

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

На правах рукописи

Жабко Андрей Викторович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ
ПРОЦЕССА ДЕЗИНТЕГРАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД
НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ
ОТКОСОВ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИХ
СООРУЖЕНИЙ**

Специальность 25.00.20 – «Геомеханика, разрушение горных пород,
рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика»

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант проф., д.т.н. Зотеев О. В.

Екатеринбург – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА	16
1.1. Методы и способы оценки устойчивости откосов	16
1.1.1 Общая проблематика расчета устойчивости откосов	16
1.1.2 Поверхности скольжения	20
1.1.3 Способы оценки устойчивости откосов рекомендуемые нормативными документами, их недостатки	26
1.2. Иерархичность, самоподобие и самоорганизация процессов дезинтеграции и разрушения горных пород	30
Выводы по главе 1	42
2. ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ (РАЗРУШЕНИЯ) ОТКОСОВ	45
2.1. Анализ и характеристика существующих методов расчета устойчивости откосов	45
2.2. Предварительные исследования	66
2.3. Общая теория расчета устойчивости однородных откосов	73
2.4. Предельные параметры плоских однородных откосов	89
2.5. Расчет анизотропных и неоднородных откосов	98
2.6. Расчет подработанных и закарстованных откосов	109
2.7. Устойчивость отвалов	113
2.8. Расчет обводненных откосов	121
2.9. Устойчивость откосов в поле тектонических и сейсмических напряжений	124
2.10. Разработка методики приближенной оценки устойчивости откосов сооружений	132
Выводы по главе 2	140
3. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ДЕЗИНТЕГРАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД	143
3.1. Об устойчивости вертикального откоса	143

3.2. Критерий пластичности горных пород	145
3.3. Закономерности пластического деформирования и разрушения горных пород	151
3.4. Вариационный принцип дезинтеграции горных пород	160
3.5. Фундаментальный параметр иерархии при дезинтеграции горных пород	166
3.6. Сопоставление теоретических результатов и экспериментальных данных.....	175
3.7. Обобщение и анализ результатов	206
Выводы по главе 3	222
4. ГЕОМЕХАНИКА ПОДЗЕМНЫХ РАЗРАБОТОК	227
4.1. Об исходном напряженном состоянии массива.....	227
4.2. Метод определения угловых параметров процесса сдвижения	230
4.3. Определение нагрузок на крепь горизонтальной горной выработки	239
4.4. Расчет элементов систем подземной разработки.....	246
4.5. Механизм формирования вертикального горного давления в поле действия тектонических напряжений.....	263
Выводы по главе 4	268
5. РАСЧЕТНЫЕ ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГОРНЫХ МАССИВОВ	269
5.1. Общие сведения.....	269
5.2. Сцепление массива скальных трещиноватых горных пород.....	272
5.3. Нормативное значение коэффициента запаса устойчивости	278
Выводы по главе 5	287
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	288
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	290
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Акт внедрения результатов исследования	325
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Поверхности скольжения в однородных откосах.....	326

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Оценка несущей способности и устойчивости конструкций всех типов представляет собой серьезную проблему не только в горных науках, но и во многих других сферах деятельности человека.

Теоретическое значение прочности, получаемое из физических (естественно-научных) предпосылок на молекулярно-ионном уровне, в 500 – 1000 раз выше прочности реальных твердых тел. Невозможность использования простой экстраполяции для перехода от атомного строения материалов к практическому определению их свойств и прочности явилось, пожалуй, крупнейшим разочарованием в физической науке о поведении материалов [1]. Это способствовало развитию технического (феноменологического, континуального или сплошноредного) подхода к обоснованию прочности твердых тел. Таким образом, объектом исследования на микромасштабном уровне является реальная кристаллическая решетка со своими дефектами структуры, на макромасштабном уровне – сплошная или континуальная среда, абстрактно введенная для возможности использования аппарата дифференциального исчисления (непрерывность функций). Только в рамках многоуровневого подхода (мезоскопический уровень) физики и механики твердого тела возможно корректно описать синергетическую природу пластической деформации и разрушения твердых тел. При этом механика деформируемого твердого тела играет ведущую роль, а движение дислокаций на микромасштабном уровне является аккомодационным процессом [2].

Существенным является тот факт, что подавляющее большинство исследований, вопросов пластического деформирования и разрушения твердых тел проведены для условий разрывного разрушения. Работы по установлению законов дезинтеграции материалов, обладающих внутренним трением (горные породы), в условиях объемного сжатия, то есть при разрушении за счет сдвига, встречаются значительно реже.

Фактически можно утверждать, что на сегодняшний день для сдвигового характера деформирования горных пород и сложного (объемного) напряженно-го состояния отсутствуют теоретически обоснованные и подтвержденные экспериментом критерии пластичности и прочности, функция пластического потенциала и зависимости, определяющие коэффициент дилатансии. В этой связи в качестве поверхности текучести и функции пластического потенциала используется предельная кулоновская поверхность. Поэтому коэффициент дилатансии, рассчитанный согласно ассоциированному закону пластического течения, в несколько раз превышает экспериментальные значения, а область упругости ассоциирована с предельной. Это, в свою очередь, приводит к значительному завышению дилатантных изменений при пластическом деформировании и искажению результатов моделирования напряженно-деформированного состояния.

Одной из главных задач геомеханики является прогнозирование развития опасных геомеханических процессов. Такие важнейшие задачи, как оценка устойчивости откосов бортов карьеров, отвалов, дамб хвостохранилищ, прогноз параметров процесса сдвижения горных пород, расчет опорных целиков, не получили своего окончательного решения в силу ряда причин, в том числе сугубо теоретических. Так, в силу статической неопределимости задачи, фактически не существует критерия устойчивости откосов, отвечающего условиям необходимости и достаточности равновесия, хотя данный вопрос развивается уже порядка 120 лет силами ученых из различных технических областей знаний. По этой же причине нет возможности теоретически установить критические поверхности разрушения в массиве. Углы сдвижения и разрывов в расчетах принимаются инвариантными относительно глубины, что приближенно установлено из натурных наблюдений, но не имеет теоретического обоснования. Нет надежных методов установления (на стадии проектирования) границы зон сдвижения горных пород с разрывом сплошности и плавного деформирования как квазисплошной среды.

Перечисленные выше вопросы могут быть рассмотрены с единых концептуальных позиций в рамках механики континуальной среды.

На основании вышеизложенного можно утверждать, что исследование закономерностей процесса дезинтеграции горных пород, разрушения откосов горнотехнических сооружений и конструктивных элементов систем подземной разработки является актуальной задачей не только в области освоения месторождений, но и в целом в геомеханике и механике разрушения горных пород и твердых тел.

Объектом исследований являются горные породы как сплошная среда, обладающая сцеплением и внутренним трением, горные массивы.

Предметом исследований выступают условия устойчивости или разрушения откосов, предельные параметры конструктивных элементов открытой и подземной разработок, дезинтеграция, пластичность и прочность горных пород.

подавляющее большинство исследований, посвященных устойчивости горнотехнических сооружений, рассматривают откос как сплошную среду, обладающую внутренним трением и сцеплением. В случае рыхлых пород это оправдано без дополнительных замечаний, по крайней мере, с практической точки зрения. Процессы, происходящие при разрушении откосов с блочным строением, подобны процессам, происходящим в очаге землетрясений. Описание процесса разрушения блочных сред с трещинами отдельности, имеющими сложную геометрию (фрактал) и чрезвычайно сложный характер деформирования, на сегодняшний день несколько затруднено, хотя серьезные научные проработки по данному вопросу уже имеются. Поэтому для скальных трещиноватых массивов (откосов) горных пород (блочные среды) применяется тот же подход, что и для рыхлых отложений (представление сплошной средой), а пробелы в понимании процессов, происходящих при пластическом деформировании и разрушении блочных сред, вкладывают в собирательную и абстрактную величину – сцепление трещиноватого горного массива. То есть считается, что при такой постановке задачи найдется некая эквивалентная величина сцепления,

которая будет характеризовать сдвиговое свойство блочного массива. Поверхности ослабления массива представляются плоской линией с известными параметрами паспорта прочности (без учета сложного механизма разрушения трещины). В этой связи **целью диссертации** является создание теории устойчивости откосов горнотехнических сооружений как сплошной среды с внутренним трением и сцеплением, на основе критерия прочности Кулона по методу предельного равновесия, в строгой механико-математической постановке задачи, а также применение полученных теоретических положений для решения задач устойчивости откосов в сложных горно-геологических условиях, сдвижения горных пород, геомеханики подземных разработок, пластичности и прочности горных пород как твердых тел.

Идея работы состоит в использовании вариационных принципов для преодоления статической неопределимости задачи об устойчивости откоса, создании на основе этого теории устойчивости горнотехнических сооружений и выявлении закономерностей пластического деформирования и разрушения горных пород при сдвиге.

Задачи диссертационной работы:

1. Разработать классификацию существующих методов расчета устойчивости откосов по принципу используемых ими допущений (по принципу послабления расчетной схемы).

2. Определить условие устойчивости (критерий устойчивости) откосов в однородных и изотропных средах, обосновать положение и форму критической поверхности скольжения, методику ее построения, а также определить предельные геометрические параметры плоских однородных откосов.

3. Исследовать влияние неоднородности и анизотропии горных массивов на положение и форму критической поверхности скольжения (разрушения) и предельные геометрические параметры откосов.

4. Изучить степень влияния подработки откоса подземными горными работами (карст) и разработать методику расчета подработанных откосов.

5. Разработать методику расчета устойчивости откосов отвалов различных пород (связные, несвязные) на произвольном (устойчивом, неустойчивом) основании.

6. Разработать методику учета обводненности и сейсмичности при оценке устойчивости откосов горнотехнических сооружений.

7. Исследовать влияние тектонических полей напряжений на устойчивость карьерных откосов и разработать методику их учета.

8. Обосновать методику прогнозирования угловых параметров процесса сдвига горных пород (углы разрывов, сдвигения, граничные), в том числе в условиях тектонических полей напряжений для случая сплошной квазиоднородной среды.

9. На основе предлагаемой теории разрушения откосов разработать метод расчета нагрузок на опорные целики.

10. Разработать рекомендации по обоснованию расчетных прочностных характеристик трещиноватых горных массивов.

11. На основе фундаментальных решений по устойчивости откосов как сплошной среды теоретически обосновать критерий (паспорт) сдвиговой пластичности и прочности горных пород как твердых тел в сложном напряженном состоянии.

12. Математически описать процесс развития пластических деформаций (функцию пластического потенциала) при упрочнении горных пород для сдвиговой деформации, обосновать значения коэффициента дилатансии.

13. Сопоставить теоретические результаты по пластичности и прочности горных пород с экспериментальными исследованиями и скорректировать аналитические положения согласно опытным данным.

14. Получить обобщенный энергетический принцип разрушения (предразрушения, дезинтеграции) горных пород.

15. Обосновать критерий зарождения сдвиговых трещин в твердых телах под воздействием потенциальной энергии деформации.

Защищаемые научные положения:

1. На защиту выносятся теоретический критерий устойчивости (разрушения) откосов горнотехнических сооружений по методу предельного равновесия, отвечающий условиям необходимости и достаточности статического равновесия твердого тела, на основе которого обоснована геометрия (форма и положение в массиве) наиболее опасных поверхностей скольжения в однородных, неоднородных, анизотропных откосах и осуществлен учет тектонических, сейсмических и гидростатических сил.

2. В рамках модели сплошной среды, обладающей внутренним трением φ и сцеплением C , единый критерий пластичности и прочности горных пород (твердых тел) при сдвиге имеет вид:

– в компонентах главных напряжений σ_1, σ_3 :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k \sigma_3}{C}\right)};$$

– в компонентах напряжений на площадке среза τ, σ_n :

$$\tau = C(1 + \sin\varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin\varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos\varphi}{(1+k)C \cos\varphi} \right|,$$

определяющий при

$k = 0$ – функцию пластического потенциала и начальную поверхность текучести (предел упругости) для горных пород с пластическим характером разрушения;

$0 \leq k \leq 1$ – предел прочности горных пород и предел упругости для горных пород с хрупким характером разрушения ($k \approx 1 - \sin\varphi$);

$k \rightarrow 1$ – теоретическую предельную поверхность или предел прочности при сдвиге (срезе), совпадающую с критерием Кулона (Coulomb, 1773).

3. На защиту выносятся вариационный принцип дезинтеграции горных пород, определяющий функцию поверхности (траекторию) разрушения. Форма поверхностей сдвиговой дезинтеграции в твердых телах (горных породах) оп-

ределяется максимальной работой внешних $\sum V$ и объемных $\sum (W - U)$ сил на относительном перемещении частей тела при срезе, при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание данных поверхностей $\sum 2\eta$:

$$\frac{\int_N V(x, y, y') dn + \int_S [W(x, y, y') - U(x, y, y')] dS}{\int_L 2\eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max .$$

4. При отсутствии притока энергии извне, сдвиговая дезинтеграция в замкнутой плоской системе может происходить только за счет накопившейся в теле энергии, при этом разрушение или появление трещины на любом масштабном (иерархическом) уровне наступает тогда, когда отношение среднего расстояния между образующимися трещинами к их среднему размеру достигает значения:

$$\lambda = 4 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = 2,8_{\varphi=0} \div 3,7_{\varphi=\pi/4} .$$

Методы исследований. При решении поставленных задач в работе широко использованы методы дифференциального, интегрального, вариационного исчисления и математической статистики, принципы, законы и теоремы теоретической механики и механики сплошной среды, метод сопоставления теоретических и экспериментальных данных.

Личный вклад автора диссертации заключается в сборе и обобщении материалов, постановке задач исследований, выполнении исследований, формулировании научных положений, выводов и рекомендаций диссертации.

Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается удовлетворительной сходимостью полученных теоретических результатов и экспериментальных данных.

Сопоставление предельных параметров плоских однородных откосов, по данным диссертационного исследования, с известными, наиболее распростра-

ненными аналогами (Правила, СНиП и др.) показывает их близость с закономерным и ожидаемым отклонением, объясняемым новизной решения задачи.

Аналитически доказанная стабильность углов разрыва (граничных, сдвига) с глубиной для квазиоднородных массивов находит свое повсеместное подтверждение при инструментальных исследованиях процесса сдвига горных пород. Обоснованные значения коэффициента снижения нагрузки на целики достаточно близки к экспериментальным значениям, по данным ВНИМИ.

Полученные аналитически функции поверхностей текучести, пластического потенциала и предельной поверхности, а также значения коэффициентов дилатансии сопоставлены с весьма представительной выборкой экспериментальных данных, произведена корректировка теоретических результатов.

Предлагаемый вариационный принцип дезинтеграции горных пород позволяет наглядно объяснить некоторые особенности геомеханических явлений: зональную дезинтеграцию горных пород вокруг подземных выработок, округлость поверхности скольжения при разрушении откосов и др. Достоверность предлагаемого критерия зарождения сдвиговых трещин подтверждается совпадением с результатами исследований академика М. А. Садовского (геофизика), академика С. Н. Журкова, проф. В. С. Куксенко (физика твердого тела), академика М. В. Курлени и чл.-корр. В. Н. Опарина (геомеханика).

Новизна результатов исследований состоит:

– в разработке теории устойчивости (разрушения) откосов горнотехнических сооружений как сплошной среды по методу предельного равновесия, обеспечивающей необходимость и достаточность условия равновесия призмы смещения по наиболее слабой поверхности скольжения;

– аналитическом обосновании степени влияния тектонических полей напряжений на устойчивость бортов карьеров;

– аналитическом доказательстве стабильности углов разрыва, а значит, углов сдвига и граничных углов с увеличением глубины разработки, как для сплошной квазиоднородной среды;

– доказательстве слабой зависимости углов разрыва (сдвига) в сплошной квазиоднородной среде от углов внутреннего трения, вследствие стягивания поверхностей скольжения с различными углами внутреннего трения в единую поверхность;

– обосновании на континуальном уровне разворота структурных элементов при упрочнении, что подтверждается экспериментальными данными на мезоуровне и в геодинамике;

– теоретическом обосновании (аналитический вывод) и экспериментальном подтверждении условия (критерия) пластичности и прочности, функции пластического потенциала и коэффициента дилатансии, то есть в обосновании закономерностей пластического деформирования горных пород при сдвиге;

– выводе энергетического вариационного принципа дезинтеграции твердых тел, позволяющего определять геометрию поверхностей разрушения в телах (горных массивах);

– получении критерия зарождения сдвиговых трещин в твердых телах (горных породах) под воздействием потенциальной энергии деформации и его физической интерпретации.

Научная значимость результатов исследований состоит:

– в разработке теории устойчивости или разрушения откосов горнотехнических сооружений как сплошной среды по методу предельного равновесия;

– получении фундаментальных уравнений, определяющих условия предельного равновесия призм смещения и геометрии (траектории) поверхностей скольжения;

– аналитическом получении функций поверхностей текучести, а также поверхностей, определяющих предел упругости и предел прочности горных пород;

– аналитическом обосновании функции пластического потенциала при пластическом деформировании горных пород (искусственных материалов);

– объяснении некоторых физических аспектов процесса пластического деформирования (упрочнения) горных пород при сдвиге, в частности:

1) главным признаком пластической деформации на стадии упрочнения является частичная или полная (на пределе упругости) потеря удерживающего эффекта от внутреннего трения на площадках микросдвигов под действием минимального главного напряжения и его постепенное усиление в процессе упрочнения, что является следствием явления дилатансии, то есть увеличения объема в направлении минимального главного напряжения;

2) доказывається изменение углов наклона критических площадок микросдвигов в процессе упрочнения, что трактуется как разворот структурных элементов при пластическом деформировании;

– выводе и обосновании вариационного принципа или энергетического условия разрушения твердых тел (горных массивов), позволяющего определять траекторию разделения тел в процессе дезинтеграции;

– физической интерпретации критерия зарождения сдвиговых трещин в твердых телах (горных породах) под действием потенциальной энергии деформации.

Практическое значение работы. Отличительной особенностью проведенных исследований является то, что все фундаментальные теоретические положения доведены до расчетных формул или алгоритмов для компьютерного решения, графиков, номограмм, то есть до возможности практического применения. Более того, автором лично проделаны поверочные расчеты, подтверждающие их работоспособность. Даже в случае сугубо научных результатов в работе указываются возможные направления их дальнейшего использования на практике.

Результаты выполненных исследований позволяют производить оценку устойчивости откосов горнотехнических сооружений в горно-геологических

условиях практически любой сложности. Разработаны методы прогнозирования угловых параметров процесса сдвижения горных пород (граничные углы, углы сдвижения и разрывов) и нагрузок на опорные целики при подземной разработке месторождений для сплошной квазиоднородной среды. Разумеется, являясь фундаментальной основой геомеханических расчетов, во многом для практики будет полезен аналитический критерий пластического деформирования твердых тел и, в частности, горных пород (паспорта пластичности и прочности). Выявленные закономерности пластического деформирования позволят осуществлять прогноз опасных геомеханических и геодинамических явлений. Знание закономерностей пластического деформирования твердых тел позволит скорректировать существующие модели сплошной среды – теории пластичности.

Реализация работы. Результаты работы реализуются в учебном процессе, изданы три учебных и учебно-методических пособия, которые используются при проведении курсов переподготовки, повышения квалификации работников горных предприятий таких компаний, как ПАО «ГМК «Норильский никель», ПАО «НК «Роснефть», ПАО «Уралкалий», АО «Русская медная компания», предприятий Уральской горно-металлургической компании: ОАО «УК «Кузбассразрезуголь», ПАО «Гайский ГОК», АО «Учалинский ГОК» и др. Результаты работы были использованы и внедрены для оценки и обеспечения устойчивости бортов карьера Комаровского месторождения (Казахстан) и карьера ГОКа «Эрдэнэт» (Монголия) (Приложение 1). Основные теоретические и практические результаты исследований переданы для использования в лабораторию устойчивости бортов карьеров и сдвижения горных пород ОАО «Уралмеханобр-УГМК».

Апробация работы. Основные положения и результаты работы опубликованы в 46 научных статьях (из них 20 в изданиях из перечня ВАК), двух научных монографиях, докладывались на Уральской горнопромышленной декаде (УГГУ, г. Екатеринбург) в 2004 – 2008, 2010, 2013, 2015 и 2016 гг.; на Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Проблемы недро-

пользования» (ИГД УрО РАН, г. Екатеринбург) в 2009, 2011, 2012, 2014, 2015 и 2017 гг.; на международной конференции «Состояние и перспективы развития маркшейдерского дела» (УГГУ, г. Екатеринбург) в 2010 г.; на международной конференции: «XV International ISM Congress», 2013. 16 – 20 September 2013, Aachen, Germany; на Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Геомеханика в горном деле» (ИГД УрО РАН, г. Екатеринбург) в 2014 г., на международной конференции: «Mezinárodní konference Geodézie a Důlní měřictví 2015 XXII. konference Společnosti důlních měřičů a geologů. Zasedání odborných komisí ISM». Praha 24 – 26 června 2015.; на V международной конференции «Проектирование, строительство и эксплуатация комплексов подземных сооружений», г. Екатеринбург, УГГУ, 5 – 7 октября 2016 г.; на Всероссийской конференции с участием иностранных ученых «Геодинамика и напряженное состояние недр Земли» (стендовый доклад), г. Новосибирск, ИГД СО РАН, 2 – 6 октября, 2017 г.

Объем и структура работы. Диссертация включает введение, пять глав, заключение, библиографический список из 336 наименований и два приложения. Объем диссертации – 331 страница машинописного текста, в том числе 11 таблиц, 95 рисунков.

Автор выражает искреннюю благодарность и признательность за ценные замечания, которые позволили улучшить содержание диссертации, следующим наставникам и коллегам: научному консультанту д.т.н. Зотееву О. В., д.т.н. Латышеву О. Г., д.т.н. Корнилкову М. В., д.т.н. Лелю Ю. И., д.т.н. Валиеву Н. Г., д.т.н. Багазееву В. К., д.т.н. Кашникову Ю. А., д.т.н. Сашурину А. Д., к.т.н. Панжину А. А.

1. СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА

1.1. Методы и способы оценки устойчивости откосов

1.1.1. Общая проблематика расчета устойчивости откосов

В данном параграфе кратко рассматривается лишь общая проблематика вопроса устойчивости откосов сооружений, анализ методов расчета, их классификации и недостатки, а также причины этих недостатков будут приведены во второй главе диссертации.

По-видимому, необходимо постулировать тот факт, что на сегодняшний день не существует строгого, с математической и механической точки зрения, метода (способа) оценки (расчета) устойчивости даже гипотетически абсолютно однородных и изотропных откосов. Более того, можно утверждать, что не существует такого способа даже для частного случая – вертикального откоса (подпорная стенка). Предельная высота вертикального откоса, при отсутствии сопротивления отрыву горных пород, равна H_{90} – высоте вертикальной трещины отрыва, что теоретически верно. Однако если мы будем рассматривать тот же вертикальный откос, но под действием внешних сил, например, производить расчет подпорной стенки, то станет совершенно очевидным, что необходимо знать форму и положение (геометрию) поверхности, по которой произойдет его разрушение – поверхности скольжения. Предположив, что поверхность скольжения является плоской, Г. Франсе, О. Винклер (1920) и Л. Н. Бернацкий (1928) определили предельную высоту откоса. Феллениус В. (1927) определил угол наклона опаснейшей прямолинейной поверхности скольжения, а П. Н. Цимбаревич, воспользовавшись этим, привел формулу для предельной высоты откоса [3]. О. Т. Токмурзин [4] определил наиболее опасную прямолинейную поверхность скольжения с учетом трещины отрыва, что позволило ему обосновать предельную высоту для плоских откосов:

$$H_{\text{пр}} = \frac{H_{90}}{1 - \sqrt{\text{ctg}\alpha \text{tg} \frac{\alpha + \varphi}{2}}},$$

где $H_{пр}$ – предельная высота откоса; H_{90} – высота вертикального отрыва; α – угол наклона откоса; φ – угол внутреннего трения пород откоса.

Прошло около 100 лет, но до сих пор считается, что поверхность скольжения в вертикальном откосе является плоскостью, наклоненной к горизонту на угол $\pi/4 + \varphi/2$. Конечно данное утверждение является недостаточно обоснованным и не подтверждается экспериментом, более того оно послужило основой для дальнейших неверных суждений, которые отбросили решение задачи не на одно десятилетие. Ниже будет показано, что данное утверждение соответствует действительности только для несвязных пород ($C = 0$).

С откосами произвольной, например даже плоской формы, дела обстоят еще хуже. Из натуральных наблюдений известно, что поверхность скольжения в однородном откосе является криволинейной, однако ни о ее форме, ни о ее положении в массиве, ничего не известно. Имеются только предположения. Но и это еще не все, дело в том, что в случае криволинейной поверхности скольжения, задача по установлению критерия устойчивости (условия равновесия) призмы смещения становится статически неопределимой (об этом подробно речь пойдет ниже). Незнание геометрии критической поверхности скольжения и статическая неопределимость привели к появлению десятков приближенных способов расчета устойчивости однородных откосов (более 100 способов). Каждый из этих способов приводит к своим результатам, а об их точности остается только догадываться. Далеко не полный обзор упомянутых методов и способов можно найти в работах [3, 5 – 20].

Разумеется, при таком количестве неопределенностей в задаче об устойчивости даже идеально однородного откоса, речи о создании единой строгой теории устойчивости откосов с учетом анизотропии, неоднородности, подработанности, тектонических напряжений и т. д. идти не может, так как степень неопределенности задачи будет только возрастать. Например, при расчете анизотропного откоса, помимо тех неизвестных, которыми необходимо располагать для однородного откоса, добавляются угол излома поверхности скольжения на поверхности ослабления и координаты точки излома. Для неоднородного отко-

са количество неизвестных будет возрастать с увеличением количества литологических слоев, слагающих рассматриваемый откос. Тем не менее, исследования в данных направлениях ведутся, что подтверждает их актуальность.

Влияние анизотропии на устойчивость карьерных откосов и отвалов исследуется, например, в работах [21 – 25], количественный учет анизотропии приводится в следующей литературе [25 – 27]. В связи с почти повсеместной доработкой прибортовых запасов руд после отработки основных запасов открытым способом, все острее встает вопрос геомеханики комбинированной разработки месторождений. Прежде всего, речь идет о сохранении в устойчивом состоянии бортов карьера при их подработке, что, как известно, значительно влияет на способ вскрытия месторождения и экономические показатели добычи [28, 29]. Однако, решение данных задач в строгой постановке пока невозможно. Современная тенденция открытых горных работ свидетельствует о непрерывном увеличении глубины разработок. Проектная глубина наиболее крупных карьеров в скальных породах составляет 500 – 1200 м [30]. Для таких глубин отработки крайне важно учесть все факторы, определяющие устойчивость бортов карьеров. Наиболее сложным вопросом при оценке устойчивости бортов карьера, в этом случае, является учет степени влияния тектонических (горизонтальных) полей напряжений. Речь идет как о силовом факторе влияния на устойчивость призмы смещения, так и о влиянии тектонических напряжений на геометрию поверхности скольжения (разрушения). Однако нужно понять, что, если современная наука не может ответить на вопросы ни о геометрии поверхности скольжения в идеально однородном откосе, при действии, лишь гравитационных сил, ни дать необходимых и достаточных условий равновесия этой призмы смещения, то, разумеется, абсолютно бессмысленно рассуждать на тему об устойчивости откосов в поле тектонических напряжений. В нормативных документах вопрос о влиянии тектонических напряжений на устойчивость откосов даже не упоминается [26, 27]. Хотя потребность в этом назрела уже давно. Имеются и работы, посвященные расчету откосов, находящихся под воздействием полей тектонических напряжений [31 – 39].

Не имеют окончательного решения, в силу упомянутых выше причин, и более специфические вопросы геомеханики открытой разработки, такие как укрепление откосов, учет влияния кривизны бортов в плане на устойчивость, расчет откосов выпуклого профиля и т. д. Работы в данном направлении также имеются [40 – 43], но датируются прошлым веком.

Все существующие методы оценки устойчивости откосов едины, в том смысле, что в качестве предельного условия используют критерий Кулона. Однако, как известно, предельное кулоновское напряжение зависит от нормального напряжения на площадке среза. А вот способы определения тензора напряжений в окрестности поверхности скольжения и установления геометрии критической (наиболее слабой) поверхности скольжения различны.

Если потребовать выполнения условия предельного кулоновского равновесия в каждой точке призмы смещения, то можно отстроить профиль предельно устойчивого откоса и поверхностей скольжения, непрерывно заполняющих призму смещения. Данный метод расчета получил название – метод предельного напряженного состояния [5, 10].

В методе предельного равновесия, а точнее в его “бесчисленных” способах, геометрия поверхности скольжения (построение критической поверхности в откосе) устанавливается отдельно от расчета [3]. Обычно задаются какой-нибудь формой поверхности скольжения, например дуга окружности, и отыскивают, насколько это возможно, такое ее положение в откосе, чтобы обеспечить максимальную разность сдвигающих и удерживающих сил или моментов сил (экстремум критерия) вдоль данной поверхности. После построения потенциальной поверхности скольжения осуществляется расчет критерия устойчивости – сдвигающих и удерживающих призму смещения сил, по значению которого судят об устойчивости откоса. Однако критерий устойчивости, как правило, не отвечает необходимым и достаточным условиям равновесия призмы смещения, а поэтому и поверхность скольжения не будет являться истинной (наиболее слабой), да и сам расчет, в этом случае теряет свою представительность. Встречается и другая ситуация, когда критерий устойчивости обеспечи-

вает условия необходимости и достаточности равновесия призмы смещения, например способ круглоцилиндрической поверхности скольжения, однако, в силу статической неопределимости задачи, нет возможности достоверно рассчитать нормальную реакцию вдоль поверхности скольжения. Да и сам способ применим только при использовании поверхности скольжения в виде дуги окружности, что бездоказательно.

В последнее время, в связи с развитием математического моделирования геомеханических процессов, расчет откосов осуществляется посредством метода конечных элементов (МКЭ) [44, 45]. В приоткосной области производится расчет напряженно-деформированного состояния, после чего появляется возможность оценить степень устойчивости вдоль произвольно выбранной поверхности скольжения. Данный подход является современным, однако он вряд ли может претендовать на строгость и получение сколько-нибудь фундаментального решения. Дело в том, что для определения напряженного состояния в откосе необходимо подобрать модель, то есть заведомо наложить на массив какие-то ограничения, например, что данный массив будет вести себя как упругое тело во всех своих точках. Кроме того, любая модель имеет свое параметрическое обеспечение, которое определяется для горного массива, мягко говоря, с погрешностями. Единственной теоретически строгой моделью является упругая модель, однако она не подходит для моделирования процессов пластической деформации и разрушения. Поэтому данное направление можно рекомендовать для оценочных инженерных расчетов и не более.

Как следует из выше сказанного, именно поверхность скольжения, а точнее ее форма, определяет и сам способ суммирования сил, то есть критерий устойчивости. Позднее станет понятно, что критерий устойчивости и геометрия критической поверхности скольжения взаимозависимы.

1.1.2. Поверхности скольжения

О форме и положении поверхности скольжения в однородных (изотропных) откосах можно сказать, что она обосновывается либо по результатам на-

блюдений (визуальных, инструментальных в лабораторных и натурных условиях), либо подбором, либо из теоретических соображений.

Обоснование геометрии поверхности скольжения посредством наблюдений составляет эмпирическую часть знаний о данном процессе и, конечно же, такой подход не может претендовать на строгость. С другой стороны подавляющее большинство методов расчета принимали за основу именно фиксированную (принятую) поверхность скольжения. Причем поверхности выгодные с точки зрения расчета. Так, например, круглоцилиндрическая поверхность скольжения позволяет достаточно просто оценить сумму моментов сил, действующих на призму смещения, а логарифмическая спираль (Рендулик, 1935) обладает тем свойством, что всякая нормаль к этой кривой образует постоянный угол с соответствующим радиус-вектором. Этим достигается простота расчетных схем и получаемых при этом результатов.

В качестве поверхностей скольжения в разные времена принимались прямые, ломанные, круглоцилиндрические, логарифмические спирали, сплайны и др.

Впервые круглоцилиндрическая поверхность скольжения в расчете устойчивости была введена Петерсоном (1916), идея круглоцилиндрической поверхности скольжения подтверждалась Шведской геотехнической комиссией, которая обследовала более 300 мест нарушений устойчивости железнодорожных насыпей. В большинстве случаев в качестве базовой поверхности используется круглоцилиндрическая, а ее положение определяется подбором. Впервые положение наиболее опасной круглоцилиндрической поверхности обосновал Б. М. Ломизе [46], при ее нахождении он применил метод отыскания условных экстремумов (метод множителей Лагранжа). Далее Г. Л. Фисенко [15] при помощи основных положений статики сыпучей среды обосновывает угловые условия на концах круглого цилиндра, а именно: поверхность скольжения в нижней точке откоса пересекает его под углом $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, а в верхней точке она начинается под тем же углом к вертикали. В общем же случае поверхность сколь-

жения по Г. Л. Фисенко – ломаная. В дальнейшем предлагались поверхности скольжения в форме биарков [47], т. е. поверхности, состоящие из дуг двух окружностей.

Существование линий скольжения в форме логарифмической спирали подтверждается рядом теоретических исследований в области теории пластичности и статики сыпучих сред. Впервые применять логарифмическую спираль для расчета устойчивости откосов стал Рендулик [3]. Согласно статике сыпучих сред поверхность скольжения в каждой точке отклонена от наибольшего из главных напряжений на угол $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, в нижней точке откоса наибольшее главное напряжение совпадает с ним, а на глубине равной высоте вертикальной трещины отрыва оно вертикально. Воспользовавшись данными положениями, а также введя допущение о равномерном изменении угла наклона наибольшего главного напряжения, С. Н. Никитин [48], Ю. С. Козлов [49, 50], В. П. Будков, А. И. Ильин [31], Э. Л. Галустьян [51] получили в качестве поверхности скольжения логарифмическую спираль. Различие этих поверхностей состоит в расположении полюса полярной системы координат. Положение последнего устанавливается подбором, расчетом или исходя из величины ширины призмы возможного обрушения. Существует мнение [49, 52, 53], что фактическая ширина призмы возможного обрушения в 1,5 – 2,0 раза превышает расчетную (по Г. Л. Фисенко).

