозировании разрушения горных пород / С. Н. Журков,
   В. С. Куксенко, В. А. Петров, В. Н. Савельев, У. О. Султанов // Изв АН СССР. Физика Земли, 1977. №6. –С. 11-18.
- Волков С.Д. Статистическая природа прочности / С. Д. Волков. Свердловск: Машгиз, 1960. – 175 с.
- Барон Л.И., Определение свойств горных пород / Л. И. Барон, Б. М. Логунцов,
   Е. З. Позин. М.: Госгортехиздат, 1962. –332с.
- Ильницкая Е.И. Свойства горных пород и методы их определения / Е. И. Ильницкая,
   Р. И. Тедер, Е. С. Ватолин, М. Ф. Кунтыш. –М.: Недра, 1969. –392с.
- Ломтадзе В.Д. Методы лабораторных исследований физико-механических свойств горных пород / В. Д. Ломтадзе. –Л.: Недра, 1972. –312с.
- 39. Турчанинов И.А. Современные методы комплексного определения физических свойств горных пород / И. А. Турчанинов, Р. В. Медведев, В. И. Панин. –Л.: Недра, 1967. –199с.
- 40. Авчян Г.М. Физические свойства осадочных пород при высоких давлениях и температурах / Г. М. Авчян. М.: Недра, 1972. 145с.
- Воробьев А.А. Теоретические вопросы физики горных пород / А. А. Воробьев, М. П. Тонконогов, Ю. А. Векслер. М.: Недра, 1972. –151с.
- 42. Глушко В.Т. Инженерно-геологическое прогнозирование устойчивости выработок глубоких угольных шахт / В. Т. Глушко, Г. Т. Кирничанский. М.: Недра, 1974. –176с.
- 43. Зубков А.В. Моделирование напряженного состояния днищ блоков / А. В. Зубков, Ю. П. Шуплецов, Ю. Ф. Пятков, Ю. Г. Феклистов // Изв. вузов. Горный журнал. 1994. –№7. С. 20-26.
- 44. Физико-механические свойства горных пород и минералов при высоких давлениях и температурах. –М.: Наука, 1974. –223с.
- 45. Сашурин А.Д. Сдвижение горных пород на рудниках черной металлургии / А. Д. Сашурин. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 1999. 268 с.
- 46. Ямщиков В.С. Контроль процессов горного производства / В. С. Ямщиков. –М.: Недра, 1989. –446с.
- Исследование прочности и деформируемости горных пород. Под ред. А.И. Берона. –М.: Наука, 1973. –207с.
- Панов Г.Е. Предварительное увлажнение массивов на угольных шахтах и карьерах / Г. Е. Панов. –М.: Недра, 1970. –129с.
- 49. Койфман М.И. Об исследовании масштабного фактора в работах по горному давлению /
   М. И. Койфман // Механические свойства горных пород. –М.: Изд. АН СССР, 1963. –
   С.105-113.
- 50. Чирков С.Е. Влияние масштабного фактора на прочность углей / С. Е. Чирков. М.: Наука, 1969. –151с.
- 51. Weibull W. A statistical theory of strength of materials // Ind. Veten-skamps Akad, 1939, Handl. № 151. -45 p.
- 52. Шуплецов Ю.П. Прочность и деформируемость скальных массивов / Ю. П. Шуплецов.
   Екатеринбург: Изд. УрО РАН, 2004. –195 с.
- 53. Виттке В. Механика скальных пород. Пер. с нем. / В. Витке. М.: Недра, 1990. 439 с.
- 54. Гудман Р. Механика скальных пород / Р. Гудман. –М.: Стройиздат, 1987. 232 с.
- 55. Глушко В.Т. Инженерно-геологические особенности железорудных месторождений / В. Т. Глушко, В. Г. Борисенко. –М.: Недра, 1978. –254с.
- Протодьяконов М.М. Методы оценки трещиноватости и прочности горных пород в массиве / М. М. Протодьяконов. – М.: Изд. ИГД им. А.А.Скочинского, 1964. – 32с.
- 57. Рац М.В. Неоднородность горных пород и их физических свойств / М. В. Рац. М.: Наука, 1968. –108с.
- Рац М.В. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород / М.В. Рац, С. Н. Чернышов. –М.: Недра, 1970. –160с.
- 59. Ямщиков В.С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов / В. С. Ямщиков. –М.: Недра, 1982. –296с.
- 60. Зотеев О.В. Научные основы расчета конструктивных параметров подземной разработки руд с учетом структуры массива и порядка ведения горных работ: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.15.02 / Зотеев Олег Вадимович Екатеринбург, 1999. -261 с.
- 61. Попов И.И. Механика скальных массивов и устойчивость карьерных откосов / И.И. Попов, Р. П. Окатов, Ф. К. Низаметдинов. Алма-Ата: Наука, 1986. 256 с.
- Латышев О.Г. Исследование трещинной структуры горных пород как фрактального объекта / О. Г. Латышев, М. В. Корнилков. - Saarbrücken, Germanu: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 156 с. ISBN: 978-3-659-80970-5.
- Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Пер. с нем. / Б. Мандельброт. –М.: Изд-во: ИКИ, 2002. –656 с.
- 64. Баренблатт Г.И. Автомодельные явления анализ размерностей и скейлинг. Пер. с англ.
   / Г. И. Баренблатт. Долгопрудный: «Интеллект», 2009. 216 с.