В. А. Гордеев [54 – 57], обобщая теорию метода предельного равновесия (А. Бишопа, Н. Янбу), приходит к выводу, что наиболее опасная линия скольжения описывается кубическим сплайном.

Одним из распространенных, и в то же время недостаточно обоснованных, способов оценки устойчивости в горном деле является способ алгебраического суммирования сил. Дело в том, что коэффициент запаса устойчивости в методах предельного равновесия не может быть выражен в явном виде, а использовать при оценке устойчивости абсолютные величины, например разность сил, или невязку многоугольника сил, неудобно. Метод алгебраического суммиро-

вания “подкупает” своей простотой, а также критерием, который используется для оценки устойчивости откосов – коэффициент устойчивости. Этот коэффициент численно равен отношению всех удерживающих откос сил к сдвигающим. При принятии круглоцилиндрической поверхности скольжения этот метод совпадает с методом К. Терцаги и В. Феллениуса, которые подразумевают выполнение условия моментов. Для произвольной поверхности скольжения метод алгебраического сложения не реализует ни одного условия равновесия. В случае прямолинейной поверхности скольжения выполняются два условия равновесия, а коэффициент запаса устойчивости равен коэффициенту устойчивости.

Именно методом алгебраического суммирования в большинстве случаев производят сравнение и выбор потенциальных поверхностей скольжения [58]. Достаточно просто можно произвести расчет и оценить коэффициент устойчивости, используя таблицы М. Н. Гольдштейна [19].

Почти все рассмотренные выше воззрения по форме и положению потенциальной поверхности скольжения исходят из того, что якобы заданы угловые условия на концах поверхности скольжения, а также других допущениях. Как отмечает В. Т. Сапожников [43], угол выхода поверхности скольжения в откос равный $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ принят по аналогии с вогнутым предельно напряженным откосом, а в плоском откосе, поверхность которого не является предельно напряженной, величина упомянутого угла будет иной.

Огромный интерес представляют вариационные методы расчета устойчивости откосов и нахождения потенциальной поверхности скольжения. Его основным отличием является то, что ни относительно кривой (поверхности скольжения), ни относительно граничных условий, не делается никаких допущений. Все это может быть определено методами вариационного исчисления. Единственное, что при этом необходимо – вывести обоснованный функционал для нахождения его экстремума.

Впервые применил вариационное исчисление для решения проблемы устойчивости оснований Н. М. Герсеванов [59]. Он ввел предположение о некотором гипотетическом грунте, характеризующимся тем, что по проведенным в нем вертикальным сечениям отсутствует трение и сцепление, т. е. реакции между блоками отсутствуют. А также приемами математической логики показал, впервые в теории сооружений, что такое предположение о свойствах грунтов всегда идет в запас устойчивости. Для такого грунта он определил наиболее опасную поверхность скольжения.

Следующий шаг в применении вариационного метода был сделан более чем через 30 лет И. Копачи [60]. Сложность изложения и большое количество опечаток привели к тому, что исследования И. Копачи прошли незамеченными. Новое исследование в области вариационного метода выполнено Ю. И. Соловьевым [61]. Он снова вернулся к гипотетическому грунту, а для получения функционала воспользовался принципом возможных перемещений, решив при этом одну из частных задач.

Большую работу в этом направлении проделал институт ДИИТ [60, 62 – 71]. Дорфман А. Г. получил общее решение задачи поставленной Ю. И. Соловьевым, а также рассмотрел много задач встречающихся в практике. В дальнейшем под руководством М. Н. Гольдштейна был проделан комплекс работ по применению вариационного исчисления для расчета подпорных стен, была решена объемная задача для откоса, рассматривались случаи выпора грунта и др. Необходимо сказать, что нахождение опасной кривой в этих методах осуществлялось совместно с расчетом.

Вариационное исчисление открывает совершенно новые возможности при исследовании устойчивости откосов, однако предложение Ю. И. Соловьева и основанное на нем решение А. Г. Дорфмана построены для гипотетического грунта. Хоть это и приводит всегда к запасу устойчивости, но величина последнего неопределенная и зависит от геометрических параметров откоса и физико-механических характеристик пород.

Попов С. И. и др. [72, 73] для обоснования формы и положения потенциальной поверхности скольжения применили метод динамического программирования и создали программное обеспечение для его реализации. В качестве критериев оптимизации использовались разность сдвигающих и удерживающих сил и коэффициент устойчивости. Решение осуществлялось с помощью принципа условной оптимизации, который по своей сути, при формализации задачи, является конечно-разностным методом Эйлера решения задач вариационного исчисления.

В работе [13], развив идеи методов А. Бишопа и Г. М. Шахунянца, сделана попытка численного обоснования формы потенциальной поверхности скольжения. В качестве критерия устойчивости использовался коэффициент запаса. Однако было введено допущение об углах наклона реакций на боковых гранях отсеков – следствие статической неопределимости задачи.

Каждая группа методов расчета в качестве меры устойчивости вводит некоторый критерий устойчивости (коэффициент запаса, дефицит сил и др.), который дает представление о степени устойчивости откоса. И совершенно очевидно, что экстремум данного критерия и определит наиболее опасную поверхность скольжения. В этом заключается связь между определением геометрии потенциальной поверхности скольжения в откосе и методом его расчета или критерием устойчивости. Отсюда вытекает бесполезность определения формы и положения поверхности скольжения подбором – нет уверенности в том, что найденная поверхность скольжения будет самой слабой. Кроме того, если критерий устойчивости не отражает необходимых и достаточных условий равновесия, то и поверхность скольжения, найденная пусть даже строго аналитически (вариационными методами), не будет отражать реальность, то есть являться истинной. В этой связи, первоочередной задачей является обоснование критерия устойчивости, обеспечивающего необходимость и достаточность равновесия призмы смещения, однако до сих пор этого сделать никому не удавалось вследствие, как уже указывалось, статической неопределимости задачи.

1.1.3. Способы оценки устойчивости откосов рекомендуемые нормативными документами, их недостатки

Существует большое количество способов (несколько десятков) расчета устойчивости однородных откосов. Каждый из этих способов наделен теми или иными недостатками. С этой точки зрения интересно посмотреть на приоритет при выборе того или иного способа расчета устойчивости различными ведомствами. И, действительно, оценкой устойчивости откосов занимаются проектировщики железных и автомобильных дорог, оснований и фундаментов, гидротехники, горняки и др.

Итак, в СНиПе по земляным сооружениям [74] для определения крутизны откосов временных выемок рекомендуют использовать модифицированные номограммы Д. Тейлора (круг трения) [11]. Расчет устойчивости портовых сооружений [75] рекомендуется осуществлять способом круглоцилиндрической поверхности. При проектировании полотна железных дорог [76], рекомендуется в качестве основной схемы использовать способ Г. М. Шахунянца, однако, сводом правил не исключается применение других способов, известных по литературным источникам или разработанных в проектных организациях и проверенных практикой, например способ Л. Л. Перковского [76]. При проектировании шламонакопителей и хвостохранилищ при расчете ограждающих дамб рекомендуется использовать способы наклонных сил Р. Р. Чугаева, Крея – Янбу (горизонтальных сил), или же способ К. Терцаги [77]. Для расчета устойчивости бортов карьеров и откосов отвалов рекомендуются к применению два способа: алгебраического сложения сил и модифицированный способ многоугольника сил [26, 27, 78]. Сразу же отметим, что в действующем нормативном документе [26] не говорится о том, каким образом необходимо строить потенциальные поверхности скольжения. Сказано лишь, что в однородных откосах поверхность скольжения близка к круглоцилиндрической, а для расчета необходимо исследовать не менее трех потенциальных поверхностей.

Способ алгебраического сложения сил является наиболее простым, наглядным и фактически является прообразом исторически первых способов

оценки устойчивости по методу предельного равновесия (способы Терцаги, Феллениуса, Хюльтина, Иванова, круглоцилиндрической поверхности, моментов и т. д.). Поэтому его часто используют для предварительных и оценочных расчетов.

Вместе с тем способу присущи существенные недостатки:

1) для произвольной криволинейной (не круглоцилиндрической) поверхности скольжения критерий устойчивости (коэффициент устойчивости) не отражает необходимых и достаточных условий равновесия призмы смещения (данный тезис вытекает уже из самого названия способа, т. е. векторные величины складываем алгебраически);

2) пренебрегается влиянием межблоковых реакций на коэффициент устойчивости;

3) способ не позволяет обосновать положение и форму наиболее опасной (слабой, напряженной) поверхности скольжения.

Термин и соответственно способ расчета «многоугольник сил» ввел Г. М. Шахунянц. Сотрудники ВНИМИ модифицировали его достаточно оригинальным способом. Способ Г. М. Шахунянца подразумевает разбиение призмы смещения на отсеки (блоки) вертикальными гранями, причем на этих гранях выполняется условие предельного кулоновского равновесия.

Основной идеей модификации является то, что условие предельного кулоновского равновесия выполняется не на вертикальных гранях, а на наклонных, проведенных подобно второму семейству поверхностей скольжения (характеристик), в методе предельного напряженного состояния (рис. 1.1). Таким образом, исходя из рисунка, можно выделить основные недостатки способа многоугольника сил в постановке ВНИМИ:

1. Криволинейная поверхность предельно напряженного откоса AIB заменяется прямой линией AB . Заметим, что при такой замене поверхности, соответствующие второму семейству поверхностей скольжения, исчезнут, т. е. уравнения предельного напряженного состояния выполняться не будут.

2. Поверхности, соответствующие второму семейству в методе предельного напряженного состояния в способе многоугольника сил, заменяются прямыми. То есть, по линиям HL , GM , FB условие предельного равновесия выполняться не будет.

3. Для получения прямолинейной формы откоса предельный откос $AIBC$ заменяется плоскостью AC .

4. В отличие от метода предельного напряженного состояния, где геометрия поверхности скольжения обосновывается расчетом, в способе многоугольника сил не обосновывается вовсе. Данное замечание присуще практически всем способам метода предельного равновесия.

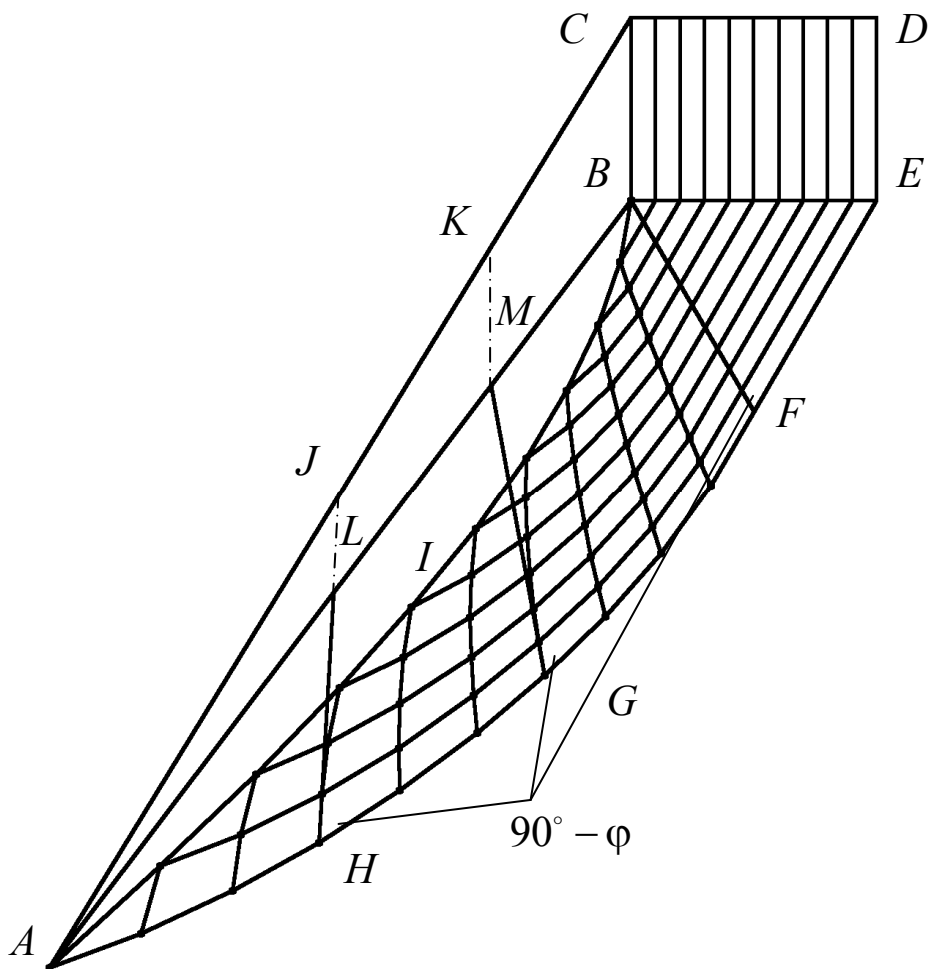


Рис. 1.1. Модификация способа многоугольника сил (Г. М. Шахунянца) посредством метода предельного напряженного состояния

Призма смещения разбивается на 3 – 4 блока, в нашем случае $BCDEF$, $MKCBFG$, $LJKMGH$ и $AJLH$. На каждый блок (отсек) действует вес горных пород, реакции смежных блоков, а по граням AH и LH , HG и GM , GF и FB , FE

выполняется условие предельного равновесия. Грани JL , KM и CB вертикальны, а реакции на них отсутствуют. После разбивки производится суммирование всех действующих на систему сил в графическом [26] или аналитическом (ЭВМ) [79] виде.

Разумеется, степень обоснованности постулатов способа и точность прогнозирования параметров откосов определить не представляется возможным.

Несмотря на отмеченные объективные недостатки способа многоугольника сил (ВНИМИ), он рекомендуется действующими нормативными документами в области обеспечения устойчивости откосов на горных предприятиях в качестве базового.

В 2015 году вышел в свет русскоязычный перевод руководства по проектированию бортов карьеров (научный редактор русского издания А. Б. Макаров) [80]. Данный документ является плодом труда большого количества специалистов из многих стран мира. Руководство включает 14 глав, в которых весьма подробно описаны все работы и мероприятия, связанные с проектированием карьеров от начала разработки и до ликвидации предприятия. Безусловно, книга отражает весь передовой зарубежный опыт по проектированию бортов карьеров. Однако заслуживает внимания тот факт, что из 544 страниц текста, где просто досконально отражены даже вспомогательные работы, выполняемые для целей проектирования бортов карьеров, вопросу оценки их устойчивости уделено всего около 15 страниц. Половина из этих страниц посвящена описанию способов математического моделирования, а оставшаяся часть кратко повествует о существующих способах оценки устойчивости откосов (способы Феллениуса, Бишопа, Янбу, Моргенштерна-Прайса, Лоу и Крафта, Спенсера, Сарма, способ инженерного корпуса сухопутных войск США), датированных примерно серединой прошлого века.

Таким образом, подведя итог обзора по нормативным документам в области обеспечения устойчивости откосов, можно констатировать следующее. Авторы упомянутых нормативных документов, как у нас в стране, так и за рубежом, сами являясь крупными специалистами в вопросах устойчивости откосов,

просто не знают какой из существующих способов рекомендовать к использованию в той или иной сфере. В этой связи совершенно очевидно, что вопрос оценки устойчивости откосов недоисследован и требует доработки.

1.2. Иерархичность, самоподобие и самоорганизация процессов дезинтеграции и разрушения горных пород

Условно уровни исследования вопросов прочности материалов можно подразделить на: 1) микромасштабный уровень (физический); 2) мезоскопический уровень (физико-технический); 3) макроуровень (континуальный, технический). Укажем на условность такого разделения, так, например, микродефектные теории прочности оперируют техническим понятием – механическое напряжение, при этом модель подразумевает рассмотрение ансамблей дефектов кристаллических решеток, а в физике твердого тела рассматриваются причины их образования (появления) и движения в поле градиента напряжений. Таким образом, объектом исследования на микромасштабном уровне является реальная кристаллическая решетка со своими дефектами структуры, на макромасштабном уровне – сплошная или континуальная среда, абстрактно введенная для возможности использования аппарата дифференциального исчисления (непрерывность функций). Элементарными носителями пластического течения на мезоуровне являются трехмерные структурные элементы (зерна, конгломераты зерен, субзерна, ячейки дислокационной субструктуры, деформационные домены и т. д.). Вводится понятие представительного мезообъема, содержащего несколько структурных элементов, который является макрочастицей (точкой континуума) со своими средними по мезообъему параметрами (модуль Юнга, предел текучести и т. д.). Суммарный внутренний момент представительного мезообъема равен нулю, внутри же его существуют некомпенсированные внутренние моменты. Однако в силу большой неопределенности моментных параметров в расчетах используются упрощенные модели. Таким образом, методология физической мезомеханики предполагает рассмотрение деформационных процессов на трех масштабных уровнях. С одной стороны на мезоуровне допусти-

мо описание поведения как сплошной среды (межзеренная деформация), внутренняя же деформация мезоэлементов (структурных элементов) обеспечивается физическими механизмами, развивающимися на микроуровне [81].

Все больше работ, связанных с деструкцией земной коры и вообще недр Земли стало появляться в связи с исследованиями геодинамических и геологических процессов. Этот уровень также условно можно назвать – 4) мегауровнем (геодинамическим или геофизическим).

Геомеханика, оперируя как основами геологии и геодинамики, так и механики деформируемого твердого тела имеет возможность изучать процессы пластического деформирования и разрушения твердых тел с позиций мега- и макроуровня. Особенно продуктивные результаты получаются с использованием геофизических данных. И, действительно, на макроуровне, в отличие от микроуровня, нет возможности наблюдать физические процессы, сопровождающие деструкцию твердых тел, зато такая возможность появляется на мегауровне.

Пластическое деформирование и разрушение твердых тел – это сложный процесс. В зависимости от того, с каких позиций его описывать, какое явление рассматривать и, на каком уровне, оно включает ряд весьма взаимосвязанных, неразделимых и дополняющих друг друга вопросов. В силу того, что данные вопросы зачастую принадлежат различным отраслям знаний, связь между ними, на первый взгляд, может показаться неявной. Однако, только изучив все вопросы в комплексе можно приблизиться к всестороннему пониманию проблемы разрушения твердых тел. Дадим литературный обзор вопросов деструкции твердых тел, который, по мнению автора, необходим для всецелого понимания дальнейших рассуждений. А в дальнейшем будем опираться на отдельные результаты упомянутых источников, важных с точки зрения развиваемой автором теории.

Итак, о современном уровне и достижениях науки о пластическом деформировании и разрушении твердых тел с микромасштабных (физических) позиций можно судить, ознакомившись со следующими работами [82 – 90].

Доказательству блоковой иерархичности горного массива, а также универсальности характера его делимости при деструкции и связанными с этим явлениями, например, явлением зональной дезинтеграции, иерархичности землетрясений и т.д. посвящен ряд работ, некоторые из которых [91 – 136]. Явление зональной дезинтеграции горных пород вокруг выработок и его приложения подробно обсуждаются в работах [94 – 98, 110 – 112, 118 – 124, 126 – 131].

Вопросы пластической деформации и разрушения в виде смещения (трансляции) и поворота структурных элементов на мегауровне, а также вопросы миграции тектонических напряжений (волновой механизм медленного перераспределения тектонических напряжений), нелинейной волновой механики, ротационных волн или волн крутильной поляризации, неупругих волн маятникового типа освещены в следующих публикациях [99, 137 – 165]. Явления аномально низкого трения и реидные (сверхпластичные) свойства горных пород (течение в твердом состоянии) обсуждаются, например, в работах [95, 101, 140, 141, 152].

Изучение вопросов деструкции на геодинамическом уровне, включая землетрясения, приводится в статьях [137, 166 – 171]. Реконструкция и изучение тектонических полей напряжений рассматривается в работах [169, 172 – 179].

Механика и физико-технические особенности пластического деформирования, дилатансии, разрушения горных пород и других материалов в лабораторных условиях, а также создание аналитических теорий прочности (разрушения) и пластического течения обсуждается в следующих статьях и монографиях [102, 166, 171, 180 – 209]. Исследование вопросов прочности на мезомасштабном уровне приводится в работах [81, 136, 210 – 216]. Учет масштабного эффекта и построение нелокальных и градиентных критериев приводится в работе [217]. Попытки объяснить природу процесса разрушения твердых тел с позиции фрактальной геометрии, рассматриваются в работах [184, 218]. Вариационные принципы дезинтеграции освещаются в следующих работах [193, 219 – 224]. Математическое моделирование разрушения, в том числе использование мо-

ментных (несимметричных) теорий механики сплошной среды обсуждается: [152, 225 – 233].

Обобщив данные вышеупомянутых научных исследований из физики твердого тела, физической мезомеханики, материаловедения, физики горных пород, геомеханики, геодинамики, геофизики, сейсмологии, и др. постулируем.

1. Горный массив представляет собой синергетическую дискретную систему, которая обладает свойствами иерархичности и самоподобия, то есть является фрактальной системой. Блочное строение геологической среды или горного массива можно считать их фундаментальным свойством. Процесс деструкции носит не случайный хаотический характер накопления повреждений и слияния мелких трещин в более крупные, а достаточно строго упорядочен. Деструкция горного массива – это не просто процесс рассеянного накопления повреждений, зарождение и рост единичных трещин, это многоуровневый процесс диссипации в объеме подводимой к телу энергии. Данный процесс термодинамически оптимизирован, что и приводит к образованию в деформируемом теле иерархических субструктур (объемных блоков) с определенным соотношением размеров формирующихся объемов в ряду иерархии. Накопление энергии в такой иерархически организованной блочной среде, ее активация, релаксационные процессы и перераспределение энергии обладают рядом специфических черт. Фундаментальным свойством блочной системы является высвобождение накопленной энергии дискретными порциями (квантами), величина которых обусловлена масштабом блоков в иерархии, вовлеченных в деформационный процесс (энергия землетрясения зависит от масштаба блочной системы вовлеченной в процесс подвижек) [136], [91 – 101, 110 – 112, 118, 121 – 125, 132 – 134].

2. Отношение размеров блоков любых соседних иерархических уровней в горном массиве, и в других материалах, подвергшихся деструкции является постоянной величиной (примерно). М. А. Садовский (1989) [91, 93], оценивает это число (иерархическая постоянная деструкции) в 3,5. Согласно исследованиям по физике твердого тела С. Н. Журкова, В. С. Куксенко и других (1977) [109], концентрационный критерий укрупнения трещин равен $e \approx 3$. Коэффициент

линейного вложения блоков, по данным М. В. Курлени и В. Н. Опарина (1992-1994) [97], в рамках геомеханических исследований, оценивается значениями 2 – 5. Данный параметр практически не зависит от вида материала. Как отмечает Макаров П. В., существенное отличие пластичных сред (прежде всего металлов) от геоматериалов и геосред заключается в том, что формирующаяся в этих средах иерархия блоков остается консолидированной вплоть до разрушения, то есть до разделения материала на части, а стадия предразрушения значительно больше [136]. Значение параметра иерархии для разных материалов получено эмпирическим путем (наблюдение, сопоставление), до сих пор не установлены показатели, определяющие его значение, не дана физическая интерпретация данного параметра.

3. “Красной нитью” в вопросах физической мезомеханики, геотектоники, сейсмологии и др. прослеживается тезис о вихревом протекании процессов пластического деформирования и разрушения материалов и горных пород. Другими словами, процесс деструкции протекает в виде трансляционного смещения структурных элементов и их разворота, то есть по схеме сдвиг + поворот [81, 137, 140, 141, 146, 148, 168, 210 – 215, 226]. Кроме того, вообще указывается на ротационный (вихревой) характер существования земной коры и вселенной [149 – 164].

4. Экспериментально установлено и теоретически описывается наличие медленных нелинейных волн деформации, доказывающих постоянную квазистатичную подвижность горного массива на разных иерархических уровнях, например [137, 140, 141, 148, 168]. Слово “деформация”, в этом случае, носит несколько условный характер, так как волна создается медленными перемещениями и поворотом элементов разных иерархических уровней.

Распространение и перераспределение основной энергии деформационного процесса в блочных геосредах связано с медленными движениями. Медленная передача напряжений в литосфере происходит в форме деформационных (тектонических) волн, возбуждаемых в разломах земной коры и литосферы при взаимодействии отдельных структурных элементов (блоков и микроплит). В

последнее время при математическом моделировании динамики разломов, механизмов поворота и скольжения блоков земной коры, генерирующих деформационные волны, а также интерпретации наблюдаемых при этом сейсмических и деформационных эффектов с успехом применяется уравнение \sin -Гордона. Классическое уравнение \sin -Гордона имеет несколько качественно отличающихся аналитических решений в виде кинков, бризеров, уединенных волн (солитонов), быстрых и медленных кноидальных волн и каждому из них соответствует свой ход эволюции системы блоков и разломов. Это существенно упрощает анализ и способствует получению наиболее достоверных результатов. Имеется немало прямых и косвенных свидетельств, что медленные тектонические деформации распространяются в виде уединенных волн. Отсюда и возникла потребность применить уравнение \sin -Гордона, имеющее в качестве решения уединенные волны – кинки и солитоны. Справедливость приложения уравнения \sin -Гордона к геосредам доказывается тем, что его следствия согласуются с результатами экспериментов и натуральных наблюдений. Более того, солитон \sin -Гордона может останавливаться (без изменения своей топологии) и вновь приходит в движение. Это и дает возможность моделировать динамику разломов. Уравнение \sin -Гордона применимо для случая больших деформаций и поворотов блоков, связанных с крупными геологическими событиями [137].

Уравнение \sin -Гордона, впервые полученное при описании дислокаций в кристаллах в 1938 году, успешно использовано затем в теории ферромагнетизма, квантовой оптике, физике элементарных частиц, в биологии. Однако в сейсмологии и геомеханике уравнение \sin -Гордона применено относительно недавно при моделировании сейсмических и деформационных процессов, обусловленных вращением блоков в фрагментированной геологической среде. Здесь приведены только те решения уравнения \sin -Гордона, которые использованы при построении моделей сейсмической активизации разломов и отражают основные черты процесса деформирования разломных зон, и относительную роль различных факторов в волновой динамике очага землетрясения [137].

Классическое уравнение \sin -Гордона имеет вид [137]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = \sin U, \quad (1.1)$$

где ξ, η – пространственная и временная координаты; U – динамическая переменная (угол поворота или смещения блока (фрагмента) среды). Если искать решение в виде бегущей волны (β – скорость волны)

$$U = U(\tau) = U(\xi - \beta\eta),$$

то уравнение (1.1) переходит в следующее:

$$\frac{d^2 U}{d\tau^2} = \frac{\sin U}{1 - \beta^2}, \quad (1.2)$$

Уравнение (1.2) имеет следующие общеизвестные решения:

1. Периодические быстрые кноидальные волны ($0 < k < 1; \beta^2 > 1$)

$$U = 2 \arcsin \left[k \operatorname{sn} \left[-\frac{1}{k} \left(\frac{\xi - \beta\eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right] \right], \quad (1.3)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = -\frac{\beta k}{\pi(\beta^2 - 1)^{1/2}} \operatorname{cn} \left[\left(\frac{\xi - \beta\eta}{(\beta^2 - 1)^{1/2}} \right); k \right]. \quad (1.4)$$

Решение (1.3) – бегущая волна, осциллирующая около значения $U = 0$. Решение (1.4) соответствует периодической волне с нулевым средним значением.

2. Периодические медленные кноидальные волны ($0 < k < 1; \beta^2 < 1$)

$$U = \arcsin \left\{ \pm \operatorname{cn} \left[-\frac{1}{k} \left(\frac{\xi - \beta\eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right] \right\}, \quad (1.5)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = \pm \frac{\beta}{\pi k (1 - \beta^2)^{1/2}} \operatorname{dn} \left[\frac{1}{k} \left(\frac{\xi - \beta\eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right]. \quad (1.6)$$

Решение (1.6) представляет собой периодическую последовательность импульсов с пространственным периодом $2k(1-\beta^2)^{1/2} K(k)$, где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода. В выражениях (1.3) – (1.6) использованы обозначения: $\text{sn}(\xi, k)$, $\text{cn}(\xi, k)$, $\text{dn}(\xi, k)$ – эллиптические функции Якоби; k – модуль эллиптической функции.

3. Уединенные волны – солитоны ($k \rightarrow 1$; $\beta^2 < 1$)

$$U = 4 \operatorname{arctg} \left[\exp \left(\pm \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right) \right], \quad (1.7)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = \pm \frac{\beta}{\pi(1 - \beta^2)^{1/2}} \operatorname{sech} \left(\frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right). \quad (1.8)$$

Решения (1.7) и (1.8) имеют собственные названия: первое – кинк, волна с неизменным профилем в виде перегиба по переменной U ; второе – солитон, уединенная волна, перемещающаяся со скоростью β . Указанные решения схематически приведены на рис. 1.2 [137].

На основе уравнения \sin -Гордона построено несколько моделей деформационных волн и миграции сейсмичности: модель волны в фрагментированном упругом массиве (Николаевский, 1995), модель динамического возмущения в пластически деформируемой геосреде (Гарагаш, 1996), модель тектонических волн ротационного типа (Михайлов, Николаевский, 2000), модель уединенной волны в разломе земной коры и т.д. [137].

Для выяснения методологии получения уравнения \sin -Гордона и проблем получения строгих решений, описывающих нелинейные медленные волны деформации, рассмотрим одну из моделей, приводимую в работе [137].

Тектонические волны ротационного типа. В статье (Михайлов, Николаевский, 2000) сформулирована математическая модель распространения медленных поворотных тектонических волн с излучением поперечных сейсмических волн, которая соответствует сейсмологическим и геофизическим наблюдениям.

В качестве основы были использованы представления механики Коссера, учитывающей динамику поворотов частиц, слагающих сплошную среду. Материальные константы континуума Коссера в натуральных условиях могут быть измерены фазовым методом по дисперсии низкочастотных поперечных волн.

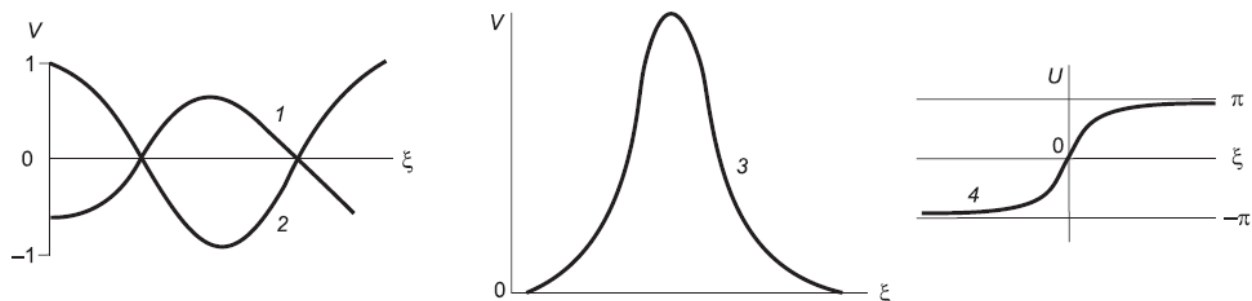


Рис. 1.2. Профили скоростей V частиц в быстрой (1) и медленной (2) кноидальных и уединенной (3) волнах, смещения U частиц (4) – кинк [137]

В модели (Михайлов, Николаевский, 2000) геологическая среда состоит из отдельных жестких блоков, которые могут совершать микроповороты, независимые от трансляционных смещений. Предполагается, что поворот блоков совершается в плоскости X, Y , а вектор поворота блоков имеет единственную ненулевую компоненту вдоль оси Z . Смещения в поперечной волне, распространяющейся вдоль оси X , имеют только одну, отличную от нуля, компоненту $Y(u_x = u_z = 0, u_y \neq 0)$, а массовая скорость определяется как $v_y = \partial u_y / \partial t$.

Учет блочной структуры среды с постоянной плотностью ρ соответствует уравнению баланса момента количества движения:

$$\rho J \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Phi_z + \omega_z) = \frac{\partial M_{xz}}{\partial X} + \sigma_{xy}^a, \quad (1.9)$$

$$\Phi_z = \frac{1}{2} \frac{\partial u_y}{\partial X},$$

где ρJ – удельный момент инерции осредненного блока (значения J имеют порядок квадрата радиуса блока); M_{xz} – моментальные напряжения; Φ_z – вектор среднего макроповорота (связан с вращением некоторого объема, содержащего несколько блоков, как целого); ω_z – вектор среднего микроповорота (средний поворот одного блока); σ_{xy}^a – антисимметричная часть тензора напряжений.

Математическая модель замыкается уравнением баланса количества движения:

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial X}, \quad (1.10)$$

где σ_{xy} – тензор напряжений.

Симметричная часть тензора напряжений, пропорциональна деформации, а антисимметричная часть – синусу угла поворота [Николаевский, 1996]:

$$\sigma_{xy}^s = G e_{xy}; \quad \sigma_{xy}^a = -N \sin(\omega_z). \quad (1.11)$$

Тензор моментных напряжений M_{xz} , которые появляются именно за счет блочной структуры среды, пропорционален градиенту угла поворота:

$$M_{xz} = \Lambda \frac{\partial}{\partial X} (\Phi_z + \omega_z). \quad (1.12)$$

Подстановка выражений (1.11) и (1.12) в уравнения (1.9), (1.10) дает

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} - C_G^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial X^2} = -\gamma \frac{\partial}{\partial X} \sin(\omega_z), \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Phi_z - \omega_z) - C_\Lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} (\Phi_z + \omega_z) = -\beta \sin(\omega_z), \quad (1.14)$$

где $C_G^2 = \frac{G}{\rho}$; $C_\Lambda^2 = \frac{\Lambda}{J\rho} = \frac{d_1}{d_2} \frac{G}{\rho} = \frac{G_*}{\rho_*}$; $\beta = \frac{N}{J\rho}$; $\gamma = \frac{N}{\rho}$.

Здесь C_G – скорость поперечной сейсмической волны; C_Λ – скорость волны поворотов блоков; d_1 и d_2 – внутренние масштабы; G_* и ρ_* – эффективные жесткость и плотность фрагментированного горного массива.

Введение бегущей координаты $\xi = x - Vt$ и обозначений $u_y \equiv u$ и $\omega_z \equiv \omega$ в пренебрежении макроповоротом Φ_z приводит систему уравнений (1.13), (1.14) к виду:

$$(V^2 - C_G^2) \frac{\partial u}{\partial \xi} = -\gamma \sin(\omega), \quad (1.15)$$

$$(V^2 - C_\Lambda^2) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \beta \sin(\omega) = 0. \quad (1.16)$$

Уравнение (1.16) является уравнением \sin -Гордона и обладает солитонными решениями в виде кинка (рис. 1.3 а).

$$\text{При } V > C_\Lambda : \omega = \pm \left[4 \operatorname{arctg} \left(\exp \left(\frac{\xi}{\sqrt{V^2 - C_\Lambda^2}} \sqrt{\beta} \right) \right) - \pi \right].$$

$$\text{При } V < C_\Lambda : \omega = \pm 4 \operatorname{arctg} \left(\exp \left(\pm \frac{\xi}{\sqrt{C_\Lambda^2 - V^2}} \sqrt{\beta} \right) \right).$$

Выражения для смещения u и скорости микроповорота ω_t имеют вид:

$$u = 2 \frac{\gamma}{\sqrt{\beta}} \frac{\sqrt{C_\Lambda^2 - V^2}}{C_G^2 - V^2} \times \operatorname{sech} \left(\frac{\xi}{\sqrt{C_\Lambda^2 - V^2}} \sqrt{\beta} \right). \quad (1.17)$$

$$\omega_t = \frac{-2V\sqrt{\beta}}{\sqrt{C_\Lambda^2 - V^2}} \times \operatorname{sech} \left(\frac{\xi}{\sqrt{C_\Lambda^2 - V^2}} \sqrt{\beta} \right). \quad (1.18)$$

Расчеты при характерных значениях параметров земной коры и размерах блоков $R = 100$ м. дают скорость поворотной волны порядка нескольких километров в год, т.е. причиной возникновения данного типа волн деформации (уединенных тектонических волн) действительно могут быть повороты блоков (фрагментов) земной коры.

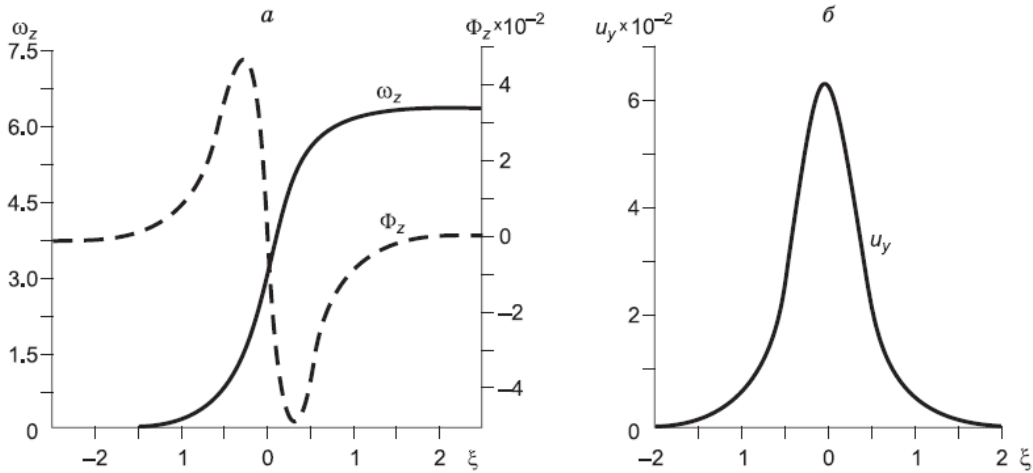


Рис. 1.3. График солитонного решения уравнения \sin -Гордона а) в виде ступеньки (кинка) для микроповоротов (сплошная линия) при $V < C_\Lambda$; б) и соответствующее ему решение для поперечного смещения [137]

Расчеты на основе системы уравнений (1.13), (1.14) показали, что движени́й медленной волны поворотов сопровождается перемещением «связанной» уединенной волны смещений (1.17) (рис. 1.3 б) с такой же малой скоростью V .

Из уравнений (1.11) и (1.12) видна искусственность получения модели. Однако данный шаг является необходимой мерой для замыкания модели. В модели динамического возмущения в пластически деформируемой геосреде (Гарагаш, 1996) для этих же целей вводится допущение о пребывании фрагментированной среды в предельном кулоновском равновесии, то есть на макроуровне геоматериал находится в состоянии пластического течения и подчиняется Закону Кулона, но при этом на микроуровне сохраняется упругая связь [137] и т.д. Причиной всех подобных допущений является отсутствие понимания природы ротации при деформировании твердых тел.

Макаров П. В. [136] предлагает описывать “медленные движения” – специфические волны деформаций и повреждений, нелинейными уравнениями переноса (тепла, диффузии и т.д.) Гинзбурга-Ландау:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial F}{\partial x} \right) + Q,$$

где A – транспортный коэффициент; Q – мощность источника.

Таким образом, перенос напряжений в блочных (фрагментированных) геосредах осуществляется при помощи деформационных волн. Данные волны, в общем случае, имеют ротационно-трансляционную природу, то есть создаются вращением и сдвигом ее элементов на разных иерархических уровнях. По физическому механизму распространения деформационные волны Земли подобны обычным сейсмическим волнам, но их принципиальное отличие заключается в сверхмалых скоростях, сверхнизких частотах и большой длине волны ($V \approx n \cdot 10$ км/год, $f \approx n \cdot 10^{-7}$ Гц, $\lambda \approx n \cdot 10$ км, где $n = 1, 2, 3, \dots$). Многочисленные результаты наблюдений миграции сейсмичности сложно объяснить какими-либо другими причинами, кроме волнообразных изменений глобальных и локальных полей напряжений или автоволновыми деформационными процессами в разломных зонах. Поиски причин возбуждения волн деформации привели к построению моделей, соответствующих уравнению sin-Гордона, которые позволили

наметить механизмы, порождающие волны миграции землетрясений и получить сверхнизкие скорости волн деформации. Впервые это было выполнено В. Н. Николаевским в 1995 г. на основе уравнения \sin -Гордона для блочной среды, сконструированного при использовании элементов механики Коссера (как альтернативы моделей вязкоупругости и упругопластичности). Это дало возможность объяснить медленное перераспределение напряжений в земной коре за счет волн деформации (отдельных скачков или уединенных волн), движущихся со скоростями на много порядков меньшими, чем скорости обычных сейсмических волн [137].

5. Достаточно глубокие и обширные теоретические (аналитические) и экспериментальные исследования [81, 102, 136, 166, 171, 180 – 216], на сегодняшний день, не позволили получить функций поверхности текучести и пластического потенциала для сдвигового характера разрушения сред, обладающих трением и сцеплением. Заметим, что для пластичных материалов (не обладают внутренним трением) данные функции строго обоснованы.

6. На макромасштабном уровне практически отсутствует математическое описание процесса пластического деформирования твердых тел при срезе, его числовые характеристики и т.д.

Выводы по главе 1

То, что горный массив априори представляет собой самоорганизованную блочно-иерархическую среду, существующую по своим непростым законам, на сегодняшний день, уже неоспоримо. Однако, для понимания процессов, протекающих в нем теперь, как в блочной среде, необходимо знать законы, согласно которым он приобрел свой нынешний облик. Ведь изначально он являлся сплошным твердым телом – континуумом. В этой связи чрезвычайно важно установить закономерности и характер превращения сплошного тела в блочно-иерархическую среду.

Кроме того, если массив разбит сеткой трещин, то это еще не означает, что при деформировании и разрушении он абсолютно не будет следовать законам механики сплошной среды (не обязательно линейным законам). Например, глобальная трещина разрушения будет формироваться исходя из общего распреде-

ления напряжений в теле, невзирая на местные концентраторы напряжений в зонах сочленения трещин отдельности. Другой вопрос, что поверхность разрушения уже не будет являться плоской, а механизм разрушения иметь чисто сдвиговый (срезной) характер, как подразумевает механика сплошной среды. В этом случае, вдоль поверхности разрушения, имеющей теперь определенную мощность, будут протекать сложные процессы деструкции, связанные как с трансляционным движением структурных блоков, так и с их разворотом, однако глобальная геометрия поверхности разрушения все же будет следовать законам механики сплошной среды.

Анализ литературных источников по вопросам устойчивости отколов и дезинтеграции твердых тел, позволяет высказать некоторые замечания.

1. Отсутствует строгое решение задачи по оценке устойчивости откоса (задача о разрушении твердого тела), включая определение геометрии разрушающей поверхности, законов ее формирования, критерий равновесия, то есть по методу предельного равновесия. Только на базе фундаментального решения вопроса можно получить новое знание о предмете и даже об объекте исследования. Вопрос же точности его практического применения лежит в плоскости вопроса адекватности модельных (в нашем случае континуальных) представлений об объекте исследований.

Отметим, что первые работы, в которых нагружаемая среда или материал рассматривались как иерархически организованные блочные системы, были выполнены в геомеханике, применительно к геосредам и геоматериалам [136]. Экспериментально открыты и теоретически подтверждены многие эффекты и явления, которые не были известны ранее [140, 141], а ныне получили свое развитие, в том числе, далеко за пределами предмета геомеханики. В этой связи принципиально важно стремиться получить именно строгие теоретические (фундаментальные) решения.

2. На техническом или макроуровне уровне, в отличие от мезо- и мегауровня, отсутствуют какие-либо исследования или объяснения протекания пластической деформации по схеме сдвиг + поворот, что мешает созданию в рамках механики деформируемого твердого тела более совершенных моментных моделей теории пластичности.

3. При математическом моделировании процессов пластического деформирования и разрушения твердых тел (горных пород) на макроуровне, не обоснованы функции поверхности текучести и пластического потенциала для сдвиговых процессов среды с трением.

4. Известно, что дезинтеграция твердых тел (горных массивов) происходит в строгом соответствии с некоторым фундаментальным параметром – линейным коэффициентом вложения двух соседних иерархических уровней, изменяющемся в интервале примерно от 2 до 5. Однако, данный эмпирический показатель пока не находит своего физического толкования, вместе с тем, это представляется весьма важным для объяснения процессов, происходящих в системе, как в блочно-иерархической среде.

5. Абсолютно очевидно, что процесс дезинтеграции при пластическом деформировании связан с накоплением энергии в определенных частях тела и ее диссипацией на вновь образующейся структуре (трещине, поверхности, зоне). Таким образом, должен существовать некий энергетический (вариационный) принцип дезинтеграции твердого тела.

Данные замечания соответствуют укрупненным задачам настоящей диссертационной работы.

2. ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ (РАЗРУШЕНИЯ) ОТКОСОВ

2.1. Анализ и характеристика существующих методов расчета устойчивости откосов

В данной и последующих главах диссертации будут широко использованы, так называемые, вариационные принципы теоретической механики и механики сплошной среды, а также математический аппарат решения вариационных задач – вариационное исчисление. Для всецелого понимания материала автор рекомендует к ознакомлению следующую литературу [234 – 256].

Проблема оценки устойчивости откосов является весьма актуальной при разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом в гидротехническом, транспортном, промышленном и гражданском строительстве, а также в других отраслях деятельности человека. Подавляющее большинство исследователей, для обоснования устойчивости откоса, рассматривали его как сплошное тело. При этом в качестве условия предельного равновесия выступает критерий прочности Кулона. В данной главе, приводится общая теория устойчивости откосов как сплошной среды с трением и сцеплением.

Исторически первой работой по вопросу равновесия массива, ограниченного наклонной плоскостью (откосом), является работа У. Ренкина (1857). Первый способ расчета устойчивости откосов, основанный на принципе Кулона, был предложен в 1920 году Г. Франсе. К настоящему времени разработано более 100 способов, приемов и схем расчета устойчивости свободных откосов [9].

Попытки создания строгого способа расчета привели к появлению большого числа способов, приемов расчета и расчетных схем, их многообразие объясняется количеством допущений, используемых исследователями для обоснования расчетной схемы, и условиями устойчивости. Дело в том, что задача по определению параметров устойчивого откоса или несущей способности основания в любой постановке является статически неопределимой. Поэтому для определения неизвестных параметров авторами выдвигаются дополнительные условия (допущения). Например, У. Ренкин предполагает, что в каждой точке призмы смещения выполняется условие предельного кулоновского равновесия, Д. Тейлор принимает симметричный синусоидальный закон распределения нормальных реакций вдоль поверхности скольжения, в большинстве способов пренебрегается действием межблоковых реакций, а поверхность скольжения принимается из условия получения более простых формул. Многообразие спо-

способов расчета вызвало необходимость классифицировать их по тем или иным признакам.

В работе [7] приводится классификация способов расчета устойчивости откосов, которая, на взгляд автора, достаточно полно отражает и упорядочивает их многообразие. В табл. 2.1 приведена данная классификация с незначительными дополнениями.

Таблица 2.1

Классификация методов расчета устойчивости откосов

Класс	Общий принцип определения параметров устойчивого откоса, характеризующий класс методов	Общий признак для группы способов	Основной способ группы	Расчетные способы и схемы, использующие основной метод
1	2	3	4	5
А	Построение контура откоса, являющегося внешней границей зоны, во всех точках которой удовлетворяется условие предельного напряженного состояния	Численный способ интегрирования дифференциальных уравнений напряженного состояния	Способ В. В. Соколовского	Таблицы И. С. Мухина и Л. И. Срагович Номограммы Н. К. Звонарева Способ А. И. Говядинова – С. В. Фальковича Способ А. М. Сенкова Расчетные схемы Ю. А. Соболевского Способ И. Д. Молюкова Способ Г. Л. Фисенко – В. Т. Сапожникова (выпуклый откос) Способ В. Т. Сапожникова – В. И. Пушкарева (откос криволинейный в плане) Способ Ю. Н. Малюшицкого (многослойный откос)

Продолжение табл. 2.1

1	2	3		4	5
Б	Построение контура откоса, вдоль которого удовлетворяется равенство угла наклона касательной углу сопротивления сдвигу	Графический способ интегрирования дифференциальных уравнений предельного напряженного состояния Разбивка откоса на горизонтальные слои и определение устойчивого угла наклона каждого слоя с учетом веса вышележащих пород		Способ С. С. Голушкевича Способ F_p Н. Н. Маслова Способ М. Н. Троицкой	
В	Построение в массиве поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие предельного равновесия	Плоская поверхность скольжения		Способ Г. Франсе Способ О. Винклера Способ Л. Н. Бернацкого Способ П. Н. Цимбаревича Способ О. Т. Токмурзина	
В		Круглоцилиндрическая поверхность	Условия равновесия всего откоса	Способ В. Феллениуса Способ Д. Тейлора (круг трения) Графоаналитический метод М. Н. Гольдштейна ("круг трения") Аналитический метод М. Н. Гольдштейна	Графики В. Н. Лобасова Графики Е. К. Алаторцева
				Способ М. М. Сокольского Способ А. И. Иванова Способ О. Фрелиха Способ А. Како Способ И. В. Федорова Способ М. Н. Гольдштейна (t-фактор)	Прием П. А. Ляпичева

Продолжение табл. 2.1

1	2	3		4		5
В		Круглоцилиндрическая	Условия равновесия отдельных вертикальных отсеков	Способ С. Хюльтина Способ Г. Крея – К. Терцаги Способ Р. Р. Чугаева – О. В. Вяземского Способ А. Бишопа Способ А. Л. Можевитинова Способ Г. М. Шахунянца (многоугольник сил)		Графики А. Бишопа – Н. Моргенштерна
В			Поверхность скольжения в виде логарифмической спирали	Способ Л. Рендулика Способ Н. П. Пузыревского – П. И. Кожевникова Способ Ю. С. Козлова – В. А. Будкова		
		Поверхность скольжения сложной криволинейной формы	Вариационные способы	Способ Г. Л. Фисенко Способ С. Н. Никитина Способ Л. В. Савкова И. Копачи Ю. И. Соловьева А. Г. Дорфмана		
		Поверхность скольжения приломаной формы		Способ А. П. Ясюнас (прислоненного откоса) Способ Н. Н. Маслова (горизонтальных сил) Способ Р. Р. Чугаева (наклонных сил)		

1	2	3	4	5
Г	Построение в массиве поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие специального предельного равновесия	Определение сдвигающих и удерживающих сил с учетом прочностных характеристик по поверхности ослабления откоса	Способ Г. Л. Фисенко Способ Н. Н. Куваева Способ П. Н. Панюкова	

К указанным в табл. 2.1 способам для различных поверхностей скольжения необходимо добавить способы Янбу, Моргенштерна и Прайса, Спенсера [16]. Эти методы достаточно похожи и дают близкие результаты. Их принципиальная разница заключается в количестве уравнений равновесия, составляемых для отдельных отсеков или для всей призмы смещения в целом.

Способы классов *A*, *B*, *B* в табл. 2.1 разработаны для однородных откосов, а класс *Г* – для анизотропных. Ни один из этих способов не является строгим, даже когда речь идет об идеально однородных и изотропных массивах. С другой стороны, очевидно, что теория расчета анизотропных откосов должна базироваться на теории изотропных откосов, поэтому способы класса *Г* исключим из анализа.

Способы класса *B* базируются на допущениях о том, что во всех точках угол откоса равен углу сопротивления сдвигу, а также на внешнем сходстве между уравнением сопротивления сыпучих пород сдвигу и уравнением, связывающим высоту откоса с его заложением. Способы данного класса не имеют должного теоретического обоснования и не могут являться расчетными.

Способы класса *A* используют одно, хотя и достаточно принципиальное допущение: в каждой точке призмы смещения выполняется условие предельного напряженного состояния (закон Кулона). Данные способы выделяют в отдельный метод – дифференциальный или предельного напряженного состояния.

Рассмотрим более подробно метод предельного напряженного состояния.

Родоначальником метода предельного напряженного состояния является Ш. О. Кулон (французский ученый (1736 – 1806)), сформулировавший в 1773 году основные положения предельного равновесия. У. Ренкин (Шотландский профессор (1820 – 1872)) в 1857 году рассмотрел предельное равновесие бесконечного массива, ограниченного наклоненной плоскостью, а также ввел понятие о поверхностях скольжения (рис. 2.1).

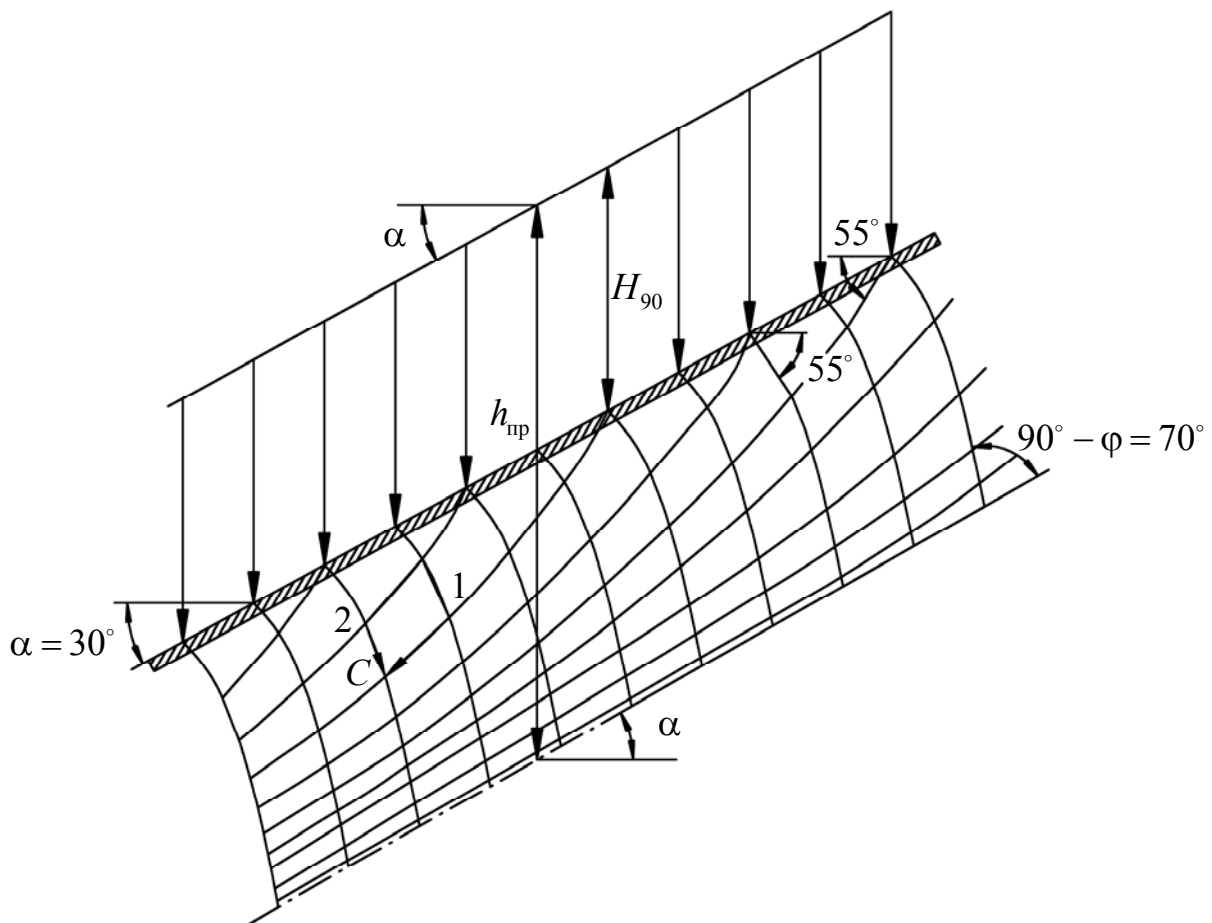


Рис. 2.1. Обобщенная задача Ренкина

Основой метода, подобно механике сплошных сред (теории упругости, пластичности и т. д.), являются дифференциальные уравнения плоского равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \gamma, \quad (2.1)$$

где γ – объемный вес горных пород; $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – компоненты тензора плоского напряжения.

К уравнениям равновесия (2.1) Ф. Кеттер в 1903 году добавил условие предельного кулоновского равновесия, выраженное через компоненты плоского поля напряжений:

$$\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{\sin^2 \varphi}{4}(\sigma_x + \sigma_y + 2C \operatorname{ctg} \varphi)^2, \quad (2.2)$$

где C, φ – сцепление и угол внутреннего трения горных пород.

Однако не было общего подхода при решении задач плоского предельного равновесия весомой сыпучей и связной сред. Лишь в 1939 г. В. В. Соколовский [10] разработал такой метод. Введя понятие о средней величине приведенного напряжения $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + C \operatorname{ctg} \varphi$, и, выразив через нее компоненты тензора напряжений, подстановкой в уравнения равновесия, В. В. Соколовский получил так называемую основную систему уравнений в симметричном виде:

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \mp 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \rho}{\partial x} \pm \gamma \operatorname{tg} \varphi \right] \cos(\rho \mp \varepsilon) + \left[\frac{\partial \sigma}{\partial y} \mp 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \rho}{\partial y} - \gamma \right] \sin(\rho \mp \varepsilon) = 0, \quad (2.3)$$

где ρ – угол между направлением наибольшего главного напряжения σ_1 и осью x ; $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ – угол между направлением σ_1 и площадками скольжения.

Система уравнений (2.3) по классификации уравнений и систем в частных производных относится к гиперболической (имеет два действительных различных семейства характеристик). Ее решение В. В. Соколовский производит при помощи метода характеристик, известного из курса высшей математики. Не приводя достаточно сложных математических выкладок данного метода, укажем лишь на его основные положения. В плоскости решения системы уравнений x, y существуют некоторые линии, полностью заполняющие область решения системы – характеристики. Характеристики не являются произвольными линиями и определяются самой же системой уравнений. Их математический смысл заключается в том, что вдоль них существует возможность получить некоторые дифференциальные соотношения, связывающие неизвестные (определяемые) функции. Для определения характеристик и упомянутых соотношений

к уравнениям (2.3) добавляются зависимости для полных дифференциалов разыскиваемых функций:

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial\sigma}{\partial y} dy; \quad d\rho = \frac{\partial\rho}{\partial x} dx + \frac{\partial\rho}{\partial y} dy. \quad (2.4)$$

Приведя систему уравнений (2.3), (2.4) к стандартному виду (в левых частях уравнений – суммы произведений коэффициентов на частные производные неизвестных функций, в правой – все остальное), приравняем определитель матрицы системы к нулю:

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\rho - \varepsilon) & -2\sigma \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho - \varepsilon) & \sin(\rho - \varepsilon) & -2\sigma \operatorname{tg}\varphi \sin(\rho - \varepsilon) \\ \cos(\rho + \varepsilon) & 2\sigma \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho + \varepsilon) & \sin(\rho + \varepsilon) & 2\sigma \operatorname{tg}\varphi \sin(\rho + \varepsilon) \\ dx & 0 & dy & 0 \\ 0 & dx & 0 & dy \end{pmatrix} = 0. \quad (2.5)$$

Получим уравнения характеристик системы (2.3):

$$dy = \operatorname{tg}(\rho \mp \varepsilon) dx. \quad (2.6)$$

Из уравнения (2.5) ясно, что характеристики наклонены к оси x под углом $\rho \mp \varepsilon$, то есть под теми же углами, что и линии скольжения. Отсюда непосредственно следует, что характеристики на плоскости xu являются поверхностями скольжения. Через каждую точку рассматриваемой области на плоскости xu проходят две характеристики, пересекающиеся под углом $2\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \varphi$, то есть вся область (призма смещения) покрыта сеткой характеристик. Семейство характеристик, определяемое верхним знаком, называется первым (активным), нижним – вторым (пассивным).

Таким образом, из условия (2.5) (равенство нулю якобиана) ясно, что характеристики – это такие линии, вдоль которых разыскиваемые производные функций σ и ρ функционально зависимы между собой. А конкретные уравнения, определяющие эту функциональную связь, называются соотношениями на характеристиках.

Соотношения на характеристиках определим из условия равенства рангов матрицы системы и расширенной матрицы вдоль соответствующей характери-

стики, то есть требования совместности системы уравнений (система должна иметь хотя бы одно решение).

Согласно условию (2.5), определитель матрицы системы уравнений равен нулю, поэтому должен быть равен нулю определитель матрицы, составленный из произвольных четырех столбцов. Например:

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\rho - \varepsilon) & -2\sigma \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho - \varepsilon) & \sin(\rho - \varepsilon) & \gamma(\sin(\rho - \varepsilon) - \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho - \varepsilon)) \\ \cos(\rho + \varepsilon) & 2\sigma \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho + \varepsilon) & \sin(\rho + \varepsilon) & \gamma(\sin(\rho + \varepsilon) + \operatorname{tg}\varphi \cos(\rho + \varepsilon)) \\ dx & 0 & dy & d\sigma \\ 0 & dx & 0 & d\rho \end{pmatrix} = 0. \quad (2.7)$$

Таким образом, из уравнения (2.7) вдоль характеристик (2.6) имеем следующие дифференциальные соотношения:

$$d\sigma \mp 2\sigma \operatorname{tg}\varphi d\rho = \gamma(dy \mp \operatorname{tg}\varphi dx). \quad (2.8)$$

Решение системы уравнений (2.6) и (2.8) затруднительно, поэтому для решения конкретных задач от дифференциалов переходят к конечным разностям, в итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg}(\rho_1 - \varepsilon); \\ \sigma - \sigma_1 = 2\sigma_1(\rho - \rho_1) \operatorname{tg}\varphi + \gamma(y - y_1) - \gamma(x - x_1) \operatorname{tg}\varphi; \\ y - y_2 = (x - x_2) \operatorname{tg}(\rho_2 + \varepsilon); \\ \sigma - \sigma_2 = -2\sigma_2(\rho - \rho_2) \operatorname{tg}\varphi + \gamma(y - y_2) + \gamma(x - x_2) \operatorname{tg}\varphi. \end{cases} \quad (2.9)$$

Пользуясь этими уравнениями, можно определить приближенные значения x, y, σ, ρ точки C пересечения двух линий скольжения (двух характеристик разных семейств), если эти величины известны в точках 1 и 2, лежащих на этих линиях. Очевидно, может быть решена и обратная задача. Все вычисления и построения осуществляются в безразмерных координатах, то есть при $C=1, \gamma=1$.

Параллельно В. В. Соколовскому, С. С. Голушкевич [5] независимо разработал графический способ интегрирования уравнений предельного напряженного состояния (статики сыпучих сред). Конечно, никакой графический способ

не может быть удобнее аналитического, особенно в настоящее время при стремительном развитии ЭВМ.

В строгом понимании способы В. В. Соколовского и С. С. Голушкевича правильнее назвать способами построения предельного очертания или определения предельной пригрузки откосов вогнутого профиля. Однако такой профиль откоса при открытой разработке ведет к значительному увеличению объемов вскрыши по сравнению с откосами выпуклого и плоского профилей. В этой связи В. Т. Сапожниковым [42] был разработан способ построения “равноустойчивого” откоса выпуклого профиля, основанный также на теории предельного напряженного состояния (рис. 2.2).

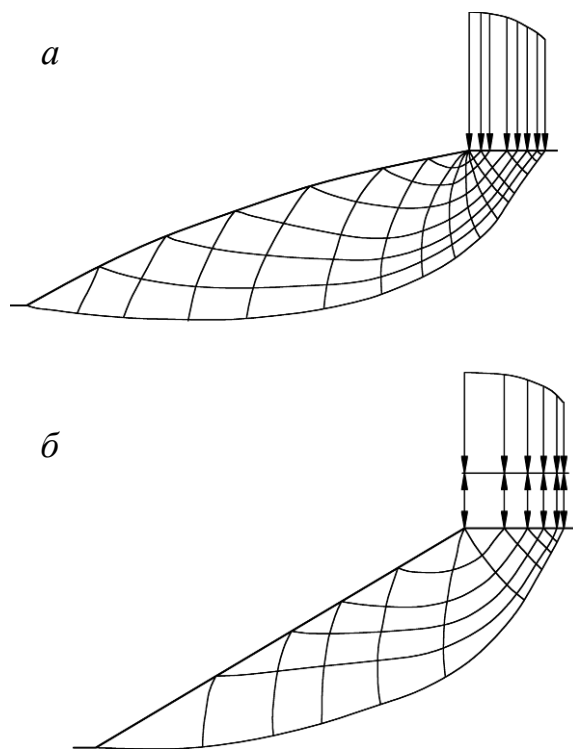


Рис. 2.2. Выпуклый (а) и плоский (б) откосы с расчетной весовой пригрузкой

Недостатки метода предельного напряженного состояния:

1) невозможность применения в случаях произвольной формы откоса и эпюры внешней нагрузки, что является следствием допущения о выполнении условия предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения (см. рис. 2.2);

2) сложность или невозможность применения в случаях наличия в массиве поверхностей ослабления (контактов слоев, трещин и т. д.);

3) трудоемкость и непригодность при адаптации к сложным горно-геологическим условиям (сейсмичность, обводненность, объемная задача и т. д.).

С. С. Голушкевич отмечает: “Случай, когда сыпучая среда находится в предельном напряженном состоянии во всех точках, следует рассматривать как иногда возможный, частный и притом крайний случай состояния предельного равновесия. Поэтому состояние предельного равновесия массива сыпучей среды лучше определять как состояние, при котором его внутренняя граница является поверхностью скольжения”.

Способы класса *B* наиболее разнообразны. Их различие состоит в геометрии используемой поверхности скольжения (круглоцилиндрическая, логарифмическая спираль и др.), а также в том, каким образом судят об устойчивости призмы смещения: по равновесию отдельных отсеков (блоков) или условия равновесия составляются для всей призмы смещения.

На основании детального анализа, проведенного автором, были выделены четыре группы основных допущений, выдвигаемых исследователями для обоснования расчетной схемы, получения условий устойчивости (равновесия) призмы смещения и определения формы и положения наиболее слабой поверхности скольжения в откосах:

1) допущение о выполнении условия предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения (метод предельного напряженного состояния – способы класса *A*);

2) допущения о распределении нормальных реакций вдоль поверхности скольжения (способы монолитного отсека обрушения, то есть когда рассматривают равновесие призмы смещения целиком);

3) допущения относительно соотношения касательных и нормальных реакций по боковым граням отсеков (реакция горизонтальна, наклонна или предельно отклонена);

4) допущения относительно формы и положения (геометрии) потенциальной (наиболее слабой) поверхности скольжения.

Допущение первой группы было рассмотрено выше.

В способах, рассматривающих равновесие призмы смещения как единого целого, существуют известные трудности при определении эпюры нормальных напряжений вдоль поверхности скольжения. Поэтому такие способы расчета используют допущения, зачастую малообоснованные. А если учесть, что поверхность скольжения не задана, то задача становится весьма неопределенной.