- 65. Балахнов В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления /
  В.К. Балахнов. Улан-Удэ: Изд-во Бурятского ГУ, 2013. 224 с.
- 66. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки /
   А. А. Потапов. М.: Университетская книга, 2005. -848 с.
- 67. Латышев О.Г. Исследование дилатансии при сдвиге горных пород по трещине / О. Г. Латышев, Д. В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. 2016. –№4. С. 55-59.
- 68. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. / Е. Федер. –М.: Мир, 1991. 262 с.
- 69. Потапов А.А. Фракталы и хаос как основа прорывных технологий в современных радиосистемах / А. А. Потапов // В кн. Р. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах». М.: Техносфера, 2006. –С. 374-475.
- 70. Бриллюэн Л. Наука и теория информации / Л. Бриллюэн. М.: Физматгиз, 1960. 392с.
- 71. Сашурин А.Д. Условия формирования областей концентрации напряжений и деформаций в массиве горных пород и механизм их катастрофического высвобождения / А. Д. Сашурин, А. А. Барях // Геомеханика в горном деле. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2014. С.3-8.
- 72. Максимов А.П. Горное давление и крепь выработок / А. П. Максимов. М.: Недра, 1973.
   255 с.
- 73. Механика подземных сооружений. Пространственные модели и мониторинг / А. Г. Протосеня, Ю. Н. Огородников, П. А. Деменков, М. А. Карасев, М. О. Лебедев, Д. А. Потемкин, Е. Г. Козин. СПб: СПГГУ-МАНЭБ, 2011. 355 с.
- 74. Протодьяконов М.М. Давление горных пород и рудничное крепление / М. М. Протодьяконов. М.: Гостехиздат, 1931. -153 с.
- 75. Цимбаревич П.М. Механика горных пород / П. М. Цимбаревич. М.: Углетехиздат, 1948.
   -247 с.
- 76. Слесарев В. Д. Механика горных пород и рудничное крепление / В. Д. Слесарев. М.: Углетехиздат, 1948. – 303 с.
- 77. Покровский Н.М. Технология строительства подземных сооружений и шахт. Часть 1 / Н. М. Покровский. –М.: Недра, 1977. –400с.
- 78. Руппенейт К.В. Введение в механику горных пород / К. В. Руппенейт, Ю. М. Либерман.
   М.: Госгортехиздат, 1960. -366 с.
- 79. Баклашов И.В. Прочность незакрепленных горных выработок / И. В. Баклашов, К. В. Руппенейт. М.: Недра, 1965. -104 с.
- Либерман Ю.М. Давление на крепь капительных выработок / Ю. М. Либерман. –М.: Наука, 1969. –119с.