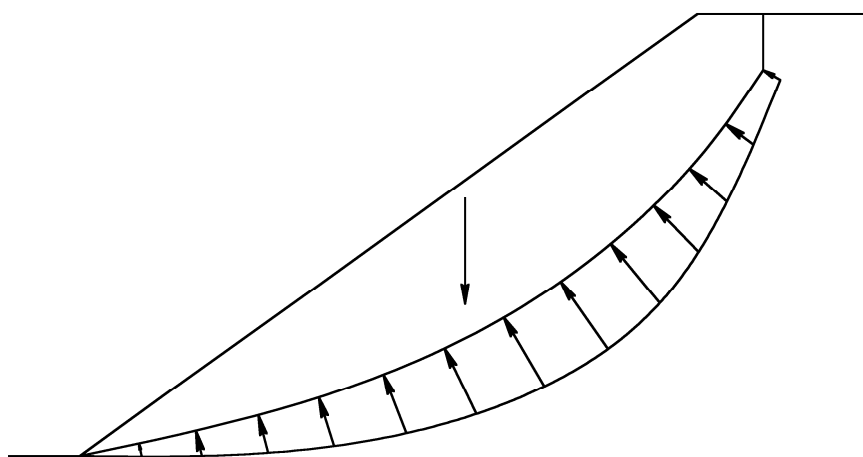


Рис. 2.3. Монолитный отсек обрушения

С другой стороны, если рассматривать призму смещения как единое целое (монолитный отсек) (рис. 2.3), а также учесть, что для равновесия тела или системы тел необходимо и достаточно равенства нулю главного вектора внешних сил, то задача сведется лишь к определению их вдоль поверхности скольжения. Однако даже при заданной поверхности скольжения для определения реакций необходимо прибегнуть к разбиению призмы смещения, то есть к необходимости учета межблоковых реакций. Последние же также определяют значения величин внешних сил в каждой точке поверхности скольжения.

Большинство способов расчета используют допущения третьей группы. Дело в том, что задача о равновесии отсека (рис. 2.4) является статически неопределимой. То есть для выполнения плоского равновесия отсека можно составить три условия статического равновесия, а неизвестных, которые необходимо

определить, – четыре (см. рис. 2.4). Соответственно, для всей призмы смещения неизвестных будет столько, на сколько частей мы разобьем призму смещения. На практике часто считается, что точка приложения нормальной межблоковой реакции не важна, так как опрокидывания отсеков не наблюдается, поэтому условие моментов для отсека отбрасывается вместе с неопределенным плечом приложения нормальной межблоковой реакции. Если рассматривать элементарные отсеки, то есть с бесконечно малой шириной, то задачу по преодолению статической неопределенности можно свести к определению закона распределения полного вектора межблоковой реакции или отношения нормальной и касательной составляющих.

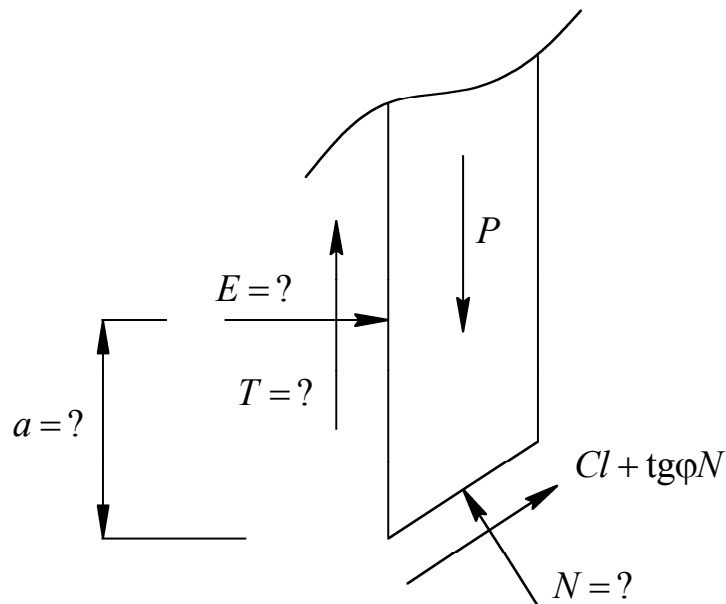


Рис. 2.4. Силы, действующие на отсек (блок)

Таким образом, выше дано объяснение многообразию способов расчета устойчивости откосов. То есть исследователи для обоснования недостающего условия (уравнения) выдвигают дополнительные гипотезы о распределении межблоковых реакций, некоторые из них:

- 1) реакция между отсеками горизонтальна (Н. М. Герсеванов, Г. Крей, Р. Р. Чугаев – способ горизонтальных сил, Н. Янбу);
- 2) касательная реакция максимальна (Г. М. Шахунянц, ВНИМИ);

3) реакция отклонена от горизонта на величину половины угла сдвига (Р. Р. Чугаев – способ наклонных сил);

4) направление реакции параллельно основанию последующего отсека (Г. Л. Фисенко – алгебраическое сложение сил);

5) отношение касательной и нормальной составляющей – линейная функция аргумента (способ Моргенштерна и Прайса);

6) касательная реакция численно равна произведению сцепления на площадь боковой поверхности (Г. М. Шахунянц, 1969);

7) касательная реакция численно равна силе трения при предельном равновесии по боковой грани отсека (В. Т. Гузченко и др.);

8) касательная и нормальная реакции отсеков равны нулю (Ю. И. Соловьев, К. Терцаги, способ алгебраического сложения сил).

Заметим, что взаимодействие между отсеками присутствует в любом случае, иначе напряжения в теле призмы смещения были бы равны нулю, а это возможно лишь в ненагруженных и невесомых средах. Однако важно установить степень их влияния на устойчивость. Так как условие равновесия определяется лишь действием внешних сил (сил, действующих на призму смещения в целом), то внутренние силы (межблоковые реакции) в критерий устойчивости в явном виде входить не будут. То есть внутренние силы должны выражаться в виде функции внешних сил.

Допущения четвертой группы используют все способы класса B , кроме вариационных. Дело в том, что форма и положение поверхности скольжения в массиве определяют и сам критерий устойчивости. Например, при плоской поверхности скольжения нет необходимости рассматривать межблоковые реакции, задача становится статически определимой, а условием равновесия (критерием устойчивости) выступает сумма проекций внешних сил на плоскость поверхности скольжения (брусок на наклонной плоскости). Круглоцилиндрическая поверхность скольжения (Петерсон, 1916) позволяет достаточно просто

оценить сумму моментов сил, действующих на призму смещения, а логарифмическая спираль (Рендулик, 1935) обладает тем свойством, что всякая нормаль к этой кривой образует постоянный угол с соответствующим радиус-вектором. Этим достигается простота расчетных схем и получаемых при этом результатов. То есть используемые в расчетах поверхности скольжения приняты для упрощения или вообще для возможности реализации расчетных схем и не имеют достаточного обоснования.

Существующие вариационные способы (см. табл. 2.1) для обоснования геометрии потенциальных поверхностей скольжения используют статически не обоснованные критерии устойчивости (функционалы), то есть функционалы, полученные с использованием допущения о распределении межблоковых реакций, и поэтому определенная из данного критерия поверхность скольжения не будет являться истинной.

Таким образом, делаем вывод о том, что все из существующих методов (способов) в силу статической неопределимости задачи в любой ее постановке, для получения условия равновесия призмы смещения используют те или иные допущения. В этом смысле ни один из рассмотренных способов не является строгим. О степени обоснованности каждого из допущений судить весьма сложно ввиду отсутствия эталонного способа расчета.

Часто в литературе можно встретить ошибочное мнение о том, что метод предельного напряженного состояния является строгим, а способы метода предельного равновесия являются инженерными (приближенными) и что необходимо производить их совершенствование и корректировку (например, многоугольник сил по ВНИМИ), используя метод предельного напряженного состояния. Однако, как показано выше, оба метода и включающие в себя способы несовершенны, кроме того, рассматриваемые два метода нельзя сравнивать и уж тем более корректировать один на основе другого.

В заключение отметим принципиальные различия между двумя основными методами расчета (оценки) устойчивости откосов и основные положения каждого из них.

В методе предельного напряженного состояния (класс A) условие предельного равновесия выполняется в каждой точке призмы смещения, в том числе на поверхности откоса и вдоль поверхности скольжения. Это в частности означает, что направление линии действия наибольшего главного напряжения отклонено от площадок скольжения каждого из семейств поверхностей скольжения на угол $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. На площадках с такой ориентировкой действует максимальная разность сдвигающих и удерживающих сил, то есть они являются наиболее опасными в рассматриваемой точке.

В методе предельного равновесия и во всех его способах (класс B) условие предельного равновесия (условие пластичности, прочности) выполняется только вдоль поверхности скольжения, причем ориентировка площадок определяется из условия опасности (экстремальности) поверхности скольжения в целом, а не в каждой ее точке. То есть площадки среза (скольжения) не обязательно будут отклонены от направления первого главного напряжения на угол $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$.

Рассмотрим пример. В точке выхода поверхности скольжения в откос линия действия первого главного напряжения совпадает с ним, так как по поверхности откоса отсутствуют касательные напряжения. Поэтому угол выхода поверхности скольжения в откос по методу предельного напряженного состояния составляет $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. Используя данный факт и проведя аналогию между рассматриваемыми методами, Г. Л. Фисенко установил граничные условия для круглоцилиндрической поверхности скольжения в методе предельного равновесия. Неправомерность такого подхода достаточно просто показать на примере сыпучих (не связных) горных пород. Как известно, наиболее опасная по-

верхность скольжения в откосе несвязных пород будет совпадать с ним. Поверхность же, построенная с использованием вышеуказанных граничных условий, будет всегда иметь некоторый запас устойчивости. Данный факт объясняется тем, что угол выхода поверхности скольжения в откос, равно как и форма (геометрия) поверхности скольжения в методе предельного равновесия, должны определяться не только углом внутреннего трения, но также и углом откоса. Это обстоятельство впервые доказано автором в диссертации [257], а во всех рассмотренных выше схемах и способах отражения не нашло. Рассмотрим теперь точку выхода предельно напряженной поверхности скольжения в откос.

Если угол выхода поверхности скольжения отличен от $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ и на этой площадке выполняется условие предельного равновесия, то оно тем более будет выполняться на площадке с углом выхода ε . По-видимому, в призме смещения откоса произвольной формы (то есть в таком откосе, который по форме и нагрузке не удовлетворяет уравнениям теории предельного напряженного состояния) существуют площадки, где удовлетворяется условие предельного равновесия, которые объединяются в небольшие по протяженности поверхности или же в пластические области. Такие области можно наблюдать при разрушении реальных откосов или моделей из эквивалентных материалов в виде трещин, напоминающих второе семейство поверхностей скольжения. Однако эти области локальны и не заполняют всего пространства призмы смещения (разрывные решения), а зачатки таких поверхностей скольжения не формируют генеральную поверхность, по которой произойдет общее нарушение устойчивости откоса.

Еще одним достаточно показательным примером некорректного отождествления методов является то, что призма смещения в методе предельного равновесия должна разбиваться на отсеки линиями, подобными второму семейству поверхностей скольжения в методе предельного напряженного состояния

(ВНИМИ). Однако заметим, что, во-первых, линии второго семейства в методе предельного напряженного состояния – это реально существующие предельно напряженные поверхности скольжения. При произвольной форме ненагруженного откоса они отсутствуют, так как не выполняются дифференциальные уравнения предельного напряженного состояния. Во-вторых, в откосах разбивку призмы смещения на отсеки можно производить любыми криволинейными или прямолинейными условными границами, но отбрасываемая часть должна быть заменена заведомо неизвестными реакциями (принцип освобожденности от действия связей), а именно неизвестными вектором сил и моментом сил. В этом случае законы механики не нарушаются. То есть, если призма смещения находится в предельном равновесии по некоторой поверхности скольжения, то расположение границ между отсеками не принципиально (в случае отсеков с элементарной длиной дуги поверхности скольжения). Это объясняется свойством внутренних сил – главный вектор внутренних сил равен нулю.

Таким образом, несмотря на некоторые сходства методов предельного напряженного состояния, и предельного равновесия, их сравнение необходимо производить с осторожностью.

В принципе метод предельного напряженного состояния необходимо использовать для предупреждения обрушений, то есть изучения формы откосов и внешней нагрузки, при которых возможно обрушение, а метод предельного равновесия – для оползней.

Проведя анализ методов расчета, автор создал классификацию способов расчета устойчивости откосов по принципу используемых допущений при получении условий равновесия призмы смещения и обоснования геометрии наиболее слабой поверхности скольжения (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Классификация методов (способов) расчета устойчивости откосов по типу используемого допущения

Методы и способы расчета	Поверхность скольжения	Допущения			
		1	2	3	4
		о выполнение условий предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения	о форме и положении потенциальной поверхности скольжения	о распределении нормальных реакций вдоль поверхности скольжения (способы монолитного отсека обрушения)	о соотношении касательных и нормальных реакций по боковым граням отсеков (реакция горизонтальна, наклонна или предельно отклонена)
Метод предельного равновесия					
Способ Франсе, Винклера, Бернацкого	Плоская	–	+	–	–
Способ Цимбаревича		–	+	–	–
Способ Орнатского		–	+	–	–
Способ Хеннеса		–	+	–	–
Способ Токмурзина		–	+	–	–
Способ круглоцилиндрической поверхности скольжения (Терцаги, Крея, Гультина, Иванова-Тейлора)	Круглоцилиндрическая	–	+	–	+
Способ Феллениуса		–	+	–	+
Способ круга трения (прием Гольдштейна)		–	+	+	–
Способ Бишопа		–	+	–	+
Способ Фрелиха		–	+	+	–
Способ Како		–	+	+	–

Продолжение табл. 2.2

		1	2	3	4
Способ Чугаева-Вяземского		-	+	-	+
Способ Ломизе (нахождение потенциально опасной поверхности скольжения)		-	-/+	-	+
Графоаналитический способ Шахунянца		-	+	-	+
Способ Янбу		-	+	-	+
Способ Моргенштерна-Прайса		-	+	-	+
Способ Спенсера		-	+	-	+
Способ GLE		-	+	-	+
Способ Рендулика	Логарифмическая	-	+		
Способ Пузыревского-Кожевникова		-	+		
Способ Козлова		-	+		
Способ Никитина		-	+		
Способ Галустьяна		-	+		
Способ Гордеева (нахождение потенциально опасной поверхности скольжения)	Кубический сплайн	-	-/+	-	+
Способ Ясюнаса	Ломаная	-	+	-	+
Способ горизонтальных сил (Маслова-Берера)		-	+	-	+
Способ касательных сил (Шахунянца)		-	+	-	+
Способы Чугаева		-	+	-	+
Графостатический способ Перковского		-	+	-	+

		1	2	3	4
Способ блока и призм		–	+	–	+
Способ “биарк” Половова-Смирнова	Сложной формы (определяется методами вариационного исчисления)	–	–/+	–	+
Способ Копачи		–	–	–	+
Способ Соловьева		–	–	–	+
Способ Дорфмана		–	–	–	+
Способ Жабко		–	–	–	–
Метод предельного напряженного состояния					
Способ Соколовского	Определяется построением	+	–	–	–
Способ Голушкевича		+	–	–	–
Способ Гольдштейна (упрощение уравнения Кеттера-Массо)	Круглоцилиндрическая	+	+	–	–
Способ Бурмейстера (упрощение способа Соколовского)	Определяется форма поверхности равноустойчивого откоса	+	–	–	–
Способ Сенкова (упрощение способа Соколовского)		+	–	–	–
Способ Голованова (упрощение способа Соколовского)		+	–	–	–

Примечание.

1. Знак “+” означает, что допущение используется данным способом, а знак “–” – не используется.

2. Отсутствие знака в графе означает, что в способе данный вопрос не рассматривался, например, в способе Козлова обосновывалась только поверхность скольжения, без вывода условия равновесия.

2.2. Предварительные исследования

Как было показано выше, задача по определению предельных параметров однородных откосов произвольной, в частности плоской, формы является статически неопределимой. Большинство исследователей в качестве неизвестного параметра определяют касательную составляющую межблоковых сил (касательная реакция, действующая между вертикальными отсеками). Далее вводится ряд предположений о ее распределении, наиболее распространенными из которых являются (рис. 2.5).

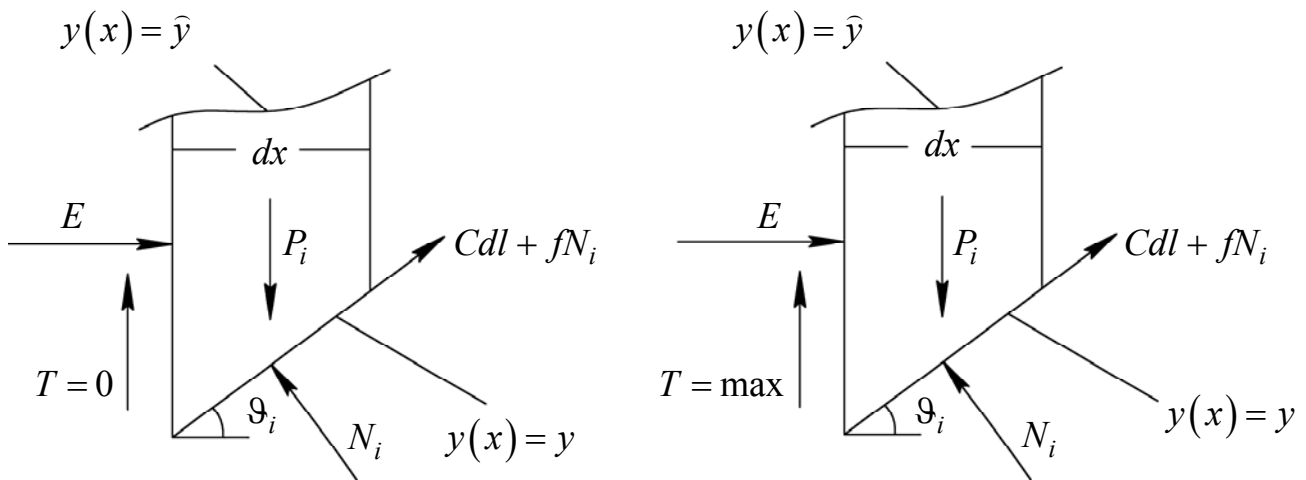


Рис. 2.5. Наиболее распространенные предположения о распределении межблоковых реакций

1. Касательная составляющая реакции равна нулю, то есть принимает минимальное значение ($T = 0$).
2. Касательная составляющая реакции максимальна, то есть по боковым граням отсеков выполняется условие предельного кулоновского равновесия ($T = \max$).

Для рассматриваемых предельных задач в работе [257] методами вариационного исчисления определены наиболее напряженные поверхности скольжения (для плоских однородных откосов). Для проверки их состоятельности произведено сравнение с круглоцилиндрическими поверхностями скольжения по степени опасности. На рис. 2.6, 2.7 приведены номограммы устойчивости, при помощи которых производится сравнение поверхностей скольжения (на рисунках: пунктир – круглоцилиндрическая, сплошные – предлагаемые [257] поверх-

ности скольжения; α, H – предельные угол и высота однородного откоса; γ – объемный вес горных пород; C, φ – сцепление и угол внутреннего трения горных пород откоса).

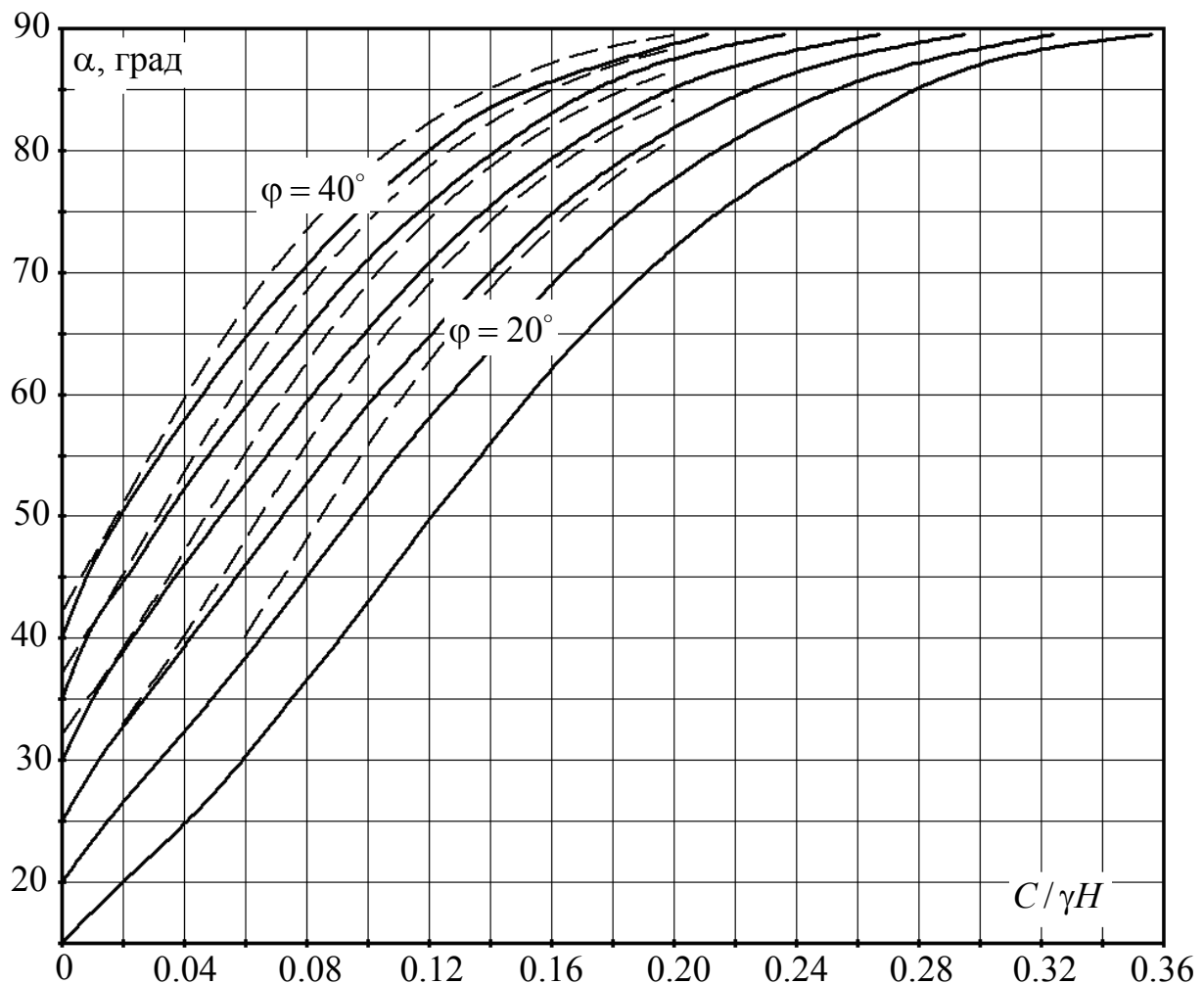


Рис. 2.6. Номограмма устойчивости $T = 0$

Анализируя номограммы устойчивости, сделаем ряд замечаний и выводов.

1. Круглоцилиндрическая поверхность скольжения может завышать углы устойчивых откосов до 5 – 7 градусов, то есть она для обоих используемых допущений оказалась наименее опасной, чем предлагаемые автором.

2. Отличительной особенностью предлагаемых поверхностей скольжения является то, что для сыпучих пород ($C = 0$) угол устойчивого откоса равен углу естественного откоса (см. рис. 2.6, 2.7), а поверхность скольжения вырождается в плоскость, совпадающую с откосом. Данный факт в аналитическом виде доказывается в работе [257]. По другим же поверхностям скольжения угол устой-

чивого откоса всегда будет несколько большим, в том числе и для сыпучих пород. Однако в литературе часто встречается неправомерная экстраполяция номограмм устойчивости. Вместе с тем интервалам экстраполирования соответствуют наиболее ответственные сооружения, например борта карьеров.

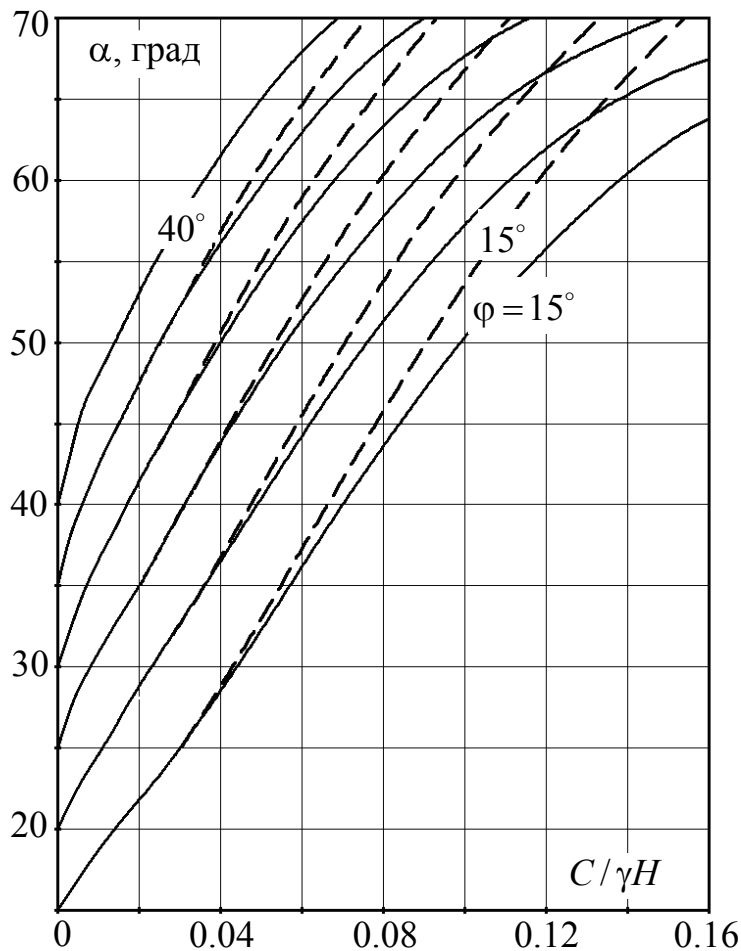


Рис. 2.7. Номограмма устойчивости $T = \max$

В действующем нормативном документе [26] номограммы устойчивости приводятся также не для всего интервала предельных углов откоса. Тем самым дается полная свобода действиям проектировщика, единственное, что необходимо соблюсти, – построить не менее трех поверхностей скольжения, близких к круглоцилиндрической, и произвести оценку устойчивости (способом алгебраического суммирования), выбрав из них наиболее напряженную (слабую).

Причинами завышения угла устойчивого откоса вообще и для сыпучих пород в частности является необоснованность как формы поверхности скольжения (круглоцилиндрическая, логарифмическая спираль, плоскость, ломаная и т. д.), так и граничных условий для их построения.

Что касается формы поверхности скольжения, то здесь можно отметить, что она выбирается из условий простоты расчетов. Так, например, круглоцилиндрическая поверхность скольжения (Петерсон, 1916) позволяет достаточно просто оценить сумму моментов сил, действующих на призму смещения, а логарифмическая спираль (Рендулик, 1935) обладает тем свойством, что всякая нормаль к этой кривой образует постоянный угол с соответствующим радиус-вектором. Этим достигается простота расчетных схем и получаемых при этом результатов.

Практически во всех существующих расчетных схемах угол выхода поверхности скольжения в откос $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ (угол между откосом и поверхностью скольжения в точке их пересечения) принимается по аналогии с теорией предельного напряженного состояния. Существующие модели круглоцилиндрической, логарифмической и других поверхностей скольжения инвариантны относительно угла откоса, это, в частности, означает, что призма смещения сохраняет свою форму для любых углов откоса (за исключением трещины отрыва). То есть при изменении угла откоса на некоторый угол поверхность скольжения развернется вместе с ним на тот же угол. Предлагаемые поверхности скольжения изменяют свою форму в зависимости от углов откоса и внутреннего трения, именно поэтому для сыпучих пород поверхность скольжения совпадает с откосом, чего нельзя сказать про существующие аналоги.

Для случая ($T = 0$) угол выхода поверхности скольжения в откос рассчитывается по формуле [257]:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} - \frac{\varphi}{2}. \quad (2.10)$$

Согласно формуле (2.10), минимальное значение угол выхода принимает при $\alpha = 0$, а его величина $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. То есть данное значение является асимптотически минимальным.

Для случая ($T = \max$) углы выхода представлены на рис. 2.8 (сплошные линии), там же приводится график зависимости $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ (пунктирная линия; $f = \operatorname{tg}\varphi$).

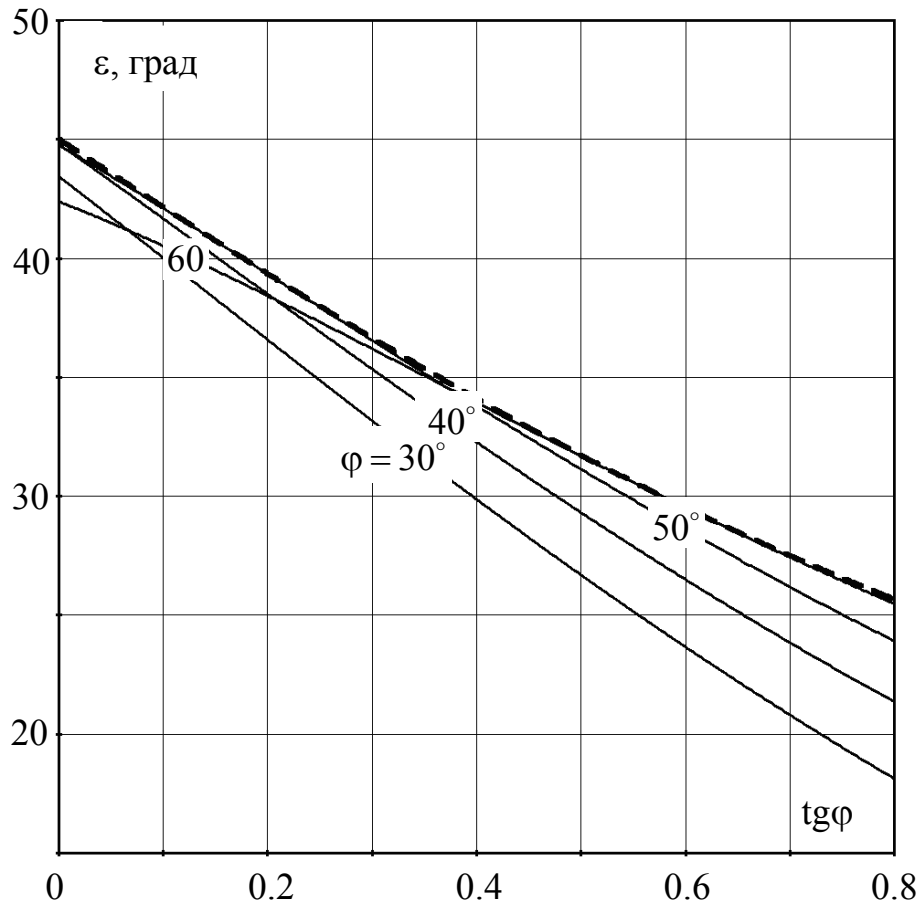


Рис. 2.8. Углы выхода поверхности скольжения в откос

Из теории расчета откосов известно, что пренебрежение касательной составляющей реакции (то есть $T = 0$) должно приводить к понижению запаса устойчивости откоса (то есть идет в запас устойчивости). Совместим номограммы устойчивости (для случаев: ($T = 0$) – сплошная линия и ($T = \max$) – пунктирная линия), полученные при использовании наиболее напряженных поверхностей (рис. 2.9).

Из рис. 2.9 заключаем:

1. Пренебрежение касательной составляющей межблоковой реакции может снизить угол устойчивого откоса до 8 градусов.

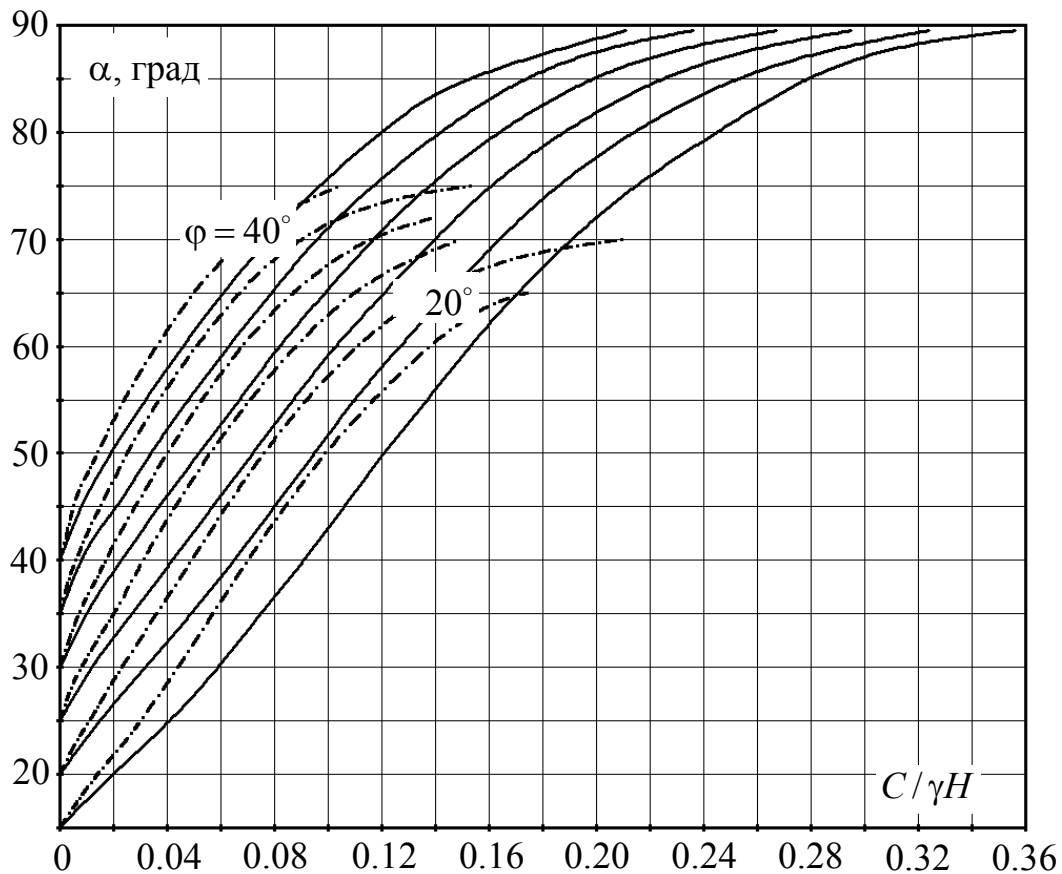


Рис. 2.9. Номограммы устойчивости при $T = 0$ и $T = \max$

2. Для сыпучих пород оба способа (поверхности скольжения) дают теоретически верные результаты.

3. Для представительных сооружений, например ботов карьеров, сложенных скальными породами с высокими значениями углов внутреннего трения, оба способа дают сопоставимые результаты.

4. Графики номограммы для двух способов (поверхностей скольжения) пересекаются, что невозможно ввиду пассивности сил трения и сцепления (они могут только повышать устойчивость). Данный факт, по-видимому, объясняется тем, что при увеличении угла откоса поверхность скольжения стремится к прямолинейной, силы межблокового взаимодействия практически не проявляются, а деформирование происходит в виде смещения “жесткого клина”. В этой связи учет сил взаимодействия между отсеками не всегда оправдан, и можно рекомендовать общую номограмму устойчивости плоских однородных откосов, являющуюся комбинацией двух способов расчета по соответствующим им наиболее опасным поверхностям скольжения (рис. 2.10).

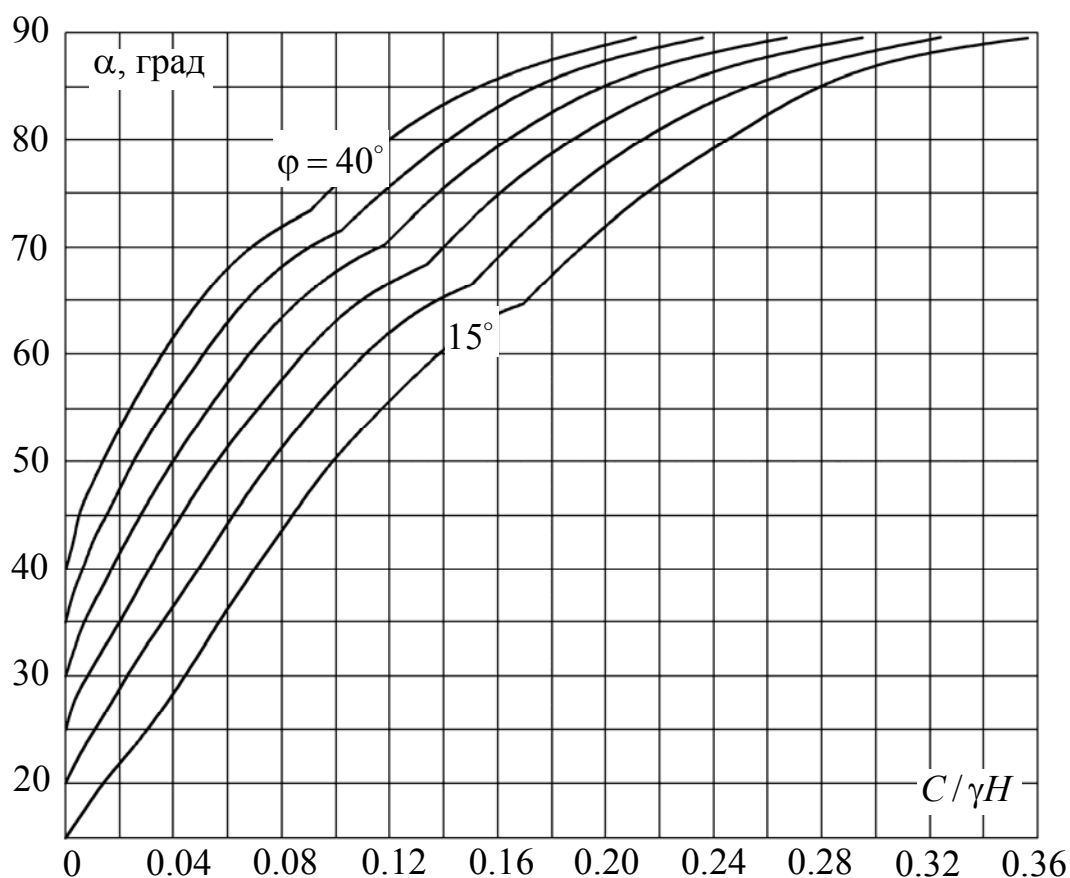


Рис. 2.10. Общая номограмма устойчивости плоских однородных откосов

В действительности оба рассматриваемых способа учета межблоковых реакций, как было показано выше, не являются правильными (строгими). Следовательно, и наиболее слабые поверхности, которые обоснованы с использованием функционалов, не будут являться истинными, так как они заведомо несут в себе неизвестную погрешность. Однако даже при этом удалось для обоих способов впервые получить теоретически правильные результаты для сыпучих пород: предельный угол откоса равен углу внутреннего трения, а поверхность скольжения совпадает с откосом [257]. Кроме того, так как при обосновании геометрии поверхностей скольжения и определении предельных параметров откосов использовались крайние предельные значения касательных составляющих межблоковых реакций ($T = 0$ и $T = \max$), можно предположить, что истинное значение предельных параметров находится между ветвями графиков (см. рис. 2.9). Это особенно актуально для бортов карьеров, так как для таких крупных сооружений величина $C/\gamma H$ близка к нулю, а это свидетельствует о

том, что появляется возможность прогнозирования предельного угла борта карьера с абсолютной погрешностью не более 1 – 2 градуса.

2.3. Общая теория расчета устойчивости однородных откосов

В данном и последующих параграфах этой главы излагается теория устойчивости откосов. С результатами и выводами этой теории можно ознакомиться в работах [258 – 271]. Необходимо также отметить, что в работах [258 – 265], как наиболее ранних, излагаются лишь отдельные результаты еще развивающейся в то время теории автора, в этой связи некоторые отдельные решения могут несколько отличаться от окончательных, приведенных ниже. Очевидно, что невозможно в принципе создать теорию такого непростого вопроса, с абсолютным исключением ее дальнейшей корректировки. В работах [266 – 270, 271] опубликованы окончательные положения данной теории.

Как известно, для равновесия плоской системы сил необходимо выполнение трех условий геометрической статики. С другой стороны, задачи статики весьма эффективно решаются при использовании общих принципов механики. Так, для равновесия механической системы с одной степенью свободы, согласно принципу возможных перемещений, необходимо и достаточно выполнение равенства [250]:

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^r = 0, \quad (2.11)$$

где $\sum \delta A_k^a$, $\sum \delta A_k^r$ – сумма элементарных работ всех действующих на систему активных сил и реакций связей, соответственно, при любом возможном перемещении системы.

Необходимо указать на ошибку, допускаемую некоторыми исследователями. В литературе в качестве недостатка способа К. Терцаги упоминается то, что он удовлетворяет только одному условию статического равновесия – условию моментов. К. Терцаги исходит из предположения о круглоцилиндрической поверхности скольжения, таким образом, возможным перемещением системы откосов (призмы смещения) будет являться ее смещение по дуге окружности от-

носителю некоторого центра. Пренебрегая внутренними силами (силами, действующими между отсеками, – межблоковыми реакциями) и используя выражение (2.11), получим необходимое и достаточное условие равновесия в виде разности внешних сдвигающих и удерживающих сил (моментов сил). Не составляет труда записать это условие через коэффициент устойчивости. Следовательно, условие равновесия по К. Терцаги является состоятельным, однако в способе не учтены межблоковые реакции, а поверхность скольжения принята гипотетично.

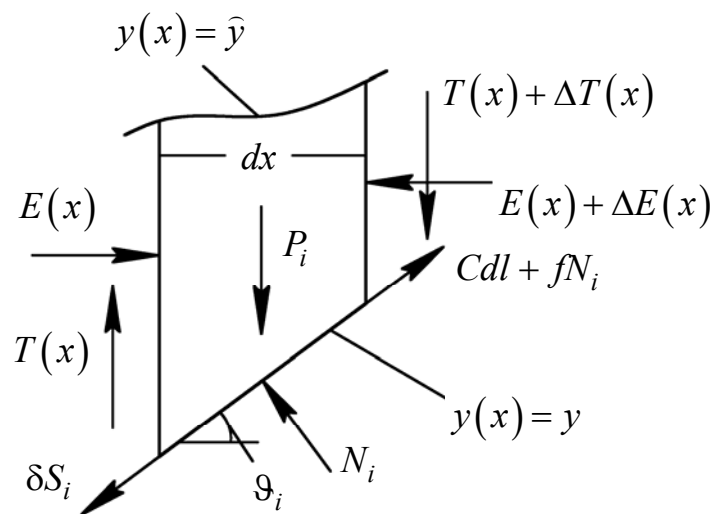


Рис. 2.11. Элементарный отсек и действующие на него силы

Введем систему координат (направление оси x – вправо, y – вверх) и рассмотрим механическую систему с одной степенью свободы – призму смещения, состоящую из n материальных точек – центры масс элементарных отсеков (отсеки условно разделены вертикальными гранями). Выделим из призмы смещения произвольный отсек и рассмотрим его равновесие под действием приложенных активных сил и реакций связей (рис. 2.11). Условие равновесия для данного отсека представляется равенством:

$$-E(x) \cos \vartheta_i \delta S_i + (E(x) + \Delta E(x)) \cos \vartheta_i \delta S_i - T(x) \sin \vartheta_i \delta S_i + (T(x) + \Delta T(x)) \sin \vartheta_i \delta S_i + P_i \sin \vartheta_i \delta S_i - R_i \delta S_i = 0, \quad (2.12)$$

где ϑ_i – угол наклона поверхности скольжения в точке; $E(x)$, $T(x)$ – соответственно функции нормальной и касательной составляющих реакций по боковым

граням отсека; Δ – приращение функции; δS_i – возможное (виртуальное) перемещение отсека; P_i – вес отсека; R_i – сила сопротивления по площадке скольжения.

Для откоса с предельными геометрическими параметрами на площадке скольжения выполняется условие предельного равновесия:

$$R_i = fN_i + Cdl = fN_i + C \frac{dx}{\cos \vartheta_i}, \quad (2.13)$$

где $f = \operatorname{tg} \varphi$ – коэффициент внутреннего трения (тангенс угла внутреннего трения); N_i – нормальная реакция площадки скольжения; C – сцепление массива горных пород; dl, dx – соответственно дифференциалы дуги и аргумента.

Составим условие равновесия по направлению нормали к площадке скольжения:

$$N_i - P_i \cos \vartheta_i - \Delta T(x) \cos \vartheta_i + \Delta E(x) \sin \vartheta_i = 0. \quad (2.14)$$

Используя выражения (2.12), (2.13) и (2.14), запишем условие равновесия отсека в общем виде:

$$[\Delta E(x)(1 + f \operatorname{tg} \vartheta_i) + \Delta T(x)(\operatorname{tg} \vartheta_i - f) + P_i(\operatorname{tg} \vartheta_i - f) - C(1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i) dx] \cos \vartheta_i \delta S_i = 0. \quad (2.15)$$

Преобразуем уравнение (2.15), используя соотношения:

$$dx \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta E(x) = dE(x) = dE, \quad \Delta T(x) = dT, \quad \Delta E(x) = \frac{\partial E}{\partial x} dx = E' dx, \quad \Delta T(x) = T' dx.$$

$$[E'(1 + f \operatorname{tg} \vartheta_i) dx + T'(\operatorname{tg} \vartheta_i - f) dx + P_i(\operatorname{tg} \vartheta_i - f) - C(1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i) dx] \cos \vartheta_i \delta S_i = 0. \quad (2.16)$$

Запишем условие равновесия всей системы (призмы смещения), выразив возможное перемещение каждого отсека δS_i через возможное (горизонтальное) перемещение всей призмы δS_Γ :

$$\delta S_i \cos \vartheta_i = \delta S_\Gamma.$$

Кроме того, учтем следующие соотношения:

$$P_i = \gamma(\hat{y} - y) dx, \quad \operatorname{tg} \vartheta_i = y',$$

где γ – объемный вес горных пород; \hat{y}, y – функции линий откоса и поверхности скольжения соответственно; y' – производная функции поверхности скольжения.

Таким образом, имеем условие равновесия призмы смещения в виде:

$$\int [\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) + E'(1 + fy') + T'(y' - f)] dx \delta S_r = 0. \quad (2.17)$$

Преобразуем условие равновесия (2.17) к виду:

$$\int [\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) + (T' + fE')y'] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0, \quad (2.18)$$

где T_0, E_0, T_1, E_1 – внешние касательные и нормальные реакции на вертикальных гранях призмы смещения соответственно слева и справа.

Потребуем в выражении (2.18) выполнения условий $\int T'y'dx = 0, \int fE'y'dx = 0$, тогда, согласно лемме Дюбуа-Реймона [247], при отсутствии внешних касательных и нормальных составляющих реакций, будем иметь $y' = \text{const}$.

Таким образом, для того чтобы межблоковые реакции на возможном перемещении всей призмы не совершали работу, то есть их можно было бы не учитывать при расчете (идеальные межблоковые связи, $\sum \delta A_k^r = 0$), необходимо выполнение двух условий: 1) $T_0 = E_0 = T_1 = E_1 = 0$; 2) $y' = \text{const}$ (поверхность скольжения – плоскость). С другой стороны, при выполнении только второго условия межблоковые реакции работу совершать также не будут. Они выйдут из-под знака интеграла и будут считаться внешними, действующими на призму смещения (или ее часть) по вертикальным граням крайних отсеков.

Зададимся вопросом: как должны распределяться между собой приращенная касательной и нормальной составляющих межблоковых реакций (далее просто реакций), чтобы при перемещении отсека они совершали экстремальную работу? Таким образом, имеем задачу линейного программирования:

$$E'(1 + ftg\vartheta_i)dx + T'(tg\vartheta_i - f)dx \rightarrow \text{extr}.$$

Градиент (антиградиент) функции в этом случае имеет координаты $\overrightarrow{\text{grad}} = \{1 + ftg\vartheta_i, tg\vartheta_i - f\}$, поэтому экстремальную работу на перемещении реакция будет производить при следующем условии (рис. 2.12):

$$\frac{\partial T}{\partial E} = \frac{T'}{E'} = \frac{tg\vartheta_i - f}{1 + ftg\vartheta_i} = tg(\vartheta_i - \varphi). \quad (2.19)$$

Докажем справедливость равенства (2.19). Доказательство можно дать на основе принципа наименьшего принуждения, открытого К. Ф. Гауссом в 1829 г. [234, 251, 252]. Принципу К. Ф. Гаусса, в частности, можно дать энергетическое толкование, которое И. И. Рахманинов назвал началом наименьшей потерянной работы [252]: действительное движение среди кинематически возможных выделяется тем, что для него работа реакций связей на путях отклонения этого движения от свободного движения в каждый данный момент есть минимум. Если мы мысленно уберем реакцию смежного отсека, то есть заменим несвободное движение свободным, то направление движения отсека не изменится.

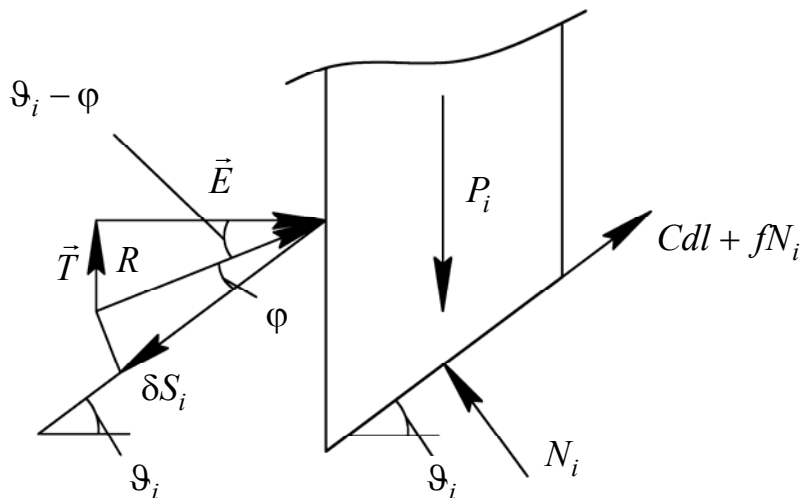


Рис. 2.12. Направление действия межблоковой реакции

Поэтому угол наклона вектора отклонения несвободного движения от свободного совпадает с углом наклона площадки скольжения. Работа реакции в этом случае определится зависимостью

$$A_R = R[f \sin(\xi - \vartheta_i) - \cos(\xi - \vartheta_i)]\Delta S_i,$$

где R – реакция смежного отсека; ξ – угол наклона реакции к горизонту; ΔS_i – перемещение отсека по площадке сдвига (вектор отклонения).

Учитывая, что величины R и ΔS_i произвольны и постоянны, для выполнения условия экстремума работы приравняем ее производную по ξ нулю. Отсюда

$$\xi = \vartheta_i - \varphi.$$

Из принципа К. Ф. Гаусса также следует, что для действительного движения системы реакции связей минимальны (Остроградский, 1836) [252]. Равновесие является одним из истинных состояний системы. Поэтому, формализуя задачу, необходимо найти такой угол ξ , чтобы удержать в равновесии отсек минимальной по величине силой R . Решение поставленной задачи приводит к тем же результатам.

Важно отметить, что, согласно уравнению (2.19), направление реакции не зависит от формы отсека, а зависит от угла наклона его основания.

Решаем совместно уравнения (2.16) и (2.19) относительно производных функций межблоковых реакций:

$$T' = -\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{(1 + f^2)(1 + y'^2)}(y' - f); \quad (2.20)$$

$$E' = -\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{(1 + f^2)(1 + y'^2)}(1 + fy'). \quad (2.21)$$

Подставляем полученные соотношения (2.20) и (2.21) в уравнение (2.18), и после преобразований необходимое и достаточное условие равновесия призмы смещения представляется в виде:

$$\int \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{1 + y'^2} \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0. \quad (2.22)$$

Отметим, что касательная составляющая межблоковой реакции не может превышать величины кулоновского сопротивления сдвигу.

Выясним физический смысл функционала (2.22):

$$\sum (\gamma h \sin \vartheta_i \cos \vartheta_i - f \gamma h \cos^2 \vartheta_i - C) dl \cos \vartheta_i = \sum (\tau - f \sigma_n - C) dl \cos \vartheta_i.$$

Таким образом, необходимым и достаточным условием равновесия призмы смещения или ее части является нуль-вектор алгебраической суммы проекций внешних сил, действующих по площадкам скольжения (вдоль поверхности скольжения) каждого отсека на горизонтальную ось. Как и следовало ожидать, внутренние силы не входят в условие равновесия в явном виде, что не противоречит представлениям теоретической механики.

Пусть имеется ненагруженный откос несвязных пород. Кроме того, предположим, что поверхность скольжения пересекает линию откоса в начале и конце интервала, то есть на концах интервала выполняется условие $\hat{y} - y = 0$. В этом случае, согласно лемме Лагранжа [247], из уравнения (2.22) будем иметь $y' = f$ во всех точках. То есть поверхность скольжения будет совпадать с откосом, что теоретически правильно для несвязных пород.

Анализируя уравнение (2.16), замечаем, что при условии $0 \leq \vartheta_i \leq \varphi$ работа касательной составляющей межблоковой реакции меняет знак. По теореме Менабреа [255], согласно которой при добавлении каких-либо связей (межблоковой реакции) потенциальная энергия (работа) уменьшается и никогда не может увеличиваться, это невозможно. Поэтому на этом участке реакция горизонтальна (рис. 2.13).

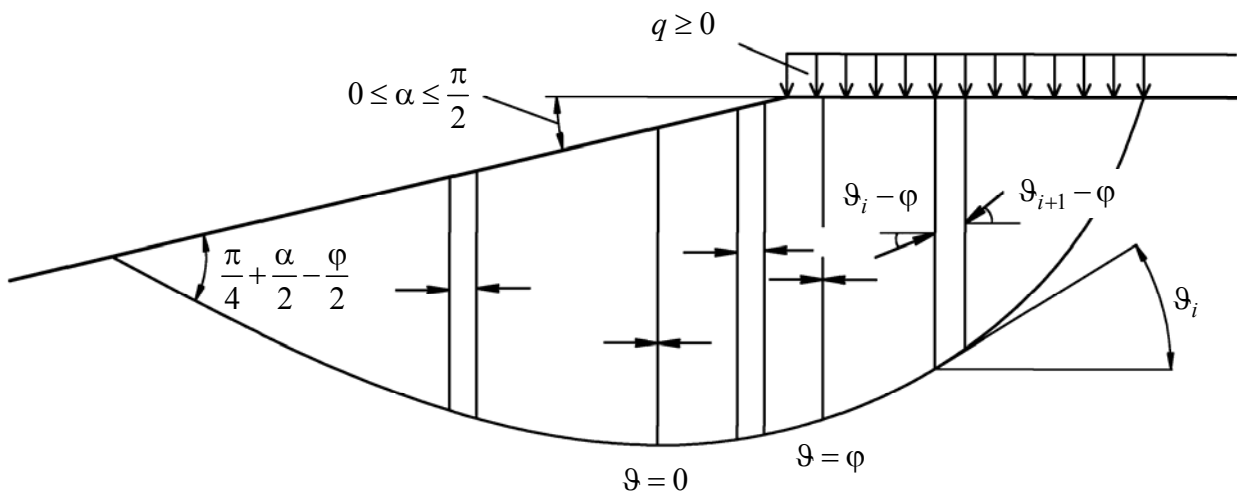


Рис. 2.13. Распределение реакций на различных участках поверхности скольжения

В этом случае производная межблоковой реакции определится формулой:

$$E' = -\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{(1 + fy')}$$

а условие равновесия призмы (или ее части) примет вид:

$$\int \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{1 + fy'} \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0. \quad (2.23)$$

Функционал (2.23) достаточно подробно исследован автором в работе [257].

На участке ($\vartheta_i \leq 0$) касательная составляющая межблоковой реакции также отсутствует ввиду увеличения угла наклона поверхности скольжения по мере приближения к откосу. Таким образом, на пассивном участке ($\vartheta_i \leq \varphi$) межблоковая реакция всюду горизонтальна (см. рис. 2.13).

Таким образом, условие равновесия для всей призмы смещения свободного откоса имеет вид:

$$\int_{\vartheta \leq \varphi} \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y_1)(y'_1 - f) - C(1 + y_1'^2)}{1 + fy'_1} \right] dx + \int_{\vartheta > \varphi} \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y_2)(y'_2 - f) - C(1 + y_2'^2)}{1 + y_2'^2} \right] dx = 0. \quad (2.24)$$

Перейдем к рассмотрению решения задачи по нахождению потенциальной поверхности скольжения в однородных откосах частного вида (плоских). Заметим, что поверхность скольжения в этом случае будет проходить как под откосом, так и под горизонтальной площадкой (верхней бермой).

Условие равновесия призмы смещения (2.24) получено из предположения равновесия каждого отсека, то есть выполнения предельного равновесия в каждой точке поверхности скольжения. Условия равновесия (2.15), (2.16) будут выполняться при произвольной высоте отсека, однако вес (нагрузка) или прочность (сцепление) должны быть необходимыми и достаточными для выполнения условия предельного равновесия при заданной форме откоса и физико-механических характеристиках горных пород. Предположим, что найдется такой параметр $n > 0$, одинаковый для всех отсеков, разделив на который величину сцепления (или умножив объемный вес), условие предельного равновесия

будет выполняться в каждой точке поверхности скольжения. Поместив начало системы координат в точку пересечения поверхности скольжения с откосом, получим следующую задачу вариационного исчисления для нахождения наиболее опасной поверхности скольжения:

$$\int_{\vartheta \leq \varphi} \left[\frac{(kx - y_1)(y'_1 - f) - \lambda(1 + y_1'^2)}{1 + y_1'^2} \right] dx + \int_{\vartheta > \varphi} \left[\frac{(kx - y_2)(y'_2 - f) - \lambda(1 + y_2'^2)}{1 + y_2'^2} \right] dx +$$

$$+ \int_{\vartheta > \varphi} \left[\frac{(H - y_3)(y'_3 - f) - \lambda(1 + y_3'^2)}{1 + y_3'^2} \right] dx \rightarrow \text{extr}, \quad (2.25)$$

где k – тангенс угла наклона откоса; H – высота откоса; $\lambda = \frac{C}{\gamma n} > 0$ – постоянная, зависящая от формы откоса, физико-механических свойств горных пород, и определяет предельную высоту откоса; n – постоянная, обеспечивающая выполнение условия предельного равновесия в пределах каждого отсека.

Ввиду важнейшего свойства вариации функционалов (вариация суммы равна сумме вариаций), для решения поставленной задачи необходимо определить функции, доставляющие экстремум каждому из функционалов в отдельности. Рассмотрим первый функционал (2.25). Уравнение Л. Эйлера [235, 246 – 248] для данного функционала представляет собой нелинейное относительно производных дифференциальное уравнение второго порядка. Поэтому для упрощения его решения необходимо произвести замену переменных в функционале, тем самым понизив порядок уравнения, и возвратиться к прежним переменным. Например, можно положить:

$$\begin{cases} kx - y_1 = y \\ x = x \end{cases}.$$

Граничным условием для определения произвольной постоянной в уравнении Л. Эйлера является условие трансверсальности [246], в принятой системе координат оно имеет вид:

$$y'_1(x=0) = -\text{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \varphi}{2} \right).$$

Вторым условием для принятой системы координат является $y_1(0) = 0$.

Воспользовавшись условием трансверсальности, уравнение, определяющее опасную поверхность скольжения, в принятой системе координат имеет вид:

$$kx - y_1 = \lambda \frac{(kf - 1)y_1'^2 + 2(k + f)y_1' + 1 - kf}{fy_1'^2 - 2f^2y_1' + k - f + kf^2}. \quad (2.26)$$

Аналогично для второго функционала (2.25) имеем дифференциальное уравнение:

$$kx - y_2 = (\lambda + C_1) \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f}. \quad (2.27)$$

Произвольную постоянную C_1 определим из условия:

$$kx - y_1|_{y_1'=\text{tg}\varphi} = kx - y_2|_{y_2'=\text{tg}\varphi}.$$

Таким образом, окончательно будем иметь уравнение:

$$kx - y_2 = \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f}. \quad (2.28)$$

Перейдем к определению условия для поверхности скольжения в точке стыка участков откоса и горизонтальной площадки, то есть условия на прямой $x = H\text{ctg}\alpha$. Рассматриваются два последних интеграла (2.25), что приводит к разрывной вариационной задаче второго рода [246]. Условие в точке стыка представляет собой равенство условий трансверсальности по обе стороны от прямой $x = H\text{ctg}\alpha$. Таким образом, имеем уравнение:

$$F_2 y_2' \Big|_{x=H\text{ctg}\alpha-0} = F_3 y_3' \Big|_{x=H\text{ctg}\alpha+0}, \quad (2.29)$$

где $F_{y'}$ – частная производная подынтегрального выражения по производной функции.

Взяв производные от подынтегральных выражений, приравняв их, а также учтя, что ординаты концов экстремалей в точке стыка равны, получим выражение:

$$y_2' = y_3'.$$

Таким образом, производные в точке стыка равны, это свидетельствует о том, что поверхность скольжения не преломляется при переходе, например, с участка откоса уступа на участок площадки. Можно показать, что это утверждение справедливо для произвольной формы границы между смежными отсеками.

Положив в правой части уравнения (2.27) $k = 0$, получим уравнение, определяющее форму наиболее опасной поверхности скольжения для третьего функционала (2.25):

$$H - y_3 = (\lambda + C_1) \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - 3fy_3'^2 - f}. \quad (2.30)$$

Для определения произвольной постоянной в этом уравнении приравняем нулю подынтегральное выражение третьего функционала (2.25), что является требованием выполнения условия предельного равновесия для крайнего отсека:

$$F_3 = \frac{\gamma(H - y_3)(y_3' - f) - C(1 + y_3'^2)}{1 + y_3'^2} = 0.$$

Определяем из данного уравнения минимально возможную высоту крайнего отсека, в итоге получим следующее граничное условие:

$$y_3'(x_0) = f + \sqrt{1 + f^2} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \quad H - y_3 = H_{90} = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Далее определяем в уравнении (2.30) произвольную постоянную и окончательно уравнение, описывающее наиболее опасную поверхность скольжения под бермой, будет иметь вид:

$$H - y_3 = \frac{C}{\gamma} \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - 3fy_3'^2 - f}. \quad (2.31)$$

Если призма смещения находится в равновесии, то каждый ее отсек также уравновешен. В частности, это означает, что на возможном перемещении всей призмы смещения работы внутренних и внешних сил, действующих на отсек, равны по модулю. Удельная обобщенная внутренняя сила равна подынтегральному выражению (2.22) с обратным знаком:

$$F^i(x) = -F^e(x) = -\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2)}{1 + y'^2}, \quad (2.32)$$

где $F^i(x)$, $F^e(x)$ – обобщенная внутренняя и внешняя сила на возможном (горизонтальном) перемещении всей механической системы (призмы смещения) соответственно.

Заметим, что функция обобщенной внутренней силы (2.32) должна убывать, в противном случае работа межблоковых реакций на возможном перемещении системы станет положительной, что невозможно. Другими словами, межблоковые реакции станут отрицательно влиять на устойчивость. Действительно, когда межблоковые реакции постоянны (не зависят от x), то они не совершают работу на возможном перемещении (это не означает, что отсутствует межблоковое взаимодействие и напряжения равны нулю), а производная функции межблоковых реакций равна нулю. Таким образом, нулевое значение работы межблоковых реакций является ее экстремальным значением (максимальным), превысить которое она не может. В общем случае, работа межблоковых реакций представляет собой сумму работ нормальных и касательных составляющих, которые независимы между собой и являются заведомо отрицательными. Поэтому равенство нулю работы внутренних сил на возможном перемещении системы означает: $E' = T' = 0$. Положим в уравнении (2.18) $E' = T' = 0$, получим следующее условие равновесия:

$$\int \left[\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) \right] dx + (E_1 - E_0) - f(T_1 - T_0) = 0. \quad (2.33)$$

Уравнения (2.22), (2.23), (2.33) позволяют оценить устойчивость призмы смещения по произвольной поверхности скольжения.

Определим условия применения второго и третьего функционалов (2.25). Для этого продифференцируем уравнение (2.32) по x и составим неравенство (индексы функции опущены):

$$\frac{dF^e}{dx} = \frac{\partial F}{\partial y'} \frac{dy'}{dx} + \frac{\partial F}{\partial(\hat{y} - y)} \frac{d(\hat{y} - y)}{dx} = \gamma \left[y''(\hat{y} - y) \frac{1 + 2fy' - y'^2}{(1 + y'^2)^2} + \frac{(\hat{y}' - y')(y' - f)}{1 + y'^2} \right] > 0, \quad (2.34)$$

где y'' – вторая производная функции поверхности скольжения по x .

В случае, когда поверхность скольжения зарождается под действием гравитационных сил, например, в однородных откосах, первое слагаемое в неравенстве (2.34) не может быть меньше нуля. Произведем предварительный анализ условия (2.34). Первое слагаемое положительно при вогнутой форме поверхности скольжения и угле ее наклона, не превышающем значения $\pi/4 + \varphi/2$, или же при выпуклой форме поверхности скольжения и углах ее наклона, больших $\pi/4 + \varphi/2$.

Продифференцируем уравнение (2.28) по x и подставим их совместно в выражение (2.34). Приравняем его нулю, откуда получим условие для определения предельного значения производной поверхности скольжения под откосом:

$$(f+k)s^4 + 4(1-kf)s^3 + 2(kf^2 - 3f - 2k)s^2 + 4f(f+k)s + f - k - 2kf^2 = 0, \quad (2.35)$$

где s – предельное значение производной (тангенса угла наклона) наиболее опасной поверхности скольжения, описываемой уравнением (2.28).

Прделаем подобную операцию с уравнениями (2.30) или (2.31). Как показывают расчеты, выполнение условия (2.34) под бермой с поверхностью скольжения, описываемой уравнениями (2.30), (2.31), невозможно. Это свидетельствует о том, что данными уравнениями поверхность скольжения под верхней бермой не описывается.

В зависимости от углов откоса и внутреннего трения предельное значение производной (2.35) может получаться как больше, так и меньше величины $\pi/4 + \varphi/2$. При $\alpha = \pi/4 + \varphi/2$ предельный угол наклона поверхности скольжения также равен $\pi/4 + \varphi/2$. Однако условие трансверсальности для функционала (2.22) на произвольной вертикальной грани при произвольной форме откоса дает угол $\pi/4 + \varphi/2$. Это означает, что при любом угле откоса α , $s \leq \operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2)$, то есть данный угол доставляет абсолютный экстремум вариационной задаче и приурочивается к границе участков откоса и бермы, то есть к линии $x = H \operatorname{ctg} \alpha$.

Для определения наиболее опасной части поверхности скольжения для функционала (2.33) необходимо решить следующую вариационную задачу:

$$\int \left[\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - C(1 + y'^2) \right] dx \rightarrow \max. \quad (2.36)$$

Необходимо отметить принципиальную разницу между функционалами (2.36) и (2.25). В функционале (2.36) отсутствует масштабный параметр λ , отвечающий за выполнение условия предельного равновесия. Дело в том, что функционал (2.36) предусматривает отсутствие влияния на устойчивость межблоковых реакций (внутренних сил), то есть равновесие обеспечивают только внешние силы, в том числе и боковые. Поэтому априори полагается выполнение условия предельного равновесия в каждой точке поверхности скольжения.

Для участка откоса $\hat{y} = kx$ дифференциальное уравнение поверхности скольжения (уравнение Л. Эйлера) имеет вид:

$$(kx - y_4) = \frac{C_2 - \frac{C}{\gamma}(y_4'^2 - 2ky_4' - 1)}{k - f}, \quad (2.37)$$

где C_2 – произвольная постоянная.

Для определения произвольной постоянной в уравнении (2.37) воспользуемся вполне очевидным граничным условием:

$$y_4'(x_0) = f + \sqrt{1 + f^2} = \operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right), \quad kx - y_4 = H_{90} = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right), \quad \Rightarrow C_2 = 0.$$

Таким образом, окончательно будем иметь:

$$(kx - y_4) = -\frac{C}{\gamma} \frac{(y_4'^2 - 2ky_4' - 1)}{k - f}. \quad (2.38)$$

Продифференцируем обе части выражения (2.38) по x , после несложных преобразований получим:

$$y_4'' = \frac{\gamma(k - f)}{2C}. \quad (2.39)$$

Таким образом, согласно уравнению (2.39), вторая производная поверхности скольжения на рассматриваемом участке постоянна и зависит от угла отко-

са и физических характеристик горного массива. При этом поверхность скольжения может быть выпуклой, плоской или вогнутой в зависимости от угла наклона откоса (верхней бермы). Данный результат весьма интересен и совпадает с результатами моделирования эквивалентными материалами (см. например, Г. Л. Фисенко) [15].