- Кацауров И.Н. Горное давление. Вып. 2. Механика горных пород / И. Н. Кацауров. М.: Изд. МГИ, 1972. – 263с.
- Ставрогин А.Н. Пластичность горных пород / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. –М.: Недра, 1979. –301с.
- Шашенко А.Н. Механика горных пород / А. Н. Шашенко, В. П. Пустовойтенко. –Киев: «Новий друк», 2003. –400с.
- Газиев Э.Г. Механика скальных пород в строительстве / Э. Г. Газиев. М.: Стройиздат, 1973. – 177 с.
- Brady B., Brown E. Rock Mechanics for Underground mining. Third edition. Kluwer Academic Publishers, 2004. – 688 p.
- Влох Н.П. Управление горным давлением на железных рудниках / Н. П. Влох, А. Д. Сашурин. –М.: Недра, 1974. –184с.
- 87. Зубков А.А. Геомеханика и геотехнология / А. А. Зубков. Екатеринбург: изд-во УрО РАН, 2001. 335 с.
- Латышев О.Г. Физика горных пород / О. Г. Латышев, О. О. Казак. Екатеринбург: Издво УГГУ, 2013. – 277 с.
- 89. Влох Н.П. Проблема определения напряженного состояния массива скальных пород / Н. П. Влох // Проблемы механики горных пород. Труды XI Российской конференции. – СПб., 1997. – С. 93-102.
- 90. Ржевский В.В. Основы физики горных пород / В. В. Ржевский, Г. Я. Новик. –М.: Недра, 1978. –390с.
- Баклашов И.В. Деформирование и разрушение породных массивов / И. В. Баклашов. М.: Недра, 1988. – 271 с.
- Латышев О.Г. Моделирование физических процессов в горном деле / О. Г. Латышев, М. Н. Волков. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015.
- 93. Насонов И.Д. Моделирование горных процессов / И. Д. Насонов. –М.: Недра, 1969. 206с.
- 94. Зубков А.В. Моделирование напряженного состояния днищ блоков / А. В. Зубков,
  Ю. П. Шуплецов, Ю. Ф. Пятков, Ю. Г. Феклистов // Изв. вузов. Горный журнал. 1994.
  –№7. С. 20-26.
- 95. Зотеев О.В. Математическое описание объектов и процессов. Учебное пособие / О. В. Зотеев О.В., В. А. Осинцев. Екатеринбург: Изд. УГГГА, 1998. –124с.
- 96. Зенкевич О. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. Пер. с англ. / О. Зенкевич, И. Чанг. М.: Недра, 1974. 240 с.

- 97. Зотеев О. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния массивов горных пород численными методами / О. В. Зотеев// Известия вузов. Горный журнал, 2003. № 5. - С. 105 - 108.
- Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. Пер. с англ. / Л. Сегерлинд. М.: Мир, 1979. – 393 с.
- 99. Зерцалов М.Г. Механика грунтов (введение в механику скальных грунтов) /
   М. Г. Зерцалов. М.: Ассоциация строительных вузов, 2006. 364 с.
- 100. Руппенейт К.В. Деформируемость массивов трещиноватых горных пород / К.В. Руппенейт. М.: Недра, 1975. 223с.
- 101. Соболь И.М. Метод Монте-Карло / И. М. Соболь. М.: Наука, 1978. –64с.
- 102. Хеерман Д.В. Методы компьютерного эксперимента в теоретической физике: Пер. с англ
   / Д. В. Хеерман. М.: Наука, 1990. 176 с.
- 103. Ржевский В.В. Основы физики горных пород: Учебник / В. В. Ржевский, Г. Я. Новик. М.: Кн. дом «ЛИБЕРКОМ», 2010. – 360 с.
- 104. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
- 105. Садовский М.А. Характерные размеры горной породы и иерархические свойства сейсмичности / М. А. Садовский, Т. В. Голубева, В. Ф. Писаренко, М. Г. Шнирман // Изв. АН СССР Физика Земли, 1984. №2. –С. 3-15.
- 106. Садовский М.А. Избранные труды: Геофизика и физика взрыва / М. А. Садовский. –М.: Наука, 2004. 440 с.
- 107. Латышев О.Г. Исследование поверхности природных трещин как фрактального объекта / О. Г. Латышев, В. В. Франц, Д. В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. 2016. –№3. С. 44-50.
- 108. Латышев О.Г. Фрактальная размерность трещины как мера ее шероховатости / О. Г. Латышев, В. В. Франц, Д. В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. 2015. –№8. С. 55-60.
- 109. Латышев О.Г. Статистическое моделирование природных трещин / О. Г. Латышев,
   Д. В. Прищепа, В. В. Франц // Изв. вузов. Горный журнал. 2016. №5. С.38-45.
- 110. Латышев О.Г. Определение фрактальной размерности трещин для оценки прочности горных пород / О. Г. Латышев, И. С. Осипов, В. В. Сынбулатов, А. Н. Еремизин // Изв. вузов. Горный журнал. - 2009. –№ 8. – С.119-124.
- 111. Латышев О.Г. Динамика формирования кластерной структуры и прогноз прочности горных пород/ О. Г. Латышев, И. С. Осипов, А. Н. Еремизин // Изв. вузов. Горный журнал. - 2015. –№1. – С. 124-131.