Положим в уравнении (2.38) $k=0$, тогда уравнение поверхности скольжения под горизонтальной площадкой (верхней бермой) будет иметь вид:

$$(H - y_5) = \frac{C(y_5'^2 - 1)}{\gamma \operatorname{tg} \varphi}. \quad (2.40)$$

Проверка уравнения (2.38) условием (2.34) показывает, что оно выполняется (разумеется, с обратным знаком) для углов откосов, не превышающих величины $\pi/4 + \varphi/2$.

Таким образом, для плоских однородных откосов наиболее слабая поверхность скольжения состоит из трех участков (рис. 2.14), описываемых уравнениями (2.26), (2.28) и (2.40) соответственно.

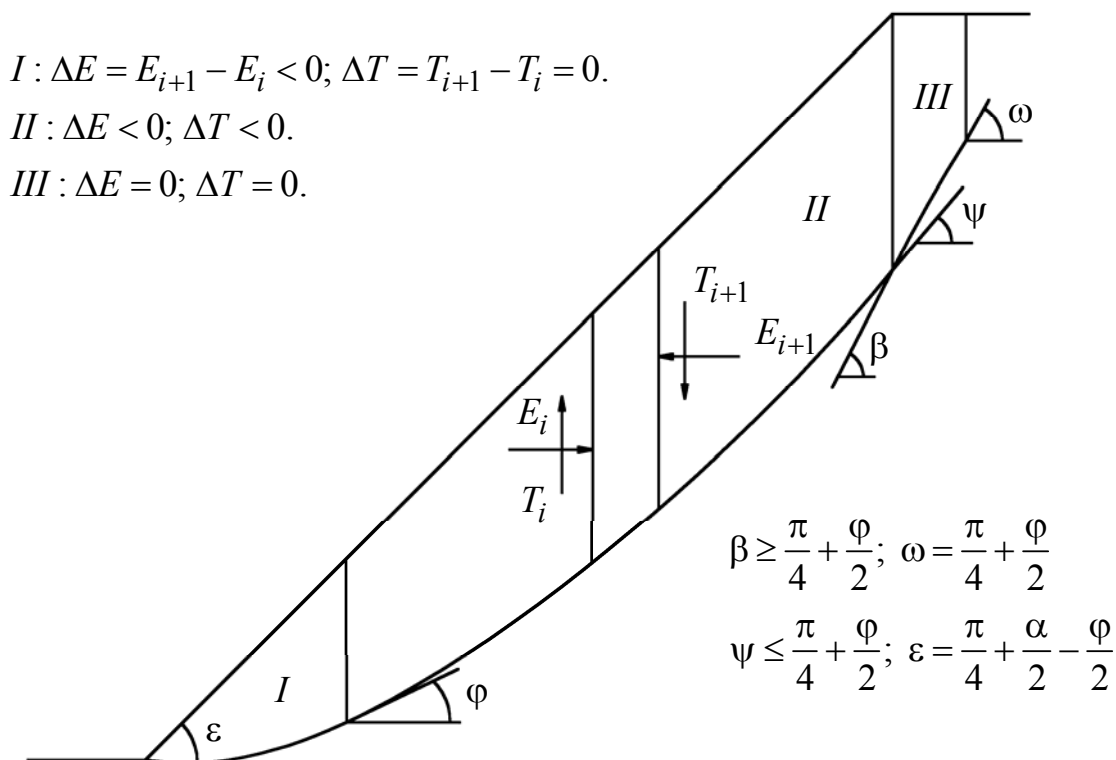


Рис. 2.14. Схема к построению поверхности скольжения и оценке устойчивости однородного откоса

Для построения поверхности скольжения необходимо также вычислить следующие угловые параметры (см. рис. 2.14):

$$\operatorname{tg}\psi = s, \operatorname{tg}\beta = t, \frac{C(t^2 - 1)}{\gamma \operatorname{tg}\varphi} = \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + s^2)^2}{2s^3 - (k + 3f)s^2 + 2kfs + k - f}. \quad (2.41)$$

Функционал (2.36) впервые в качестве условия равновесия призмы смещения и целевого выражения был предложен Ю. И. Соловьевым [61]. Он бездоказательно считал этот функционал основным условием равновесия для произвольной поверхности скольжения и на различных ее участках. Кроме того, при нахождении потенциальной поверхности скольжения было сделано неверное предположение о том, что любая часть экстремальной поверхности также должна обладать экстремальным свойством (причем только по углу наклона). С другой стороны, Ю. И. Соловьеву необходимо отдать должное, так как именно он впервые использовал принцип возможных перемещений для обоснования условия равновесия призмы смещения. Отметим также, что Ю. И. Соловьевым рассматривался гипотетический грунт, и поэтому о влиянии внешних сил на устойчивость призмы смещения (E_0, E_1, T_0, T_1) ничего не говорилось. Однако, как показано выше, условие устойчивости (2.33), включая внешние силы, является частным случаем общего условия устойчивости (2.18).

Дифференциальное уравнение (2.40) впервые было получено А. Г. Дорфманом [64] оптимизацией функционала Ю. И. Соловьева (2.36), однако при обосновании потенциальной поверхности скольжения для вертикального откоса и его предельной высоты не учитывалась высота вертикальной трещины отрыва, а граничное условие определялось в виде условия трансверсальности на поверхности горизонтальной площадки. Это привело к ошибочному завышению коэффициента устойчивости для откоса и как следствие к завышению предельной высоты откоса (для идеально связных пород $H = 4C/\gamma$) [64]. Эта же неточность послужила причиной ошибочной оценки давления грунта на подпорную стенку [63], вследствие неправильного обоснования пределов интегрирования. Кроме того, если составить условие трансверсальности для функцио-

нала (2.36) на пересечении с откосом, то выяснится, что они не пересекаются. Незнание границ применения функционала (2.36) приводило к абсурдным результатам и, в конце концов, заставило отказаться вышеупомянутых исследователей от его дальнейшего анализа.

2.4. Предельные параметры плоских однородных откосов

Представим уравнения, определяющие поверхность скольжения на различных участках, в символическом виде:

$$kx - y = \mu\eta(p),$$

где $p \equiv y'$ – параметр.

Тогда $d(kx - y) = \mu\eta'(p)dp$. Дифференцируя левую часть уравнения и принимая во внимание, что $dy = p dx$, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} dx = \mu \frac{\eta'(p)}{k-p} dp, \\ dy = \mu \frac{\eta'(p)}{k-p} p dp. \end{cases} \quad (2.42)$$

Используя уравнения (2.35), (2.41), (2.42), а также учтя, что

$$H = k \left(\int_0^{x_0} dx_1 + \int_{x_0}^{H/k} dx_2 \right),$$

получим систему двух уравнений, определяющую предельные параметры плоских однородных откосов:

предельные параметры плоских однородных откосов:

$$\begin{cases} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\varphi} \left[\frac{\lambda\gamma(p-f)}{1+f p} \eta_1(p) - C \frac{1+p^2}{1+f p} \right] \frac{\eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\varphi}^s \left[\frac{\lambda\gamma(p-f)}{1+p^2} \eta_2(p) - C \right] \frac{\eta_2'(p)}{k-p} dp + \\ + \frac{2C^2}{\mathcal{V}f} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^t \left[\frac{(p^2-1)(p-f)}{f} - (1+p^2) \right] dp = 0; \\ \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\varphi} \frac{\eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\varphi}^s \frac{\eta_2'(p)}{k-p} dp = \frac{H}{\lambda k}. \end{cases} \quad (2.43)$$

Ширина призмы обрушения определится зависимостью:

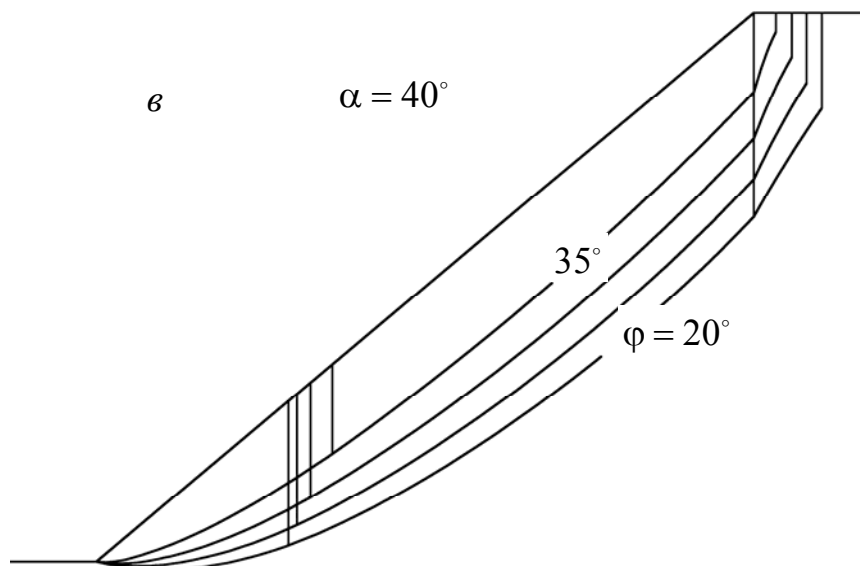
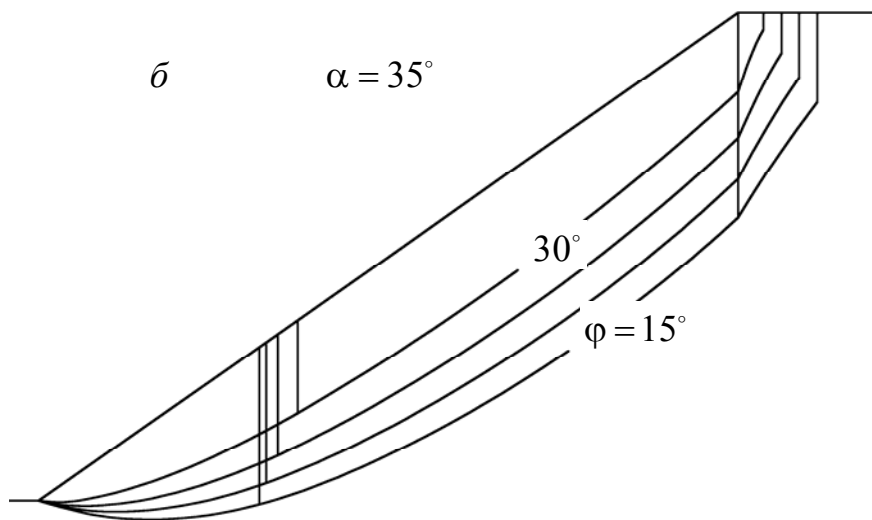
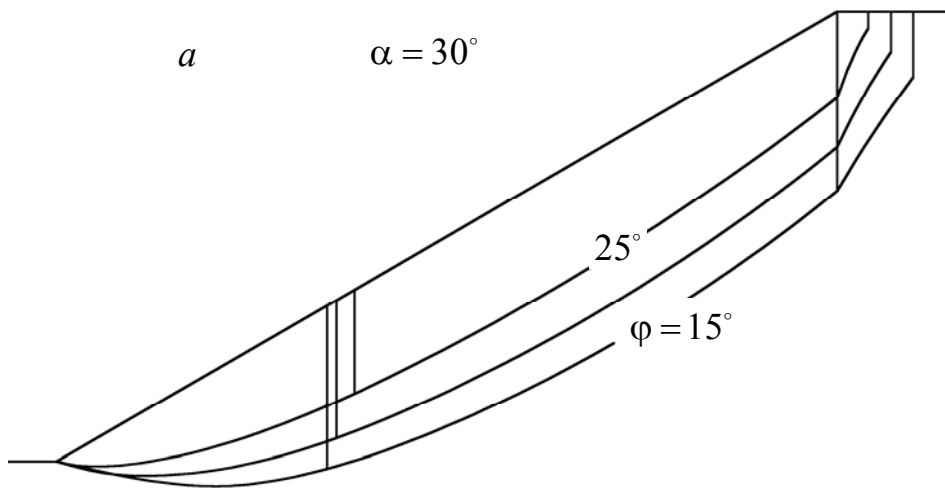
$$a = \frac{2C}{\gamma f} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^i dp. \quad (2.44)$$

Для построения поверхности скольжения необходимо произвести интегрирование уравнений (2.42) при различных значениях верхнего предела. В результате будем последовательно получать координаты точек поверхности скольжения.

По результатам численного интегрирования были построены поверхности скольжения для некоторых значений углов откоса и внутреннего трения в предельном равновесии (рис. 2.15, *a, б, в, г, д, е*). Вертикальными линиями на рисунках отсечены точки поверхностей скольжения с углом наклона, равным углу внутреннего трения горных пород, а также границы участков откоса и горизонтальной площадки (бермы). При построении поверхностей скольжения был принят пятиградусный интервал углов внутреннего трения. Для удобства практического применения полученных поверхностей скольжения они, в более крупном масштабе, приводятся в Прил. 2.

В результате численного решения уравнений (2.43) определены предельные параметры плоских однородных откосов, а также вычислены отношения ширины призмы обрушения к высоте откоса a/H в предельном состоянии. Данные сведены в табл. 2.3.

Анализ предельных поверхностей скольжения показывает, что при увеличении угла внутреннего трения кривизна поверхности скольжения уменьшается и в пределе (при равенстве углов откоса и внутреннего трения) превращается в плоскость. При увеличении угла откоса, поверхности скольжения, построенные для разных углов внутреннего трения, стягиваются в единую поверхность.



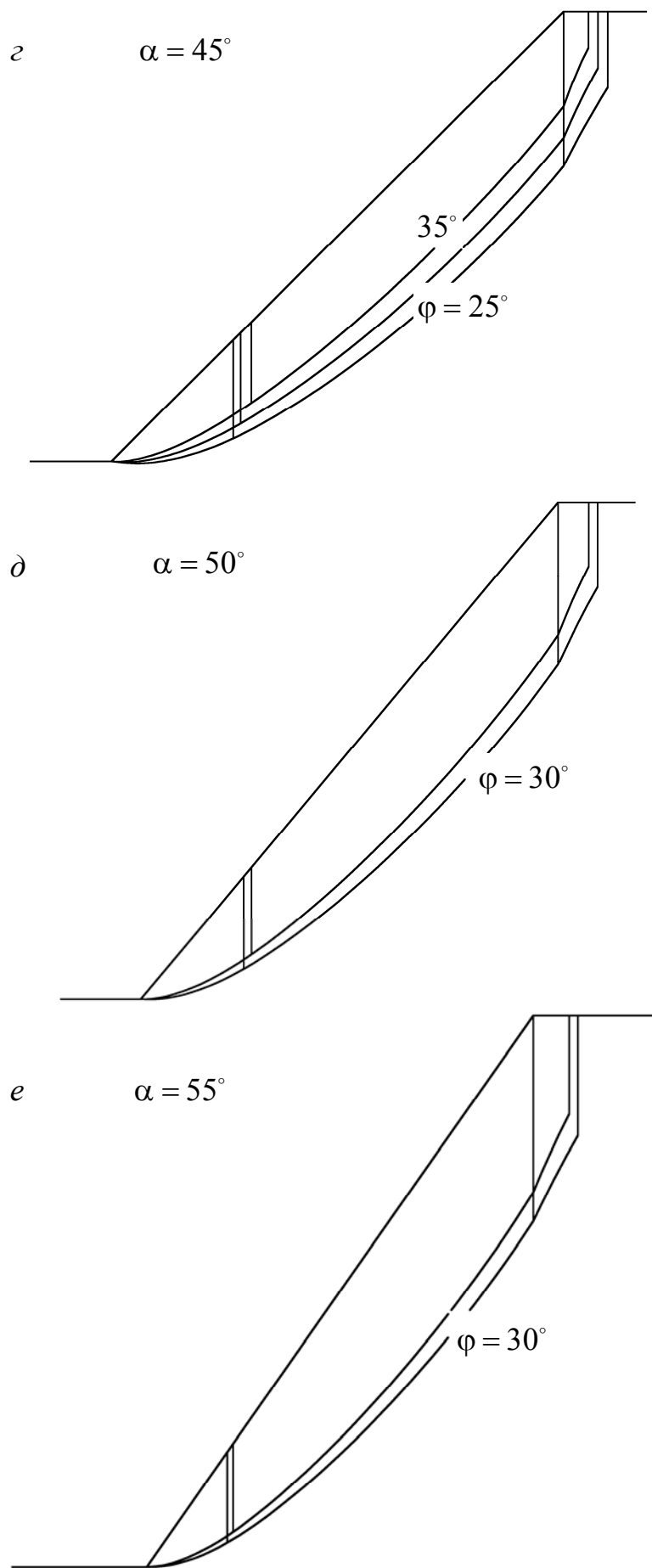


Рис.2.15. Поверхности скольжения в однородном плоском откосе:
 для $\alpha = 30^\circ$ (*a*); $\alpha = 35^\circ$ (*b*); $\alpha = 40^\circ$ (*в*); $\alpha = 45^\circ$ (*z*); $\alpha = 50^\circ$ (*d*); $\alpha = 55^\circ$ (*e*)

Таблица 2.3

Значения отношений $C/\gamma H$ (сверху), a/H (по центру) и $\lambda\gamma/C$ (снизу)
для предельно устойчивых плоских однородных свободных откосов

Угол устойчивого откоса α , град	Угол внутреннего трения φ , град					
	15	20	25	30	35	40
20	<u>0,0191</u> <u>0,146</u> 1,833	<u>0</u> <u>0</u> $2C/\gamma$				
25	<u>0,0389</u> <u>0,170</u> 1,800	<u>0,0145</u> <u>0,096</u> 1,776	<u>0</u> <u>0</u> $2C/\gamma$			
30	<u>0,0558</u> <u>0,169</u> 1,743	<u>0,0312</u> <u>0,120</u> 1,734	<u>0,0118</u> <u>0,069</u> 1,716	<u>0</u> <u>0</u> $2C/\gamma$		
35	<u>0,0705</u> <u>0,162</u> 1,671	<u>0,0466</u> <u>0,125</u> 1,664	<u>0,0263</u> <u>0,089</u> 1,665	<u>0,0101</u> <u>0,052</u> 1,652	<u>0</u> <u>0</u> $2C/\gamma$	
40	<u>0,0838</u> <u>0,154</u> 1,586	<u>0,0607</u> <u>0,124</u> 1,576	<u>0,0404</u> <u>0,096</u> 1,582	<u>0,0231</u> <u>0,069</u> 1,595	<u>0,0090</u> <u>0,040</u> 1,585	<u>0</u> <u>0</u> $2C/\gamma$
45	<u>0,0964</u> <u>0,147</u> 1,486	<u>0,0740</u> <u>0,121</u> 1,473	<u>0,0540</u> <u>0,098</u> 1,477	<u>0,0363</u> <u>0,076</u> 1,495	<u>0,0210</u> <u>0,055</u> 1,519	<u>0,0083</u> <u>0,032</u> 1,513
50	<u>0,1088</u> <u>0,142</u> 1,371	<u>0,0869</u> <u>0,119</u> 1,353	<u>0,0672</u> <u>0,098</u> 1,354	<u>0,0494</u> <u>0,079</u> 1,371	<u>0,0335</u> <u>0,062</u> 1,402	<u>0,0196</u> <u>0,045</u> 1,437
55	<u>0,1232</u> <u>0,144</u> 1,255	<u>0,0999</u> <u>0,117</u> 1,215	<u>0,0805</u> <u>0,098</u> 1,212	<u>0,0627</u> <u>0,081</u> 1,226	<u>0,0465</u> <u>0,065</u> 1,257	<u>0,0318</u> <u>0,051</u> 1,301
60	<u>0,1409</u> <u>0,151</u> 1,146	<u>0,1174</u> <u>0,126</u> 1,093	<u>0,0960</u> <u>0,103</u> 1,065	<u>0,0764</u> <u>0,083</u> 1,061	<u>0,0600</u> <u>0,068</u> 1,088	<u>0,0448</u> <u>0,055</u> 1,132
65	<u>0,1607</u> <u>0,156</u> 1,027	<u>0,1368</u> <u>0,132</u> 0,962	<u>0,1149</u> <u>0,111</u> 0,924	<u>0,0947</u> <u>0,092</u> 0,907	<u>0,0761</u> <u>0,074</u> 0,911	<u>0,0589</u> <u>0,058</u> 0,936
70	<u>0,1832</u> <u>0,157</u> 0,893	<u>0,1589</u> <u>0,135</u> 0,821	<u>0,1365</u> <u>0,116</u> 0,774	<u>0,1157</u> <u>0,098</u> 0,749	<u>0,0963</u> <u>0,081</u> 0,741	<u>0,0781</u> <u>0,066</u> 0,751
75	<u>0,2097</u> <u>0,154</u> 0,740	<u>0,1849</u> <u>0,134</u> 0,663	<u>0,1618</u> <u>0,117</u> 0,613	<u>0,1402</u> <u>0,100</u> 0,582	<u>0,1200</u> <u>0,085</u> 0,568	<u>0,1008</u> <u>0,071</u> 0,567
80	<u>0,2425</u> <u>0,143</u> 0,555	<u>0,2167</u> <u>0,127</u> 0,482	<u>0,1927</u> <u>0,111</u> 0,435	<u>0,1701</u> <u>0,097</u> 0,405	<u>0,1488</u> <u>0,083</u> 0,388	<u>0,1285</u> <u>0,071</u> 0,382
85	<u>0,2864</u> <u>0,118</u> 0,319	<u>0,2590</u> <u>0,105</u> 0,265	<u>0,2334</u> <u>0,093</u> 0,232	<u>0,2093</u> <u>0,082</u> 0,211	<u>0,1864</u> <u>0,071</u> 0,198	<u>0,1645</u> <u>0,061</u> 0,192
90	<u>0,3837</u> <u>0</u> 0	<u>0,3501</u> <u>0</u> 0	<u>0,3185</u> <u>0</u> 0	<u>0,2887</u> <u>0</u> 0	<u>0,2603</u> <u>0</u> 0	<u>0,2332</u> <u>0</u> 0

По данным табл. 2.3 построена номограмма устойчивости плоских однородных откосов (рис. 2.16).

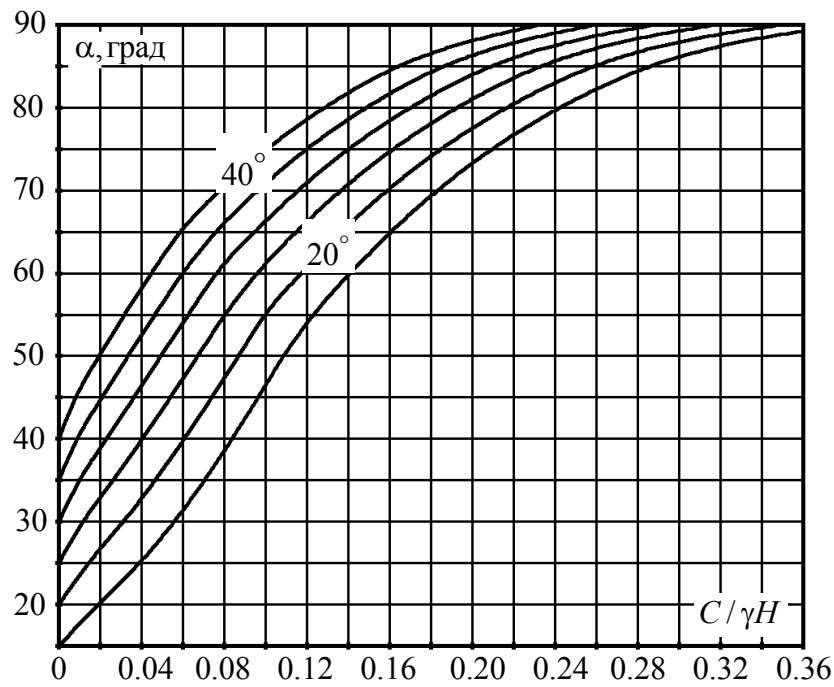


Рис. 2.16. Номограмма устойчивости плоских однородных откосов

Часто в практике открытых горных работ возникает вопрос определения ширины призмы обрушения. По данным табл. 2.3 построена номограмма для определения ее величины (рис. 2.17).

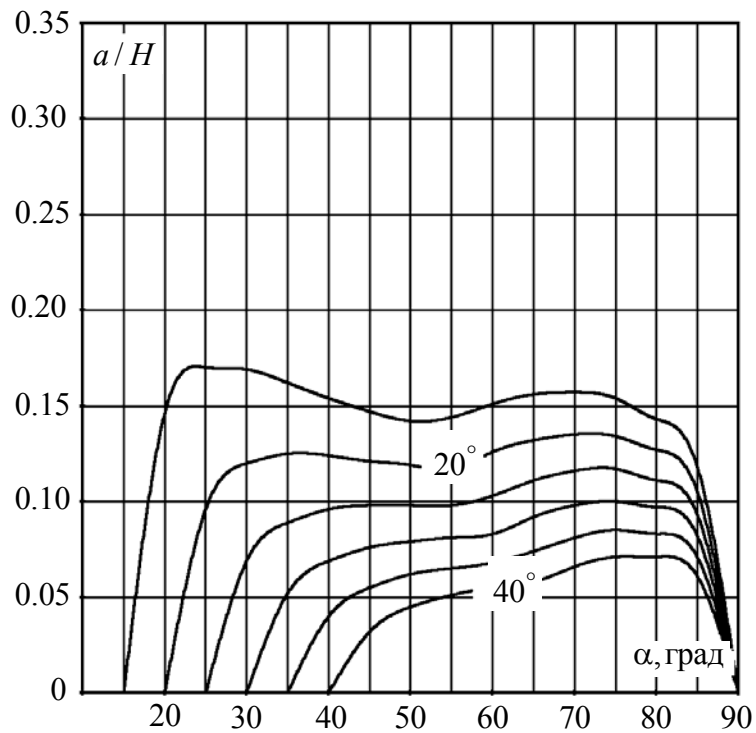


Рис. 2.17. Номограмма для определения ширины призмы обрушения

Таким образом, задачу по оценке устойчивости однородных откосов следует считать решенной в строгой постановке.

На рис. 2.18 приведены графики устойчивости, полученные автором, которые подтверждают выдвинутое в кандидатской диссертации [257] (см. параграф 2.2) предположение о нахождении точных значений предельных параметров откосов между ветвями графиков для $T = 0$ и $T = \max$.

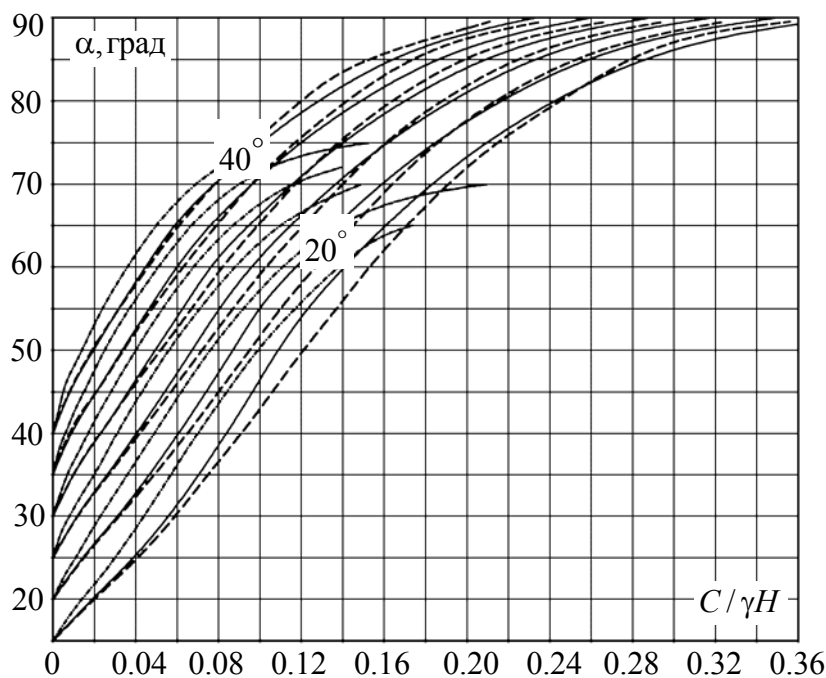


Рис. 2.18. Сравнение графиков устойчивости, полученных автором

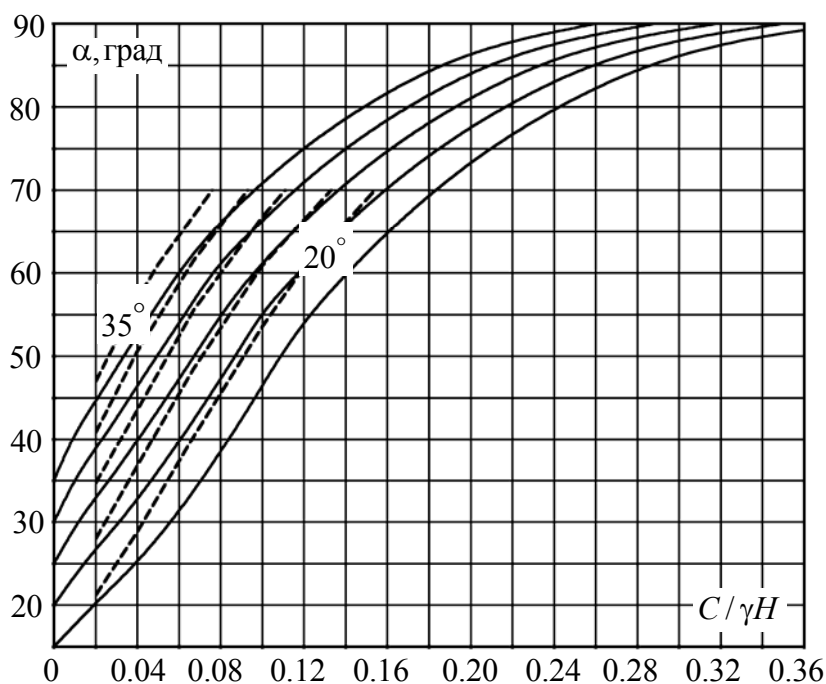


Рис. 2.19. Сравнение полученных графиков устойчивости однородных откосов (сплошная), и рекомендуемых Правилами обеспечения устойчивости... [26] (пунктир)

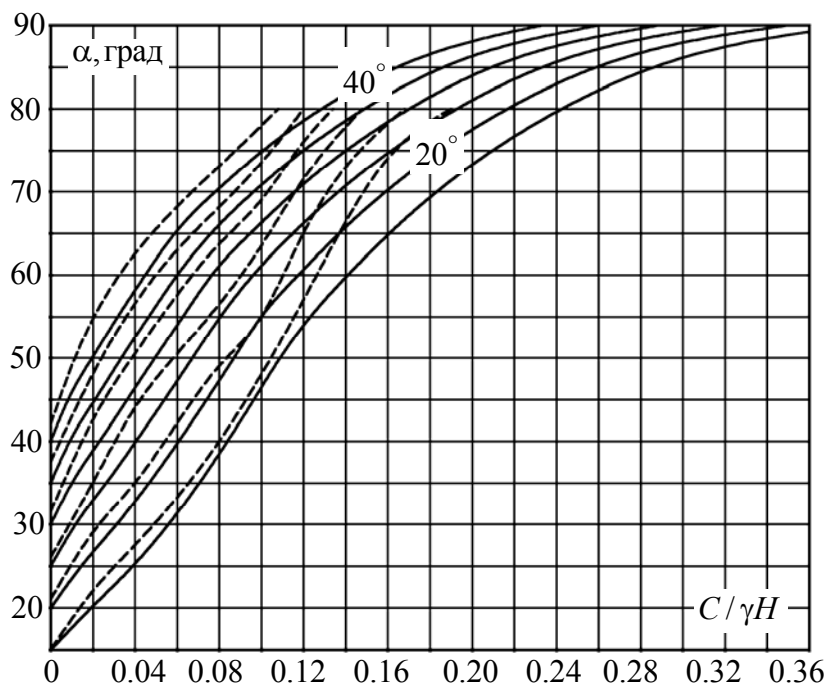


Рис. 2.20. Сравнение полученных графиков устойчивости однородных откосов (сплошная), и рекомендуемых СНиП 45.13330.2012 [74] (пунктир)

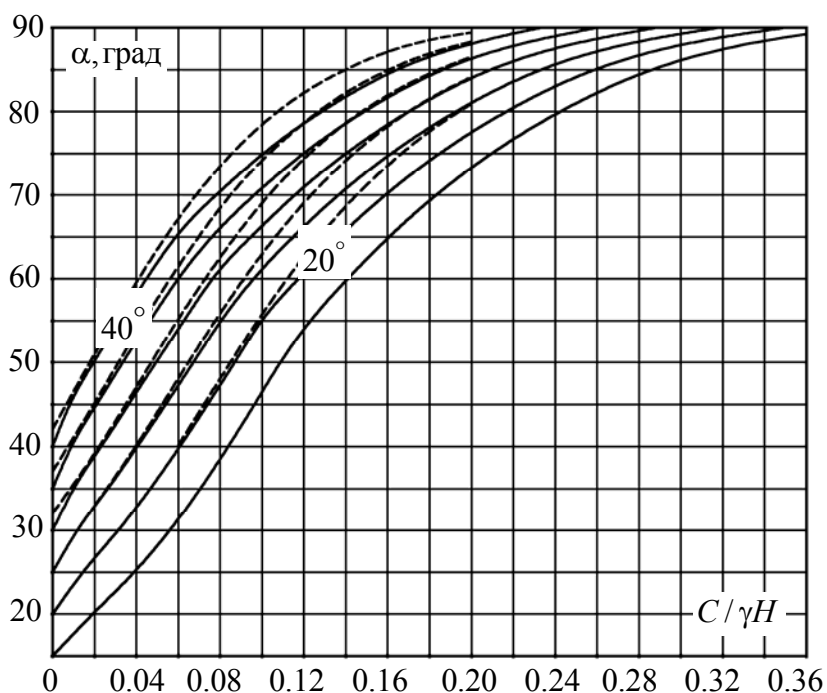


Рис. 2.21. Сравнение полученных графиков устойчивости однородных откосов (сплошная), и построенных по способу Janbu [55] (пунктир)

На рис. 2.19 приведены графики для определения предельных параметров плоских откосов полученные автором и рекомендуемые Правилами [26]. Их анализ показывает, что предельный угол устойчивых откосов, согласно рекомендациям [26] завышен на $2 - 8^\circ$.