- 112. Койфман М.И. Скоростной комплексный метод определения механических свойств горных пород / М. И. Койфман // Механические свойства горных пород. –М.: Изд. АН СССР, 1963. –С.73-84.
- 113. Чирков С.Е. Влияние масштабного фактора на прочность углей / С. Е. Чирков. –М.: Наука, 1969. –151с.
- 114. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений / Э. Гумбель. –М.: Мир, 1965. 452 с.
- 115. Прочность и деформируемость горных пород / Ю. М. Карташов, Б. В. Матвеев, Г. В. Михеев и др. –М.: Недра, 1979. –269с.
- 116. Ставрогин А.Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. –М.: Недра, 1985. –271с.
- 117. Латышев О.Г. Анализ паспорта прочности горных пород/ О. Г. Латышев, В. В. Соколов, А. А. Матвеев // Проблемы недропользования: Материалы III всероссийской научнопрактической конференции. – Екатеринбург: 10 – 13 февраля 2009 г. – С. 287-296.
- 118. Литвинский Г.Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов / Г. Г. Литвинский. Донецк: Норд-Пресс, 2008. -207 с.
- 119. Прищепа Д.В., Соколов В.В. Исследование прочности породного массива / Д. В. Прищепа, В. В. Соколов // V Международная научно-техническая конференция «Инновационные геотехнологии при разработке рудных и нерудных месторождений»: сборник докладов, Екатеринбург, Изд-во УГГУ, 2016. – с.178-179.
- 120. Латышев О.Г. Паспорт прочности трещиноватого породного массива / О. Г. Латышев, В. В. Франц, Д. В. Прищепа, В. В. Соколов // Проектирование строительство и эксплуатация комплексов подземных сооружений: Труды V международной конференции, Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. - с. 118-122.
- 121. Прищепа Д.В. Исследование реологических характеристик горных пород / Д. В. Прищепа // Проектирование строительство и эксплуатация комплексов подземных сооружений: Труды V международной конференции, Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. - с. 180-185.
- 122. Баклашов И.В. Механика горных пород / И. В. Баклашов, Б. А. Картозия. –М.: Недра, 1975. 271с.
- 123. Ержанов Ж.С. Теория ползучести горных пород и ее приложения / Ж. С. Ержанов. –Алма-Ата: Наука, 1964. –176с.
- 124. Ержанов Ж.С. Ползучесть осадочных горных пород / Ж. С. Ержанов, А. С. Сагинов, Г. Н. Гуменюк, Ю. Л. Векслер, Г. А. Нестеров. Алма-Ата: Наука, 1970. 208с.
- 125. Латышев О.Г. Интенсификация ползучести горных пород под действием поверхностноактивных веществ / О. Г. Латышев // Изв. вузов. Горный журнал. –1997. -№ 7-8. –С.1-5.

- 126. Введение в механику скальных пород. Пер. с англ. /Под ред. Х. Бока. –М.: Мир, 1983. -267 с.
- 127. Баклашов И.В. Геомеханика: Т.1. Основы геомеханики / И. В. Баклашов. М.: Изд-во МГГУ, 2004. 208 с.
- 128. Ямщиков В.С. Прогноз и контроль процессов горного производства. Учебное пособие. Часть 1 / В. С. Ямщиков, Е. Е. Сидоров, А. С. Вознесенский. –М.: Изд. МГИ, 1986. –88с.
- 129. Латышев О.Г. Использование данных акустического каротажа для прогноза свойств и состояния породного массива / О. Г. Латышев, К. С. Мартюшов, К. А. Карасев // Изв. вузов. Горный журнал. 2012. –№ 8. С. 42-46.
- Рекомендации по определению механических свойств трещиноватого массива. / СПб, 1992. –
   14 с. Режим доступа: https://mooml.com/d/direktivnye-pisma-polozheniya-rekomendatsii-idr/12472/
- 131. Федотов С.Н. Разрушение материалов как разрушение самоподобной структуры / С. Н. Федотов // Научная сессия МИФИ-2008. Т. 3. –С. 214-215.
- 132. Инструкция по креплению горизонтальных горных выработок и их сопряжений на железорудных шахтах Урала и Казахстана. Свердловск: ИГД МЧМ СССР, 1986. 40 с.
- 133. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. –М.: Наука, 1976. –610с.
- 134. Черепанов Г.П. Механика разрушения горных пород в процессе бурения / Г. П. Черепанов. М.: Недра, 1987. – 308с.
- 135. Исследование устойчивости горных выработок глубоких горизонтов и разработка научнотехнических предложений по управлению горным давлением при добыче мусковита с глубин от 200 до 400 метров // Отчет по НИР. –Л.: ГИПРОНИНЕМЕТАЛЛОРУД, 1985. – 107 с.
- 136. Шашенко А.Н. Некоторые задачи статистической геомеханики / А. Н. Шашенко, С. Б. Тулуб, Е. А. Сдвижкова. –Киев: «Пульсари», 2002. –304с.
- 137. Латышев О.Г. Оценка структурного ослабления горных пород в массиве / О. Г. Латышев, В. В. Соколов, А. А. Матвеев // Добыча, обработка и применение природного камня: Сб. науч. тр. – Магнитогорск: МГТУ, 2010. – С. 279-285.
- 138. Латышев О.Г. Прогноз деформационных характеристик трещиноватых горных пород и массивов / О. Г. Латышев, А. А. Матвеев, К. С. Мартюшов, А. Н. Еремизин // Изв. вузов. Горный журнал. - 2011. –№ 7. – С. 92-97.
- 139. Козырев А.А. Современные результаты экспериментального изучения природных напряжений в верхней части земной коры и проблемы горного давления / А. А. Козырев // Геомеханика в горном деле. - Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2014. – С. 39-53.
- 140. Лизункин М.В. Оценка напряженно-деформированного состояния массива горных пород Стрельцовского рудного поля / М. В. Лизункин, А. В. Бейдин // Геомеханика в горном деле. -Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2014. – С. 30-38.