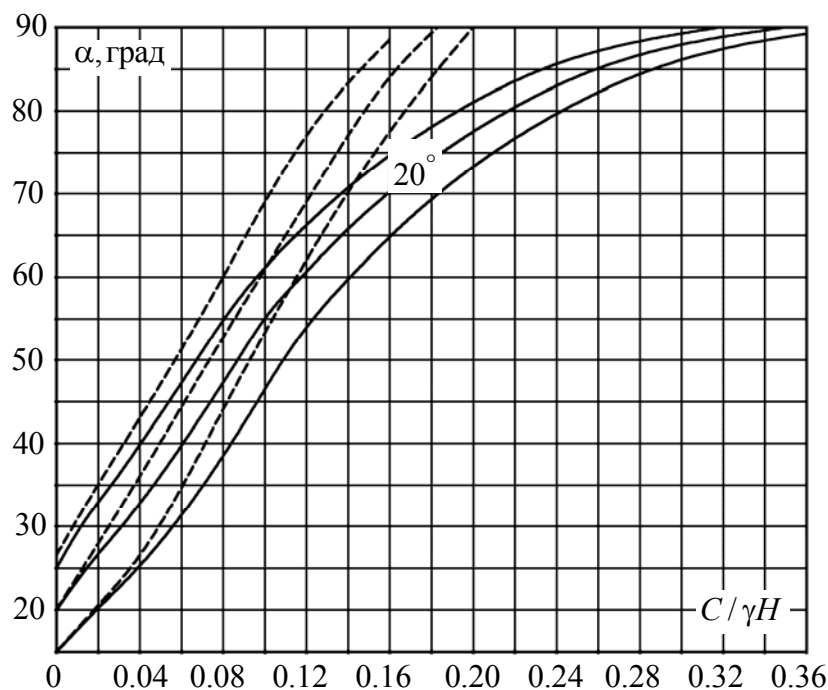


Рис. 2.22. Сравнение полученных графиков устойчивости однородных откосов (сплошная), и построенных по способу Д. Тейлора [3] (пунктир)

Меньшие значения завышения соответствуют высоким откосам (бортам карьера) и составляют $1 - 3^\circ$, что является достаточно существенным.

Также полученные графики были сравнены с графиками рекомендуемыми нормативом в области строительства – СНиП 45.13330.2012 [74] (рис. 2.20). В данном случае также отмечаем, что для высоких откосов рекомендации СНиП прогнозируют более высокие значения углов откосов на $1 - 5^\circ$, в зависимости от угла внутреннего трения. Для невысоких откосов разница становится весьма существенной. Завышения углов устойчивых откосов прогнозируют и расчеты по схеме Janbu и Д. Тейлора (рис. 2.21, 2.22), однако для высоких откосов разница с автором уже менее значительна, а для небольших по высоте откосов разница углов откоса также возрастает.

Прогнозирование завышенных значений углов откосов всеми рассмотренными авторами, относительно предлагаемых, объясняется необоснованностью формы и положения, используемых в расчетах наиболее напряженных поверхностей скольжения. Кроме того, значительные различия углов откоса (см. рис. 2.19) объясняются использованием расчетных схем с переоцененным вкладом в устойчивость касательной межблоковой реакции ($T = \max$).

2.5. Расчет анизотропных и неоднородных откосов

До сих пор мы рассматривали откосы, сложенные однородными массивами или массивами, которые можно привести к таковым посредством статистического усреднения механических характеристик. Однако реальные массивы зачастую нельзя рассматривать как однородные и изотропные, и, прежде всего, речь идет об их механических свойствах. При построении расчетных схем мы предполагали, что характеристики паспорта прочности являются постоянными величинами во всей области. Пусть теперь сцепление C и коэффициент внутреннего трения f зависят от координат площадки скольжения и ее наклона. В этом случае функционал (2.22), очевидно, примет вид:

$$\int \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f(x, y, y')) - C(x, y, y')(1 + y'^2)}{1 + y'^2} \right] dx.$$

Составив уравнение Л. Эйлера и решив его, получим функцию поверхности скольжения при произвольных законах распределения механических характеристик пород откоса. Однако на практике функции распределения значений механических характеристик неизвестны, причем чаще всего они изменяются дискретно при переходе от одного литологического слоя к другому, то есть функции терпят разрыв и являются кусочно-нелинейными.

На сегодняшний день существует, пожалуй, один концептуальный подход к оценке устойчивости анизотропных откосов, основанный на выполнении в точке излома поверхности скольжения, как обычного предельного равновесия, так и специального. Данный способ был предложен Г. Л. Фисенко в 1964 году [25] и сводится к определению углов излома для полого- и крутопадающей поверхностей ослабления по формулам:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi - \varphi'}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{\sin \varphi'}{\sin \varphi} (1 - \eta) \right]; \\ \theta' &= \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi - \varphi'}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{\sin \varphi'}{\sin \varphi} (1 - \eta) \right], \end{aligned} \quad (2.45)$$

где $\eta = \frac{C \operatorname{ctg} \varphi - C' \operatorname{ctg} \varphi'}{C \operatorname{ctg} \varphi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)}$; C, C' – соответственно сцепление пород в крест

слоистости и по ней; φ, φ' – соответственно угол внутреннего трения пород и угол трения по контактам; σ_1, σ_3 – главные напряжения в точке излома.

Несмотря на то, что данное решение в те годы носило революционный характер, оно имеет ряд очевидных недостатков:

1) предположение о том, что в точке излома площадка скольжения отклонена от направления действия σ_1 на угол $\pi/4 - \varphi/2$ для произвольной формы откоса и нагрузки на него бездоказательно (данный постулат лежит в основе способа);

2) условие специального предельного равновесия возможно не для всех профилей откоса, в частности, оно не выполняется для вогнутых откосов;

3) для определения угла излома необходимо располагать значениями главных напряжений в точке излома (2.45), определить которые не представляется возможным без дополнительных предположений;

4) пренебрегая влиянием главных напряжений на угол излома, что и предлагал Г. Л. Фисенко, значение последнего становится инвариантным (независимым) относительно угла наклона поверхности ослабления.

Рассмотрим анизотропный откос. Под анизотропией, в общем случае, будем понимать систему поверхностей ослабления, с характеристиками паспорта прочности C' и $f' = \operatorname{tg} \varphi'$, как правило, меньшими показателей прочности массива C и φ . Рассмотрим вначале произвольный плоский откос, разрушение которого произойдет по поверхности скольжения, полностью совпадающей с плоской поверхностью ослабления (рис. 2.23). Очевидно, из постановки задачи имеем условие $\alpha > \beta$. Если $\beta < \varphi'$, то разрушение откоса произойти не может, поэтому будем исходить из неравенства $\beta > \varphi'$.

Поместим начало прямоугольной системы координат в точку выхода поверхности ослабления в откос и используем геометрические соотношения для высоты трещины отрыва и ширины призмы смещения:

$$h' = \frac{C' (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)}{\gamma \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi'} = \frac{C' \cos \varphi'}{\gamma \cos \beta \sin(\beta - \varphi')}, \quad a = \frac{H(1 - \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha) - h'}{\operatorname{tg} \beta},$$

Условие равновесия призмы смещения будет иметь вид:

$$\int_0^{H \operatorname{ctg} \alpha} [\gamma(kx - \operatorname{tg} \beta x)(\operatorname{tg} \beta - f') - C'(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)] dx + \int_{H \operatorname{ctg} \alpha}^{H \operatorname{ctg} \alpha + a} [\gamma(H - \operatorname{tg} \beta x)(\operatorname{tg} \beta - f') - C'(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)] dx = 0.$$

Откуда предельная высота откоса выразится зависимостью:

$$H = h' \frac{\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{h'}{1 - \sqrt{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta}}. \quad (2.46)$$

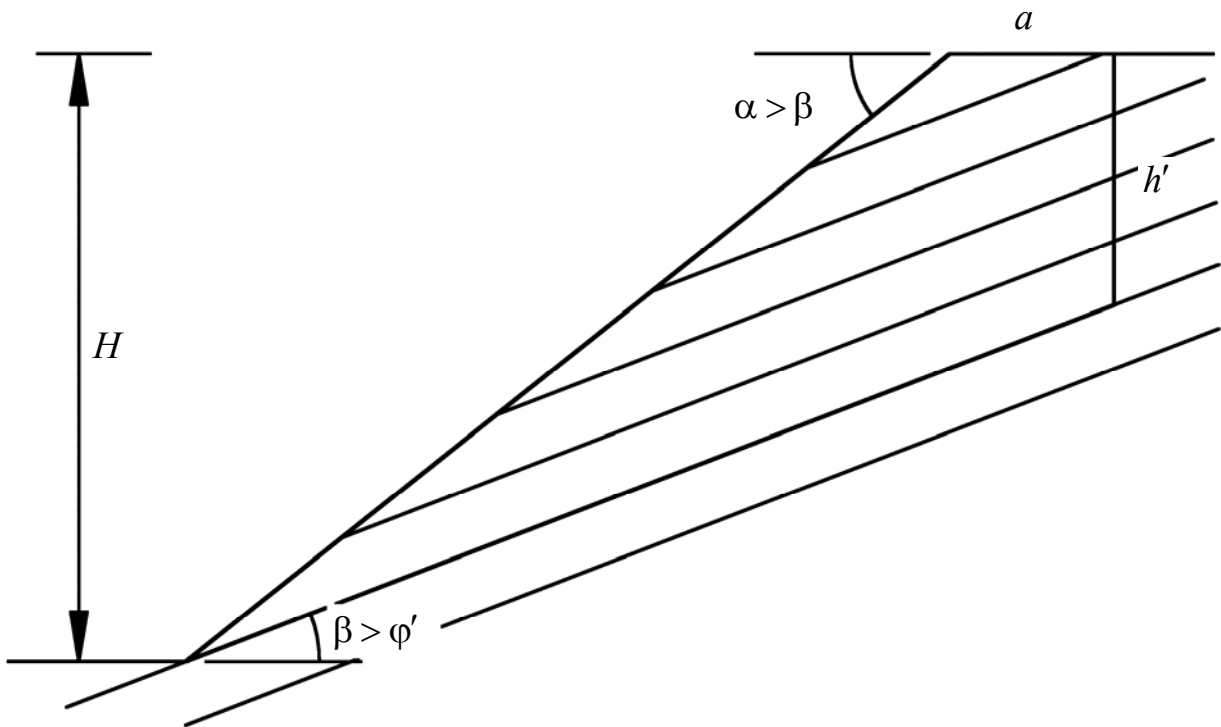


Рис. 2.23. Схема к расчету предельных параметров анизотропного откоса

Формула (2.46) рекомендуется Правилами обеспечения устойчивости откосов [26] и получена из условий геометрической статики. Однако как показано выше, она является следствием наиболее общего условия равновесия.

Рассмотрим теперь наиболее общий случай потери устойчивости анизотропным откосом и методику определения его предельных параметров (рис. 2.24). В этом случае поверхность скольжения может частично совпадать с поверхностями анизотропии и проходить в крест ее, подобно поверхности в однородном откосе. В этом случае условие равновесия, а также угол излома θ су-

щественно зависят от координат точек излома, угла падения поверхностей ослабления, а также от физико-механических свойств пород вдоль плоскостей анизотропии и в крест ее.

Ограничимся рассмотрением следующей расчетной схемы. Пусть в массиве имеются плоские поверхности ослабления, падающие в сторону выработанного пространства под углом β к оси x . В этом случае поверхность скольжения может частично совпадать с поверхностями ослабления.

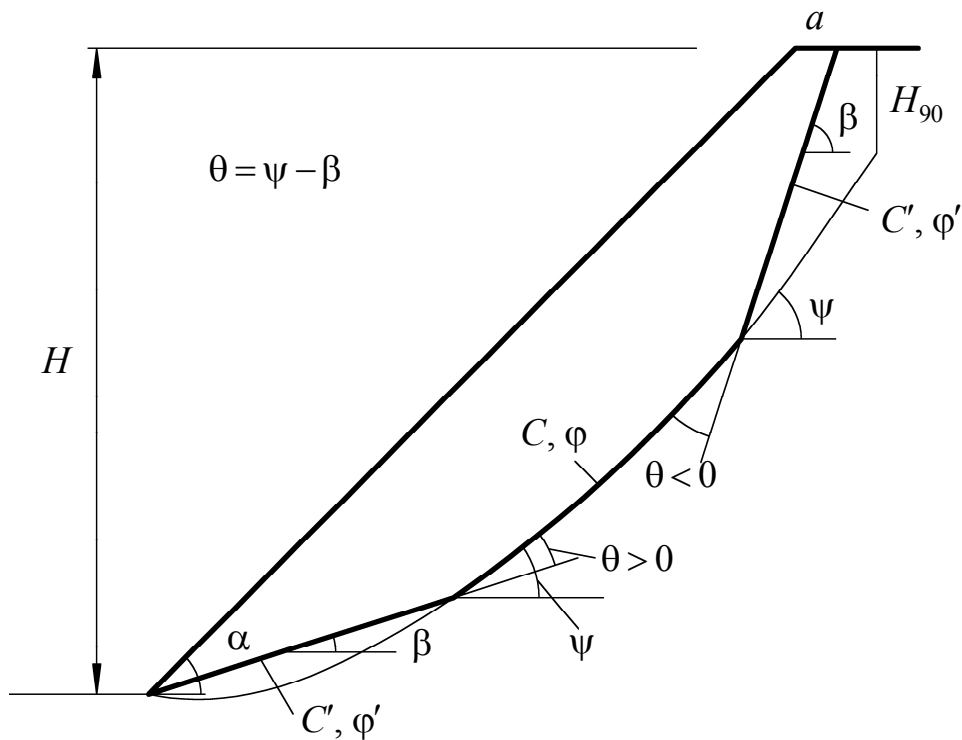


Рис. 2.24. Поверхность скольжения в анизотропном откосе

Необходимо определить условие в точке пересечения поверхности ослабления и поверхности скольжения при условии, что угол наклона поверхности скольжения в точке излома $\vartheta > \varphi$ (данное условие, вообще говоря, не принципиально, в противном случае изменится только условие в точке излома). В случае плоских поверхностей скольжения из уравнений (2.17), (2.18) условие равновесия, без учета внешних сил, будет иметь вид:

$$\int \left[\gamma (\hat{y} - \text{tg}\beta x - g) (\text{tg}\beta - f') - C' (1 + \text{tg}^2\beta) \right] dx = 0, \quad (2.47)$$

где g – постоянная.

Поместим начало системы координат в точку пересечения поверхности скольжения или поверхности ослабления с откосом и получим следующую задачу вариационного исчисления (объемный вес постоянный):

$$\int_{x_1}^{x_0} \frac{(\hat{y}-y)(y'-f)-\lambda(1+y'^2)}{1+y'^2} dx + \int_{x_0}^{x_2} \left[(\hat{y}-\text{tg}\beta x-g)(\text{tg}\beta-f') - \frac{C}{\gamma}(1+\text{tg}^2\beta) \right] dx \rightarrow \text{extr.} \quad (2.48)$$

Условие в точке излома поверхности скольжения имеет вид:

$$F_1 + (\Phi' - y'_1)F_{1y'_1} = F_2 + (\Phi' - y'_2)F_{2y'_2}, \quad (2.49)$$

где F_1, F_2 – подынтегральные выражения слагаемых (2.48); $F_{1y'_1}, F_{2y'_2}$ – частные производные подынтегральных выражений по производной функции поверхности скольжения; Φ' – производная функции, по которой перемещается точка разрыва (поверхность ослабления).

Условие (2.49) запишется в виде:

$$\frac{\text{tg}\psi - \text{tg}\varphi}{1 + \text{tg}^2\psi} - (\text{tg}\beta - \text{tg}\varphi') + (\text{tg}\beta - \text{tg}\psi) \frac{1 + 2\text{tg}\varphi\text{tg}\psi - \text{tg}^2\psi}{(1 + \text{tg}^2\psi)^2} = \frac{\lambda - \frac{C'}{\gamma}(1 + \text{tg}^2\beta)}{h}, \quad (2.50)$$

где ψ – угол наклона поверхности скольжения к оси x (к горизонту) в точке преломления; h – глубина точки излома (расстояние по вертикали от поверхности откоса или бермы до точки излома).

Рассмотрим задачу о преломлении поверхности скольжения вследствие ее перехода в литологический слой с иными механическими характеристиками. Аналогом поставленной задачи является задача о преломлении луча света на границе сред с разными оптическими плотностями в постановке принципа Ферма (1660 г.). Примем $\psi > \varphi$ (не является принципиальным условием и принимается только для конкретики) – угол наклона поверхности скольжения к оси x до преломления; β – угол наклона контакта литологических слоев к оси x ; $\omega > \varphi'$ – угол наклона поверхности скольжения к оси x после преломления (слой с параметром $\lambda' = C'/\gamma n = (C'/C)\lambda$); C', φ' – механические характеристики литологического слоя, в который переходит поверхность скольжения. Со-

ставляя выражения, подобные (2.48) и (2.49), с использованием функционала (2.22) (берется именно данный функционал, так как углы поверхностей в точке излома превышают соответствующие углы внутреннего трения) получим уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2\psi} - \frac{\operatorname{tg}\omega - \operatorname{tg}\varphi'}{1 + \operatorname{tg}^2\omega} + (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\psi) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}^2\psi}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2} - \\ & - (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\omega) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi'\operatorname{tg}\omega - \operatorname{tg}^2\omega}{(1 + \operatorname{tg}^2\omega)^2} = \frac{\lambda - \lambda'}{h}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Анализируя условие (2.51), замечаем, что в случае $C = C'$, $\varphi = \varphi'$ преломления поверхности скольжения не происходит, то есть $\psi = \omega$. Кроме того, очевидно, что поверхность скольжения не может после преломления вернуться в первоначальный литологический слой, то есть предельным значением угла ω является угол β . В этом случае скольжение произойдет по поверхности, совпадающей с контактом. Положив в уравнении (2.51) $\omega = \beta$, получим равенство левых частей (2.50) и (2.51).

Рассмотрим пример расчета неоднородного откоса. Определим предельную высоту откоса H , состоящего из двух горизонтально залегающих слоев ($\beta = 0^\circ$), верхний слой имеет мощность, равную $1/3H$, при следующих условиях (нумерация слоев снизу):

$$\alpha = 40^\circ; \gamma = \gamma_1 = 2,5 \text{ т/м}^3; C_1 = 5 \text{ т/м}^2; C = 10 \text{ т/м}^2; \varphi_1 = 28^\circ; \varphi = 33^\circ.$$

Предположим, что в точке излома поверхности скольжения выполняются условия $\psi > \varphi, \omega > \varphi_1$, а абсцисса точки излома x_0 находится под откосом. Тогда уравнения поверхности скольжения в нижнем слое имеют вид:

$$\begin{aligned} kx - y_1 &= \lambda \frac{(kf - 1)y_1'^2 + 2(k + f)y_1' + 1 - kf}{fy_1'^2 - 2f^2y_1' + k - f + kf^2} \equiv \lambda\eta_1(p), \quad -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \varphi}{2}\right) \leq y_1' \leq \operatorname{tg}\varphi; \\ kx - y_2 &= \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv \lambda\eta_2(p), \quad y_2' > \operatorname{tg}\varphi, \end{aligned}$$

где $\eta(p)$ – некоторая функция параметра $p \equiv y'$.

Произвольная постоянная для первого уравнения получена из условия трансверсальности на пересечении поверхности скольжения с откосом, а для второго – из условия равенства производных в точке $y'_1 = y'_2 = \text{tg}\varphi$.

Уравнение поверхности скольжения под откосом после преломления имеет вид:

$$kx - y_3 = (\lambda_1 + d_1) \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - (k + 3f_1)y_3'^2 + 2kf_1y_3' + k - f_1} \equiv (\lambda_1 + d_1)\eta_3(p).$$

Для определения углов поверхности скольжения по обе стороны от точки излома, абсциссы и глубины точки излома h , а также параметра $\lambda_1 + d_1$ составляем условия:

$$\frac{\text{tg}\psi - \text{tg}\varphi}{1 + \text{tg}^2\psi} - \frac{\text{tg}\omega - \text{tg}\varphi_1}{1 + \text{tg}^2\omega} + (\text{tg}\beta - \text{tg}\psi) \frac{1 + 2\text{tg}\varphi\text{tg}\psi - \text{tg}^2\psi}{(1 + \text{tg}^2\psi)^2} -$$

$$-(\text{tg}\beta - \text{tg}\omega) \frac{1 + 2\text{tg}\varphi_1\text{tg}\omega - \text{tg}^2\omega}{(1 + \text{tg}^2\omega)^2} = \frac{\lambda \left(1 - \frac{C_1}{C}\right)}{h};$$

$$h = (\lambda_1 + d_1) \frac{(1 + \text{tg}^2\omega)^2}{2\text{tg}^3\omega - (k + 3f_1)\text{tg}^2\omega + 2kf_1\text{tg}\omega + k - f_1};$$

$$h = \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + \text{tg}^2\psi)^2}{2\text{tg}^3\psi - (k + 3f)\text{tg}^2\psi + 2kft\text{g}\psi + k - f};$$

$$x_0 = \frac{h + 2H/3}{k};$$

$$\int_{\text{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\text{tg}\varphi} \frac{\lambda\eta'_1(p)}{k-p} dp + \int_{\text{tg}\varphi}^{\text{tg}\psi} \frac{\lambda\eta'_2(p)}{k-p} dp = x_0,$$

где $\eta'(p)$ – производная функции по параметру p .

Уравнение поверхности скольжения под бермой имеет вид:

$$(H - y_4) = \frac{C_1(y_4'^2 - 1)}{\gamma\text{tg}\varphi_1}.$$

Производную поверхности скольжения на границе участков откоса и бермы, со стороны откоса s определяем из условия:

$$(f_1 + k)s^4 + 4(1 - kf_1)s^3 + 2(kf_1^2 - 3f_1 - 2k)s^2 + 4f_1(f_1 + k)s + f_1 - k - 2kf_1^2 = 0.$$

А производную со стороны бермы t определим из условия равенства ординат в точке стыка участков поверхностей скольжения, т. е.

$$(\lambda_1 + d_1) \frac{(1 + s^2)^2}{2s^3 - (k + 3f_1)s^2 + 2kf_1s + k - f_1} = \frac{C_1(t^2 - 1)}{\gamma f_1}.$$

И, наконец, система уравнений, требующая выполнения условия предельного равновесия и осуществляющая связь λ и H :

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\psi} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+fp} \lambda \eta_1(p) - \frac{C(1+p^2)}{1+fp} \right] \frac{\lambda \eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\psi}^{\operatorname{tg}\omega} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+p^2} \lambda \eta_2(p) - C \right] \frac{\lambda \eta_2'(p)}{k-p} dp + \\ & + \int_{\operatorname{tg}\omega}^s \left[\frac{\gamma(p-f_1)}{1+p^2} (\lambda_1 + d_1) \eta_3(p) - C_1 \right] \frac{(\lambda_1 + d_1) \eta_3'(p)}{k-p} dp + \frac{2C_1^2}{\gamma f_1} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi_1}{4}-\frac{\pi}{2}\right)}^t \left[\frac{(p^2-1)(p-f_1)}{f_1} - (1+p^2) \right] dp = 0 \\ & \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\psi} \frac{\lambda \eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\psi}^{\operatorname{tg}\omega} \frac{\lambda \eta_2'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\omega}^s \frac{(\lambda_1 + d_1) \eta_3'(p)}{k-p} dp = \frac{H}{k} \end{aligned} \right.$$

Данных уравнений достаточно для определения всех неизвестных. Таким образом, после решения системы полученных уравнений определяют неизвестные, необходимые для построения предельной поверхности скольжения (рис. 2.25). По результатам численного решения системы приведенных уравнений определены параметры для построения наиболее слабой поверхности скольжения в неоднородном откосе и его предельная высота:

$$\{s \ t \ \lambda \ \lambda_1 + d_1 \ h \ x_0 \ \operatorname{tg}\psi \ \operatorname{tg}\omega \ H\}^T = \{1,64 \ 2,72 \ 4,99 \ 7,14 \ 39,49 \ 263,02 \ 1,09 \ 0,87 \ 271,81\}^T.$$

В процессе решения рассмотренных выше уравнений можно определить любой из параметров, например сцепление, необходимое для выполнения условия предельного равновесия, при заданной высоте и угле откоса.

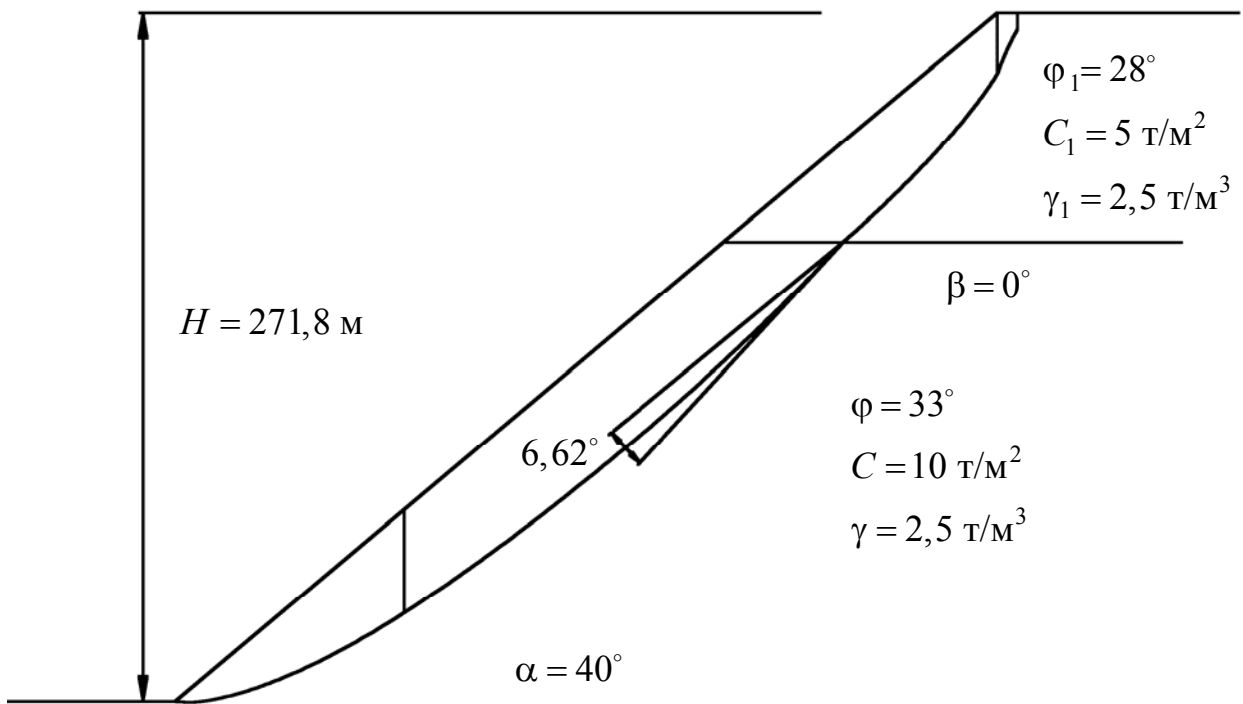


Рис. 2.25. Поверхность скольжения в неоднородном откосе

Рассмотрим пример расчета анизотропного откоса. Определить предельную высоту откоса H , имеющего поверхность ослабления, выходящую в его основание под углом $\beta = 20^\circ$. Физико-механические характеристики пород и поверхности ослабления: $\gamma = 2,5 \text{ т/м}^3$; $C' = 5 \text{ т/м}^2$; $C = 10 \text{ т/м}^2$; $\varphi' = 18^\circ$; $\varphi = 30^\circ$, угол откоса $\alpha = 40^\circ$.

Предположим, что угол наклона криволинейной части поверхности скольжения в точке преломления поверхности скольжения $\psi > \varphi$ и точка преломления находится под откосом, тогда ее форма описывается уравнениями:

$$kx - y_2 = d \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv d\eta_2(p), \quad y_2' > \text{tg}\varphi, \text{ откос};$$

$$(H - y_3) = \frac{C(y_3'^2 - 1)}{\gamma \text{tg}\varphi}, \text{ берма.}$$

Тангенс угла наклона поверхности скольжения в точке стыка откоса и бермы со стороны откоса s определим из уравнения:

$$(f+k)s^4 + 4(1-ks)s^3 + 2(kf^2 - 3f - 2k)s^2 + 4f(f+k)s + f - k - 2kf^2 = 0.$$

Производную поверхности скольжения со стороны бермы, как и раньше, определяем из условия равенства ординат:

$$d \frac{(1+s^2)^2}{2s^3 - (k+3f)s^2 + 2kfs + k - f} = \frac{C(t^2 - 1)}{\gamma f}.$$

Условие в точке стыка имеет вид:

$$\frac{\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2\psi} + (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\psi) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}^2\psi}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2} - (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi') = \frac{\lambda - \frac{C'}{\gamma}(1 + \operatorname{tg}^2\beta)}{h}.$$

Высота точки излома выражается уравнениями:

$$h = d \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{2\operatorname{tg}^3\psi - (k + 3f)\operatorname{tg}^2\psi + 2kft\operatorname{tg}\psi + k - f};$$

$$h = kx_0 - \operatorname{tg}\beta x_0.$$

Абсцисса точки излома:

$$\frac{H}{k} - \int_{\operatorname{tg}\psi}^s \frac{d\eta'_2(p)}{k-p} dp = x_0,$$

где $\eta'_2(p)$ – производная функции по параметру p .

Система уравнений для определения d и H :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{x_0} [\gamma(kx - \operatorname{tg}\beta x)(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi') - C'(1 + \operatorname{tg}^2\beta)] dx + \int_{\operatorname{tg}\psi}^s \left[\frac{p-f}{1+p^2} d\gamma\eta_2(p) - C \right] \frac{d\eta'_2(p)}{k-p} dp + \\ + \frac{2C^2}{\gamma f} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^t \left[\frac{(p^2-1)(p-f)}{f} - (1+p^2) \right] dp = 0, \\ \operatorname{tg}\beta x_0 + \int_{\operatorname{tg}\psi}^s \frac{d\eta'_2(p)}{k-p} p dp + \frac{2C}{\gamma f} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^t p dp + \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = H. \end{array} \right.$$

Данных уравнений достаточно для определения всех неизвестных. По результатам численного решения системы уравнений получим следующие значения геометрических параметров откоса и поверхности скольжения:

$$\{\lambda, s, t, d, h, x_0, \operatorname{tg}\psi, H\}^T = \{7,74, 1,62, 2,23, 7,94, 33,47, 70,45, 1,41, 64,71\}^T.$$

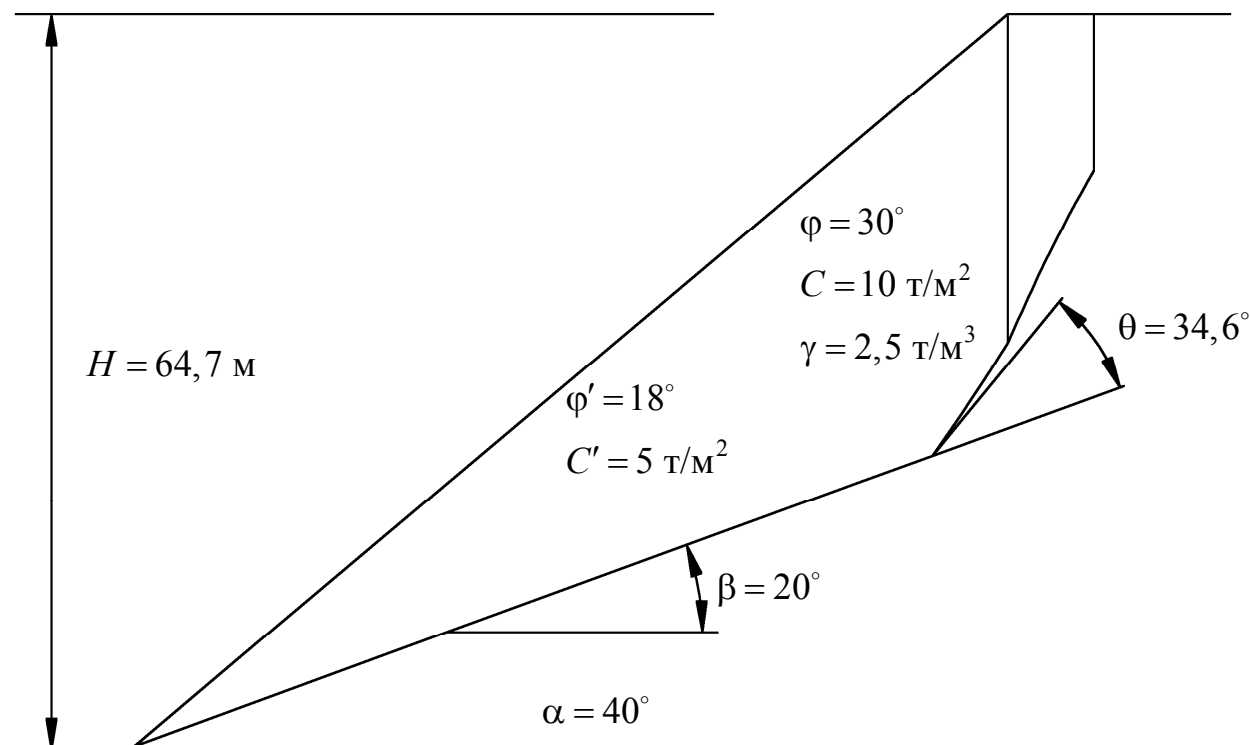


Рис. 2.26. Поверхность скольжения в анизотропном откосе

На рис. 2.26 показана поверхность скольжения и предельные параметры анизотропного откоса для рассмотренного примера.