- 141. Yang Jian Ping, Chen Wei Zhong, Yang Dian Sen, Yuan Jing Qiang. Numerical determination of strength and deformability of fractured rock mass by FEM modeling. Computers and Geotechnics. 2015. No. 64. P. 20 31.
- 142. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. Пер. с англ. / Р. Кроновер. М.: Техносфера, 2006. -488 с.
- 143. Москалев П.В. Математическое моделирование пористых структур / П. В. Москалев,
   В. В. Шитов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. -170 с.
- 144. Власов А.Н. Определение угла дилатансии в скальных породах при сдвиге по трещинам / А. Н. Власов, А. Н. Рогозинский, С. Б. Ухов // Проблемы механики горных пород: Труды XI Российской конференции по механике горных пород. – СПб, 1997. – С. 87-92.
- 145. Латышев О.Г. Определение геометрических характеристик трещин для построения паспорта прочности горных пород / О. Г. Латышев, В. В. Франц, М. В. Корнилков, В. В. Соколов // Изв. вузов. Горный журнал. - 2016. –№1. – С. 58-65.
- 146. Роза С.А. Исследование механических свойств скальных оснований гидротехнических сооружений / С. А. Роза, Б. Д. Зеленский. –М.: Энергия, 1967. 392 с.
- 147. Зотеев О.В. Геомеханика. Учебное пособие / О. В. Зотеев, В. А. Осинцев. Екатеринбург: Изд. УГГГА, 1997. 128с.
- 148. Латышев О.Г. Фрактальный коэффициент формы подземных выработок / О. Г. Латышев,
   Д. В. Прищепа // Изв. вузов. Горный журнал. 2017. №8. С.53-57.
- 149. Соколов В.В. Исследование фрактальной размерности контура подземной выработки для оценки коэффициента концентрации напряжений / В. В. Соколов, Д. В. Прищепа, Д. Р. Садрыев // XI Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа регионам»: сборник докладов, Уральский государственный горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – с. 242-243.
- 150. Прищепа Д. В. Имитационная модель формирования контура подземной выработки при производстве буровзрывных работ/Д. В. Прищепа, Д. Р. Садрыев, О. О. Казак // XII Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам»: сборник докладов, Уральский государственный горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2014. – с.345-346.
- 151. Инженерно-геологическая и гидрогеологическая характеристика пород Юбилейного месторождения // Отчет ООО «НПЦ Уралгеолпроект» / О.М. Гуман: УГГУ, 2008.
- 152. Прищепа Д.В. Моделирование НДС трещиноватых массивов методом конечных элементов / Д. В. Прищепа // XIV Международная научно-практическая конференция «Уральская горная школа – регионам»: сборник докладов, Уральский государственный горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – с.337-338.

- 153. Латышев О.Г. Неоднородность трещинной структуры и прочность горных пород / О. Г. Латышев // Изв. вузов. Горный журнал. 2014. –№6. С. 152-159.
- 154. Эткин М.Б. Взрывные работы в энергетическом и промышленном строительстве: Научно-практическое руководство / М.Б. Эткин, А. Е. Азаркевич. –М.: Изд-во МГГУ, 2004. –317 с.
- 155. Прищепа Д.В. Анализ методов прогноза устойчивости пород в подземной выработке / Д. В. Прищепа // V Международная научно-техническая конференция «Инновационные геотехнологии при разработке рудных и нерудных месторождений»: сборник докладов, Екатеринбург, Изд-во УГГУ, 2016. – с.191-192.
- 156. Булычев Е.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах / Е.С. Булычев. –М.: Недра, 1989. -270 с.
- 157. Баклашов И.В. Конструкция и расчет крепей и обделок / И. В. Баклашов, О. В. Тимофеев. –М.: Недра, 1979. – 263 с.
- 158. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А. Р. Ржаницын. М.: Стройиздат, 1978. -239 с.
- 159. Распределение и корреляция показателей физических свойств горных пород. Справочное пособие / Под ред. Н.В. Мельникова, В.В. Ржевского и др. –М.: Недра, 1981. 192с.
- 160. Кацауров И.Н. Механика горных пород / И. Н. Кацауров. М.: Недра, 1981. 161с.
- 161. Шеннон К. Математическая теория связи / К. Шеннон // Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963. –С. 243-252.
- 162. Вознесенский А.С. Горное давление, энтропия, информация / А. С. Вознесенский // Сб. тр. Науки о земле: Физика и механика геоматериалов. М.: Вузовская книга, 2002. С. 5-47.
- 163. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. –М.: Высшая школа, 1972. –368с.

## Приложение 1

## П1. Процедура определения НДС трещиноватого породного массива в программной среде «Plaxis 3D Tunnel»

Процедура определения состоит из следующих шагов:

1) создание геометрической модели;

2) задание начальных и граничных условий;

3) расчет;

4) получение результатов.

Геометрическая модель создается в соответствии с общепринятым подходом: создаем не весь массив, а только ту его часть где сказывается влияние выработанного пространства. Остальную его часть заменяем на соответствующий «пригруз» модели (рисунок П1.1).



Рисунок П1.1 – геометрическая модель массива с пригрузом

После создания геометрической модели необходимо задать начальные и граничные условия. При моделировании НДС трещиноватых породных массивов все их природное многообразие представим массивами с тремя типами трещиноватости:

- Массив с протяженными параллельными трещинами;
- Массив с выраженным блочным строением;
- Массив с хаотично ориентированными трещинами.

Для моделирования из поведения по средствам МКЭ определяются их прочностные и деформационные характеристики. Данные характеристики определяются по дополненной методике К.В. Руппенейта.

Для параллельных трещин упругие характеристики массива вычисляются по следующим формулам. Для *зияющих трещин*:

Модуль упругости по вертикальному направлению:

$$E_{s} = \frac{E}{1 + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} (1 - \sin^{4} \theta_{i})}.$$
 (II1.1)

Модуль упругости по горизонтальному направлению:

$$E_{e} = \frac{E}{1 + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} (1 - \cos^{4} \theta_{i})}.$$
 (II1.2)

Модули сдвига:

$$G_{e} = \frac{E}{2(1 + v + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} \cos^{2} \theta_{i})}$$
(II1.3)

$$G_{z} = \frac{E}{2(1 + v + \sum_{i=1}^{n} \eta_{i} \sin^{2} \theta_{i})}.$$
 (II1.4)

Коэффициент Пуассона:

$$v_{\scriptscriptstyle PB} = v + \sum_{i=1}^{n} \eta_i \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i. \tag{\Pi1.5}$$

Здесь η<sub>i</sub> – геометрическая характеристика *i*-й системы трещин; *E* и v – модуль упругости и коэффициент Пуассона слагающих массив горных пород.

При малых нагрузках, когда деформацией контактирующих выступов можно пренебречь:

$$\eta = \frac{\delta}{\xi h},\tag{\Pi1.6}$$

где  $\delta$  – средняя ширина раскрытия трещины;  $\zeta$  – относительная площадь контактов; h – толщина слоя ненарушенного материала, приходящегося на данную трещину; может быть принята как расстояние между трещинами.

При больших нагрузках следует учитывать деформацию выступов. Тогда:

$$\eta = \frac{\delta E_0}{h(\zeta E_0 + \sigma)}.\tag{II1.7}$$

Для заполненных трещин:

$$E = \frac{E_0}{1 + 2\sum_{i=1}^n \eta_i \cos^2 \Theta_i}.$$
 (II1.8)

Если заполнитель достаточно твердый или нагрузка прикладывается с большой скоростью (удар, взрыв), то

$$\eta = \frac{\delta}{h} \frac{E_0}{E_3},\tag{\Pi1.9}$$

где *Е*<sub>3</sub> – модуль деформации материала заполнителя.

Если материал заполнителя рыхлый с высокой пористостью:

$$\eta = \frac{\Delta\delta(\sigma)}{h} \frac{E_0}{\sigma},\tag{II1.10}$$

где Δδ(σ) – экспериментально установленная зависимость деформации материала заполнителя с ростом напряжений σ.

После чего полученные данные подаются на вход программы.

После задания начальных и граничных условий переходим в расчетный модуль, где создаем фазы расчета и производим расчет (рисунок П1.2).

Plaxis 3D Tunnel 1.2 Calculations - NoName.PL3								
File Edit View Ca	lculate Help							
Input Output Curves	🗁 🔒	<b>A</b>	🕂 Calculate	<b>.</b>				
<u>G</u> eneral <u>P</u> arameters	<u>M</u> ultipliers							
Calculation type		Phase			1			
3D Plastic   Number / ID.: 1 <phase 1=""></phase>								
Load adv. ultimate level 🗸 Start from phase: 0 - Initial phase 🗨								
Comments		Log ir	nfo					
				×				
				Parameters				
				📇 Next	📑 🗸 İr	isert	🐺 Delete	
Identification	Phase no.	Start from	Calculation	Loading input	First	Last	Water	
Initial phase	0	0	N/A	N/A	0	0	0	
A <phase 1=""></phase>	1	0	3D Plastic	Staged construction			0	

Рисунок П.1.2 – Окно расчетного модуля

После производства расчетов программа выдает изображение сетки конечных элементов, показывающих деформацию пород в окрестности выработки (рисунок П1.3) и градуированную в цвете картину распределения напряжений (рисунок П1.4).



Рисунок П1.3 – Деформационная сетка



Рисунок П1.4 – Модель с проградуированной шкалой напряжений в цветовых оттенках

Для того чтобы снять напряжения необходимо провести сечение (вертикальное, горизонтальное или наклонное) в соответствии с требуемыми условиями задачи. В появившемся окне представлена эпюра напряжений (рисунок П1.5).



Рисунок П1.5 – Диаграмма напряжений на контуре выработки

После соответствующей команды в открывшемся окне (рисунок П1.6) фиксируются численные координаты секущей со значениями напряжений.

🔞 Plaxis 3D Tu	nnel 2.4 Output	- [MODEL.002 - 0	ross section tab	e]
📓 File Window	Help			
	🕒 🕒	≞ କ୍ର୍		Stress distribution plane
х	Y	Z	p	
[m]	[m]	[m]	[10 <sup>3</sup> kN/m <sup>2</sup> ]	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,408	
0,000	15,000	-2,000	-3,412	
0,000	15,000	-2,000	-3,412	
0,000	15,000	-2,000	-3,412	
0,000	15,000	-2,000	-3,409	
0,000	15,000	-2,000	-3,409	
0,000	15,000	-2,000	-3,409	
0,000	15,000	-2,000	-3,410	
1,586	15,000	-2,000	-3,419	
3,173	15,000	-2,000	-3,428	
3,173	15,000	-2,000	-3,432	
3,251	15,000	-2,000	-3,433	
3,329	15,000	-2,000	-3,434	
3,329	15,000	-2,000	-3,428	
3,871	15,000	-2,000	-3,435	
4,412	15,000	-2,000	-3,442	
4,412	15,000	-2,000	-3,442	
4,901	15,000	-2,000	-3,448	
5,389	15,000	-2,000	-3,453	
5,389	15,000	-2,000	-3,459	
5,474	15,000	-2,000	-3,460	
5,559	15,000	-2,000	-3,461	
5,559	15,000	-2,000	-3,458	
6,254	15,000	-2,000	-3,474	
6,950	15,000	-2,000	-3,490	
6,950	15,000	-2,000	-3,492	
7,494	15,000	-2,000	-3,515	
8,038	15,000	-2,000	-3,538	
0.000	17.000	2.000	0.000	

Рисунок П1.6 – Табличное представление напряжений в программе «Plaxis»

Данные с помощью специальной программы транслируются в систему электронных таблиц Microsoft Excel (рисунок П1.7) для построения соответствующих эпюр напряжений (рисунок П1.8) и деформаций.

Ca	J 🖬 🔊 - (	( <sup>31</sup> +	<b>=</b>					Книга1 -	Microsoft	Excel
	Главная	Вставка Разметка стра		тка страницы		Формулы Данные		Рецензирование		Ви
Саlibri т11 Вставить у К. И. ч.							Общий	% 000)(*,0 ,00	,00 ⇒,0	
Буфер	Буфер обмена 🖻 Шри		Шрифт	G.	🕞 Выравнивание		G.	Число		- Fai
	СРЗНАЧ • (• X    fx =D4/-1000									
	А		В	С		D	1	Ε	F	
1	Х		Υ	Z		р				
2	[m]		[m]	[m]		[kN/m^2]				
3							Ρ, Ν	Лпа		
4		0	15		-2	-3407,57	/=D4/	-1000	)	
5		0	15		-2	-3407,78	3			
6		0	15		-2	-3407,99				
7		0	15		-2	-3408,38	3			

Рисунок П1.7 – Табличное представление значений напряжений и деформаций



Рисунок П1.8 – Эпюра вертикальных напряжений на контуре выработки