В заключение отметим, что уравнениями (2.50), (2.51) не исчерпываются все условия в точках излома, которые могут иметь место при решении задач для неоднородных и анизотропных откосов.

Таким образом, необходимо решать задачи для анизотропного и неоднородного откосов в строгой теоретической постановке. В данных расчетах поверхность скольжения и граничные условия для ее построения обеспечивают максимум разности сдвигающих и удерживающих сил (обобщенной силе) на возможном перемещении призмы смещения.

2.6. Расчет подработанных и закарстованных откосов

Расчет устойчивости подработанных откосов или откосов при наличии в породах карста (с известным местоположением) ничем не отличается от расчета неоднородного откоса. И действительно, подработка бортов карьера влечет за собой снижение прочностных характеристик массива и, прежде всего, величины сцепления. То же можно сказать и про карст. Поэтому задача в этом случае сводится к определению условий преломления поверхности скольжения на карсте или ослабленном подземными горными работами участке массива горных пород.

Рассмотрим пример расчета откоса, подработанного подземными горными работами. Пусть требуется определить размер целика горизонтально залегающего тела полезного ископаемого, необходимого для обеспечения устойчивого состояния борта карьера (рис. 2.27).

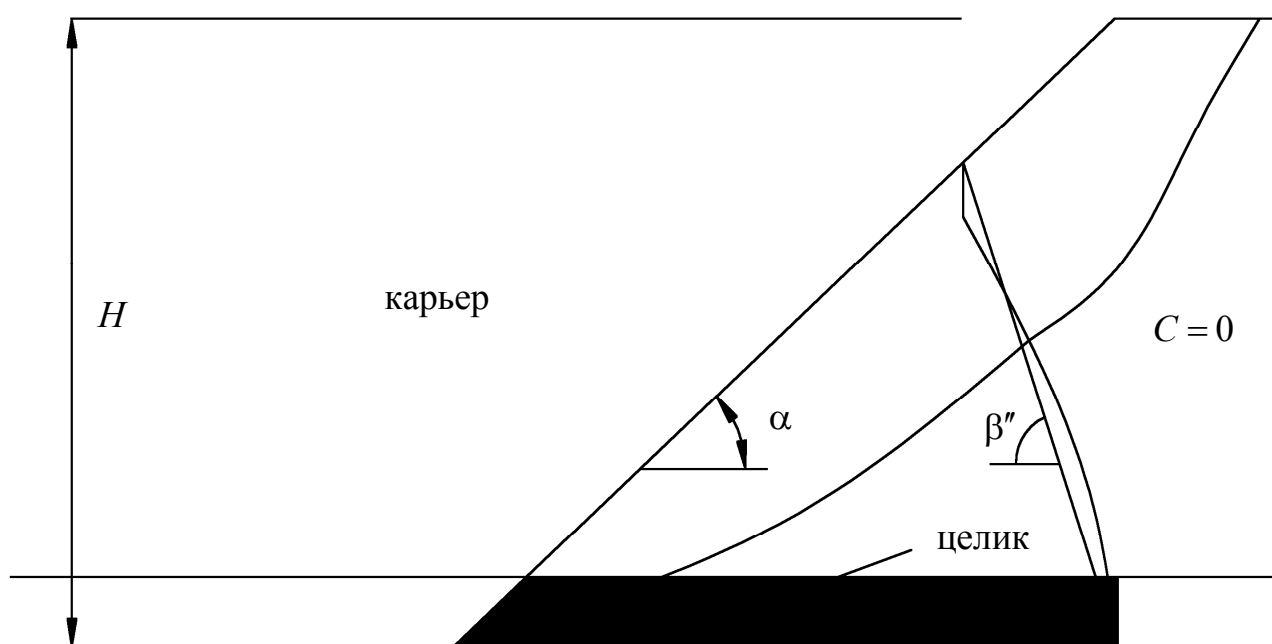


Рис. 2.27. Схема подработанного откоса

Заменим, с незначительной погрешностью, границу областей плавных сдвижений и сдвижений с разрывом сплошности прямой линией, проведенной под углом разрыва β'' (см. рис. 2.27), и поместим начало координат в нижнюю точку откоса. Уравнение данной границы будет иметь вид:

$$y = -\operatorname{tg}\beta''(x - d), \quad (2.52)$$

где d – размер целика.

Будем предварительно считать, что поверхность скольжения преломится на границе областей под откосом, а углы ее наклона по обе стороны от границы будут превышать соответствующие углы внутреннего трения.

Пусть имеем борт карьера высотой $H = 200$ м, углом $\alpha = 40^\circ$, физико-механические характеристики целиковой части массива горных пород:

$\gamma = 2,5$ т/м³; $C = 10$ т/м²; $\varphi = 35^\circ$. Вследствие подработки части прибортового массива его механические характеристики снизились и имеют следующие значения: $\gamma_1 = 2,5$ т/м³; $C_1 = 0$ т/м²; $\varphi_1 = 30^\circ$. Угол разрыва $\beta'' = 70^\circ$.

Поверхность скольжения, как и в рассмотренном выше примере для неоднородного откоса, будет состоять из четырех участков. В целиковой части поверхность скольжения описывается, как и раньше, уравнениями:

$$kx - y_1 = \lambda \frac{(kf - 1)y_1'^2 + 2(k + f)y_1' + 1 - kf}{fy_1'^2 - 2f^2y_1' + k - f + kf^2} \equiv \lambda\eta_1(p), \quad -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \varphi}{2}\right) \leq y_1' \leq \operatorname{tg}\varphi;$$

$$kx - y_2 = \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv \lambda\eta_2(p), \quad y_2' > \operatorname{tg}\varphi.$$

На границе областей с разными физико-механическими свойствами происходит излом поверхности скольжения, после излома поверхность скольжения под откосом описывается уравнением:

$$kx - y_3 = b \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - (k + 3f_1)y_3'^2 + 2kf_1y_3' + k - f_1} \equiv b\eta_3(p),$$

где b – постоянная.

Так как породы в подработанной части массива не обладают сцеплением (связностью), наиболее опасная поверхность скольжения определяется не экстремумом функционала, а экстремумом функции разности сдвигающих и удерживающих сил на площадке среза. Наибольшее главное напряжение совпадает

с весом пород, а угол наклона критической площадки не зависит от величины сцепления, поэтому уравнение поверхности скольжения имеет вид:

$$y_4 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2}\right)x + m, \quad (2.53)$$

где m – постоянная.

Сумма сил на участке бермы подсчитывается при помощи следующего интеграла:

$$\int [\gamma(H - y_4)(y_4' - f_1)] dx. \quad (2.54)$$

Условие в точке излома имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2\psi} - \frac{\operatorname{tg}\omega - \operatorname{tg}\varphi_1}{1 + \operatorname{tg}^2\omega} + (-\operatorname{tg}\beta'' - \operatorname{tg}\psi) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}^2\psi}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2} - \\ & - (-\operatorname{tg}\beta'' - \operatorname{tg}\omega) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi_1\operatorname{tg}\omega - \operatorname{tg}^2\omega}{(1 + \operatorname{tg}^2\omega)^2} = \frac{\lambda\left(1 - \frac{C_1}{C}\right)}{h}, \end{aligned}$$

где ψ, ω – соответственно углы наклона поверхности скольжения до и после преломления на границе областей; h – глубина точки излома.

Глубина точки излома определяется условиями:

$$\begin{aligned} h &= b \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\omega)^2}{2\operatorname{tg}^3\omega - (k + 3f_1)\operatorname{tg}^2\omega + 2kf_1\operatorname{tg}\omega + k - f_1}; \\ h &= \lambda \frac{1 + kf}{1 + f^2} \frac{(1 + \operatorname{tg}^2\psi)^2}{2\operatorname{tg}^3\psi - (k + 3f)\operatorname{tg}^2\psi + 2kft\operatorname{tg}\psi + k - f}. \end{aligned}$$

Абсцисса точки излома с учетом (2.52) определяется уравнениями:

$$kx_0 - h = -\operatorname{tg}\beta''(x_0 - d);$$

$$\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha+\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}^{\operatorname{tg}\varphi} \frac{\lambda\eta'_1(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg}\varphi}^{\operatorname{tg}\psi} \frac{\lambda\eta'_2(p)}{k-p} dp = x_0.$$

Тангенс угла наклона (производная) поверхности скольжения в точке стыка откоса и бермы, как и раньше, определяется из уравнения:

$$(f_1 + k)s^4 + 4(1 - kf_1)s^3 + 2(kf_1^2 - 3f_1 - 2k)s^2 + 4f_1(f_1 + k)s + f_1 - k - 2kf_1^2 = 0.$$

Постоянную m в уравнении поверхности скольжения под бермой (2.53) определим из условия равенства ординат в точке стыка участков поверхностей скольжения:

$$b \frac{(1 + s^2)^2}{2s^3 - (k + 3f_1)s^2 + 2kf_1s + k - f_1} = H - \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2} \right) \frac{H}{k} + m \right).$$

Глубину поверхности скольжения в точке стыка участков откоса и бермы h_1 определим из условия:

$$h_1 = H - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2} \right) \frac{H}{k} - m.$$

И, наконец, система уравнений, требующая выполнения условия предельного равновесия и осуществляющая связь λ , b и H :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}^{\operatorname{tg} \varphi} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+fp} \lambda \eta_1(p) - \frac{C(1+p^2)}{1+fp} \right] \frac{\lambda \eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg} \varphi}^{\operatorname{tg} \psi} \left[\frac{\gamma(p-f)}{1+p^2} \lambda \eta_2(p) - C \right] \frac{\lambda \eta_2'(p)}{k-p} dp + \\ + \int_{\operatorname{tg} \omega}^s \left[\frac{\gamma(p-f_1)}{1+p^2} b \eta_3(p) - C_1 \right] \frac{b \eta_3'(p)}{k-p} dp + \int_{H/k}^{H/k+h_1/\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2} \right)} \left[\gamma \left(H - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2} \right) x - m \right) \left(\sqrt{1+f_1^2} \right) \right] dx = 0; \\ \int_{\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}^{\operatorname{tg} \varphi} \frac{\lambda \eta_1'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg} \varphi}^{\operatorname{tg} \psi} \frac{\lambda \eta_2'(p)}{k-p} dp + \int_{\operatorname{tg} \omega}^s \frac{b \eta_3'(p)}{k-p} dp = \frac{H}{k}. \end{array} \right.$$

Составленных выше условий достаточно для определения всех неизвестных. По результатам численного решения рассматриваемого примера получим параметры, определяющие наиболее опасную поверхность скольжения и размер охранного целика:

$$\{ \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \omega \ s \ \lambda \ b \ x_0 \ h \ h_1 \ m \ d \}^T = \{ 0,78 \ 0,91 \ 1,62 \ 3,80 \ 7,53 \ 163,57 \ 48,34 \ 27,57 \ -240,41 \ 195,93 \}^T.$$

На рис. 2.28 приведена поверхность скольжения и целик, соответствующие предельному равновесию откоса для рассматриваемого примера. В данном случае размер целика должен составлять не менее $d = 196$ м.

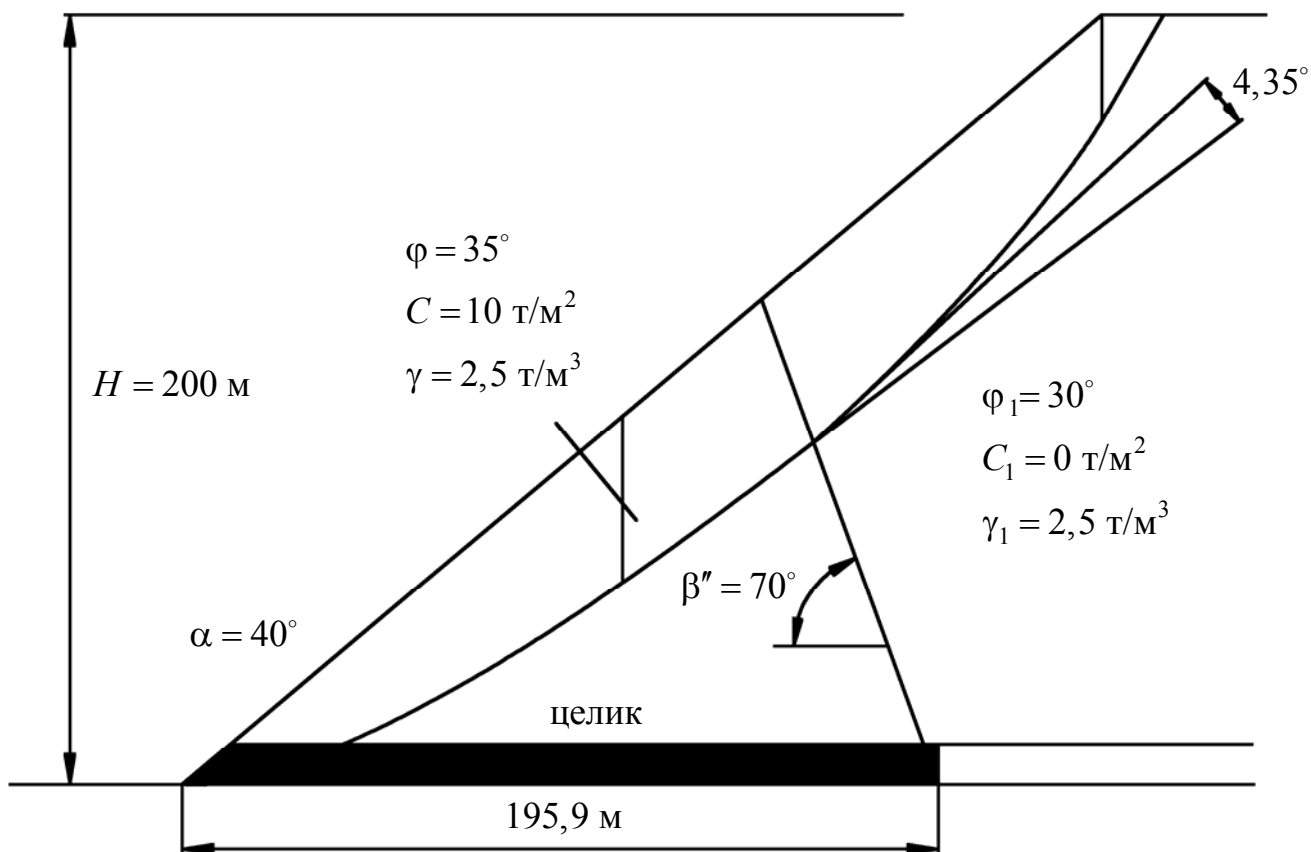


Рис. 2.28. Пример расчета подработанного откоса

Отметим, что из приведенных уравнений могут быть также определены и предельная высота борта, и угол устойчивого откоса.

2.7. Устойчивость отвалов

На рис. 2.29 показан отвал, расположенный на слабом наклонном основании. В зависимости от соотношений параметров, влияющих на его устойчивость, возможны три варианта его разрушения:

1) разрушение произойдет по поверхности скольжения, проходящей только в породах отвала;

2) поверхность скольжения частично будет совпадать с контактом отвал-основание;

3) поверхность скольжения преломляется на контакте отвал-основание, проходит по породам основания и выходит на некотором расстоянии от нижней бровки откоса.

В связи с вышесказанным, расчет отвала по первому варианту идентичен расчету однородного откоса, по второму – анизотропного, а по третьему – неоднородного откоса.

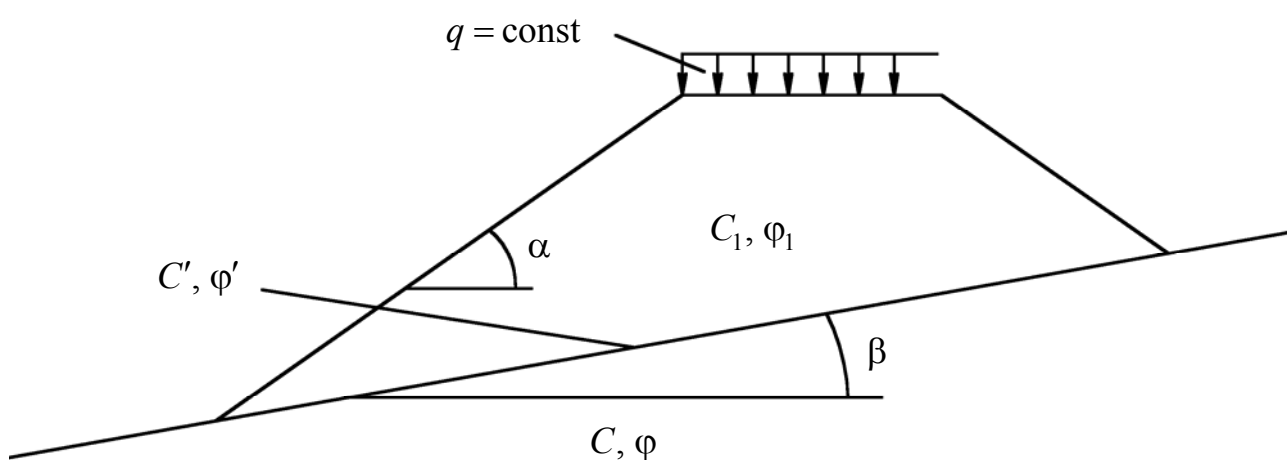


Рис. 2.29. Схема отвала на слабом наклонном основании

В частном случае, когда породы основания прочные (устойчивые), а отвальная масса является скальной и отсыпается в один ярус под углом естественного откоса, отвал будет устойчивым при любой его высоте.

Вместе с тем при расчете устойчивости отвалов имеются некоторые особенности, которые и будут рассмотрены ниже.

Не усложняя и без того непростую схему расчета устойчивости откосов, будем считать распределенную нагрузку q постоянной. Теоретически она может быть задана произвольной функцией, однако установить на практике ее распределение, как правило, не представляется возможным.

Рассмотрим пример расчета отвала на слабом наклонном основании. Пусть отвал скальных пород отсыпан под углом естественного откоса, то есть разрушение по первой схеме невозможно. Геометрические характеристики отвала,

нагрузка и физико-механические свойства следующие (см. рис. 2.29):
 $\alpha = \varphi_1 = 35^\circ$; $\gamma_1 = 2,5 \text{ т/м}^3$; $C_1 = 0 \text{ т/м}^2$; $q = 3 \text{ т/м}$. Характеристики контакта:
 $\beta = 15^\circ$; $C' = 5 \text{ т/м}^2$; $\varphi' = 15^\circ$.

Перейдем к расчету отвала по второй схеме. В принципе расчет такого отвала полностью идентичен примерам на анизотропный и подработанный откос, рассмотренным выше. Единственное дополнение заключается в пригрузке площадки отвала (см. рис. 2.29). Однако никаких принципиальных трудностей пригрузку не вызывает. Ее действие учитывается при суммировании сил под площадкой следующим образом:

$$\int_{H/k}^{H/k+h/\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_1}{2}\right)} \left[\gamma_1 \left(H - \left(H - h + \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_1}{2}\right) \left(x - \frac{H}{k} \right) \right) + \frac{q}{\gamma_1} \right) \left(\sqrt{1 + f_1^2} \right) \right] dx,$$

где h – глубина поверхности скольжения на стыке участков откоса и бермы.

По результатам численного решения примера определены геометрические параметры наиболее слабой поверхности скольжения и предельная высота отвала. Результаты представлены в виде вектора определяемых параметров: $\{\lambda s d h_1 h x_0 \text{tg}\psi H\}^T = \{0,88 \ 1,53 \ 1,38 \ 21,17 \ 7,36 \ 48,97 \ 1,07 \ 53,76\}^T$, где d, h_1 – соответственно масштабный коэффициент и глубина поверхности скольжения в точке преломления, остальные обозначения см. выше. Поверхность скольжения приведена на рис. 2.30.

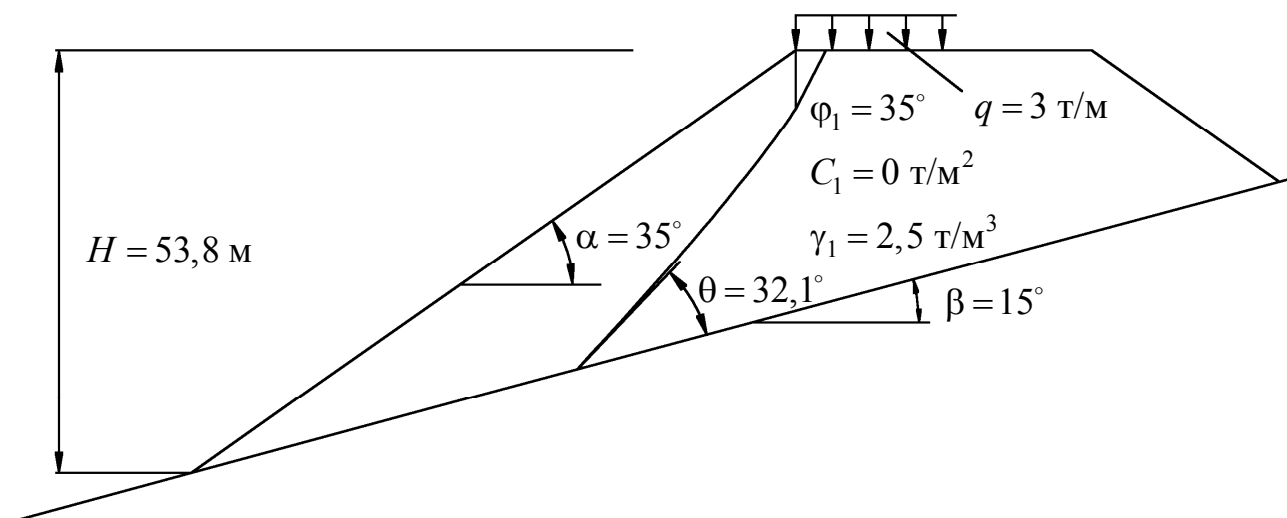


Рис. 2.30. Расчет отвала на наклонном основании

В заключение отметим, что если бы породы отвала обладали сцеплением, отыскание поверхности скольжения под бермой необходимо было бы производить при $n = 1$, т. е. $\lambda = C/\gamma$.

Рассмотрим пример расчета отвала по третьей схеме. Расчет по этой схеме является наиболее сложным и включает в себя практически все элементы и приемы расчета, рассмотренные выше. Дело в том, что поверхность скольжения будет проходить как под откосом отвала, так и под откосом основания, угол наклона которого в пределе может быть равен нулю. Выше нам приходилось рассматривать лишь откосы с углом, превышающим угол внутреннего трения пород. В этой связи возникают некоторые особенности расчета, которые рассмотрим по порядку.

Будем считать, что угол наклона откоса основания меньше угла внутреннего трения слагающих его пород, то есть $0 \leq \alpha_1 \leq \varphi$. В противном случае рассматриваемая задача будет сводиться к задаче по расчету неоднородного откоса, которая была рассмотрена выше. Кроме того, угол наклона откоса основания должен быть менее угла трения пород отвала по породам основания.

При построении поверхностей скольжения в однородных свободных откосах и определении их предельных параметров был введен некоторый коэффициент λ , обеспечивающий выполнение условия предельного равновесия и определяющий предельные параметры откосов. Когда рассматривается участок выпора пород с углом откоса, меньшим угла внутреннего трения пород основания, очевидно, условие предельного равновесия должно выполняться автоматически, т. е. $n = 1$ (см. выше), подобно тому, как и на участке под верхней бермой, мы принимали $n = 1$.

Итак, начиная с точки, находящейся на некотором удалении от нижней бровки отвала, до точки, соответствующей нижней бровке отвала при выполнении условия $\alpha_1 \leq \varphi$, поверхность скольжения описывается известным уравнением (так как $n = 1$, то в уравнении (2.26) λ заменяем на C/γ):

$$k_1 x - y_1 = \frac{C(k_1 f - 1)y_1'^2 + 2(k_1 + f)y_1' + 1 - k_1 f}{\gamma f y_1'^2 - 2f^2 y_1' + k_1 - f + k_1 f^2}, \quad -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_1 + \varphi}{2}\right) \leq y_1' \leq \varphi.$$

Построение поверхности скольжения на этом участке имеет некоторую особенность, связанную с тем, что $\alpha_1 \leq \varphi$. Дело в том, что определение координат точек поверхности скольжения осуществляется при помощи интегрирования некоторой функции (2.26), (2.42), имеющей разрыв в точке:

$$p = f - \sqrt{\frac{(f - k_1)(1 + f^2)}{f}},$$

где p – параметр интегрирования (по сути, производная функции поверхности скольжения).

В случае, когда $\alpha_1 > \varphi$, разрыва функции нет, то есть как в рассмотренных выше задачах, например на однородный откос.

Разрыв функции будет иметь место при выполнении условия: $0 < \alpha_1 < \varphi$. При этом точка разрыва (угол наклона поверхности скольжения), в зависимости от угла внутреннего трения и угла откоса, находится в интервале: $-\left[\pi/4 - \varphi/2\right] \leq \vartheta \leq \varphi$. Точка разрыва ϑ соответствует максимальному значению угла поверхности скольжения на этом интервале и определяется глубиной расположения поверхности скольжения на стыке участков откосов отвала и откоса основания и не может превышать значения $\arctg p$.

Следующий участок поверхности скольжения (второй) находится под откосом отвала, а сама поверхность скольжения пока проходит по породам основания отвала. Так как в точке под нижней бровкой отвала $\vartheta < \varphi$, то поверхность скольжения на рассматриваемом участке описывается уравнением:

$$kx - y_2 = \frac{\left[\lambda(kf - 1) + Af^2\right]y_2'^2 + 2\left[\lambda(k + f) + Af\right]y_2' + \lambda(1 - kf) + A}{fy_2'^2 - 2f^2y_2' + k - f + kf^2}. \quad (2.55)$$

Если в уравнении (2.55) положить $A = 0$ или, что то же самое, воспользоваться условием трансверсальности на пересечении с откосом, то получим уравнение (2.26).

Условие на стыке участков откоса отвала и откоса основания получим при рассмотрении разрывной вариационной задачи второго рода при условии равенства ординат по обе стороны от стыка:

$$\frac{h_1(1+f^2) + \frac{C}{\gamma}(f - 2\operatorname{tg}\psi_1 - fg^2\psi_1)}{(1+fg\psi_1)^2} = \frac{h_1(1+f^2) + \lambda(f - 2\operatorname{tg}\psi_2 - fg^2\psi_2)}{(1+fg\psi_2)^2},$$

где h_1 – глубина точки излома; ψ_1, ψ_2 – углы наклона поверхности скольжения в точке преломления.

Заметим, что излом поверхности скольжения на стыке участков откоса отвала и откоса основания будет иметь место, если угол откоса отвала больше угла внутреннего трения пород отвала, а угол откоса основания меньше угла внутреннего трения пород основания. В противном случае излома поверхности не будет.

Далее, на участке $\vartheta > \varphi$ поверхность скольжения описывается уже известным уравнением:

$$kx - y_3 = (\lambda + B) \frac{(1 + y_3'^2)^2}{2y_3'^3 - (k + 3f)y_3'^2 + 2kfy_3' + k - f},$$

где B – постоянная интегрирования.

Этим уравнением описывается поверхность скольжения на третьем участке, который продолжается до контакта основание – отвал. Далее, как и было показано выше, поверхность скольжения преломляется, после чего начинается четвертый участок. В случае если угол наклона поверхности скольжения после преломления превышает угол внутреннего трения пород отвала (если это не так, то появится еще один участок, описываемый уравнением (2.55) с углом внутреннего трения, характеризующим породы отвала), поверхность скольжения опишется уже известным уравнением:

$$kx - y_4 = d \frac{(1 + y_4'^2)^2}{2y_4'^3 - (k + 3f_1)y_4'^2 + 2kf_1y_4' + k - f_1}.$$

где d – постоянная.

Условие в точке преломления поверхности скольжения на контакте основание – отвал, при условии равенства объемных весов пород основания и отвала, имеет вид:

$$\frac{\operatorname{tg}\psi_3 - \operatorname{tg}\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2\psi_3} - \frac{\operatorname{tg}\psi_4 - \operatorname{tg}\varphi_1}{1 + \operatorname{tg}^2\psi_4} + (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\psi_3) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi_3 - \operatorname{tg}^2\psi_3}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi_3)^2} -$$

$$-(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\psi_4) \frac{1 + 2\operatorname{tg}\varphi_1\operatorname{tg}\psi_4 - \operatorname{tg}^2\psi_4}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi_4)^2} = \frac{\lambda \left(1 - \frac{C_1}{C}\right)}{h_2},$$

где ψ_3, ψ_4 – соответственно угол наклона поверхности скольжения до преломления в основании отвала и после преломления в породах отвала; β – угол наклона контакта основание – отвал в точке преломления; h_2 – глубина точки излома; C_1, C – соответственно сцепление пород отвала и основания; φ_1, φ – соответственно углы внутреннего трения пород отвала и основания.

Заметим, что если сцепления пород отвала и основания оба равны нулю, то правая часть условия преломления поверхности скольжения также равна нулю.

Все остальные уравнения и параметры определяются подобно тому, как в задачах на неоднородный и подработанный откос, а также из примера отвала на наклонном основании.

Рассмотрим частный случай – горизонтальное основание под действием равномерно распределенной нагрузки q (рис. 2.31).

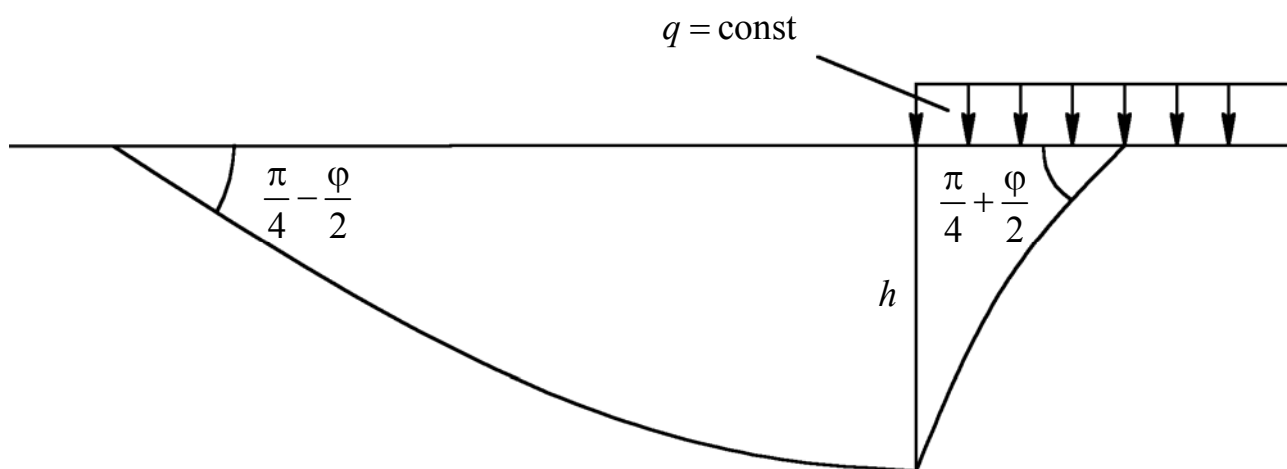


Рис. 2.31. Расчет устойчивости основания

Для откосов, угол наклона которых превышает угол внутреннего трения, поверхность скольжения состоит из трех участков (см. выше), на каждом из которых свое условие равновесия или устойчивости, описываемые уравнениями (2.22), (2.23), (2.33). Для оснований (угол откоса равен нулю) участок поверхности скольжения, описываемый условием равновесия (2.22), будет отсутствовать, так как не выполняется критерий (2.34). Таким образом, поверхность скольжения состоит из двух участков, причем для обоих участков необходимо принять $n = 1$. Нагруженный участок подобен вертикальному откосу – участок горизонтальной бермы, а ненагруженный участок – участку выпора. Глубина точки излома поверхности скольжения h является параметром, изменяя который, отыскивают поверхность скольжения с максимальной разницей сдвигающих и удерживающих призму смещения сил. Аналогично для наклонного основания глубину точки излома на стыке участков откоса отвала и откоса основания h_1 можно принять в качестве изменяемого параметра.

Рассмотрим пример расчета нагруженного отвала ($q = 1$ т/м) с геометрическими параметрами ($\alpha = 35^\circ$; $H = 35$ м) и физико-механическими свойствами ($\varphi_1 = 35^\circ$; $\gamma_1 = 2,5$ т/м³; $C_1 = 0$ т/м²), отсыпанного на слабое наклонное основание, обладающее физико-механическими характеристиками:

$$\varphi = 15^\circ; \gamma = 2,5 \text{ т/м}^3; C = 5 \text{ т/м}^2.$$

По результатам численного решения определены следующие геометрические параметры:

$$\{h_1 h_2 h_3 \psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4 \psi_5 \lambda d AB\}^T = \\ = \{0,22 \ 13,05 \ 3,91 \ -29,6 \ -25,5 \ 34,0 \ 46,1 \ 56,8 \ 2,42 \ 0,74 \ 1,11 \ 1,37\}^T,$$

где h_3 – глубина поверхности скольжения на стыке участков откоса отвала и горизонтальной площадки; ψ_5 – угол наклона поверхности скольжения на стыке участков откоса отвала и горизонтальной площадки (со стороны откоса).

На рис. 2.32 представлен пример расчета устойчивости отвала с выпором основания. Отметим, что показанная на рис. 2.32 поверхность скольжения является предельной, но не является наиболее слабой. Как отмечалось выше, критическую поверхность скольжения необходимо отыскивать перебором параметра, например h_1 .

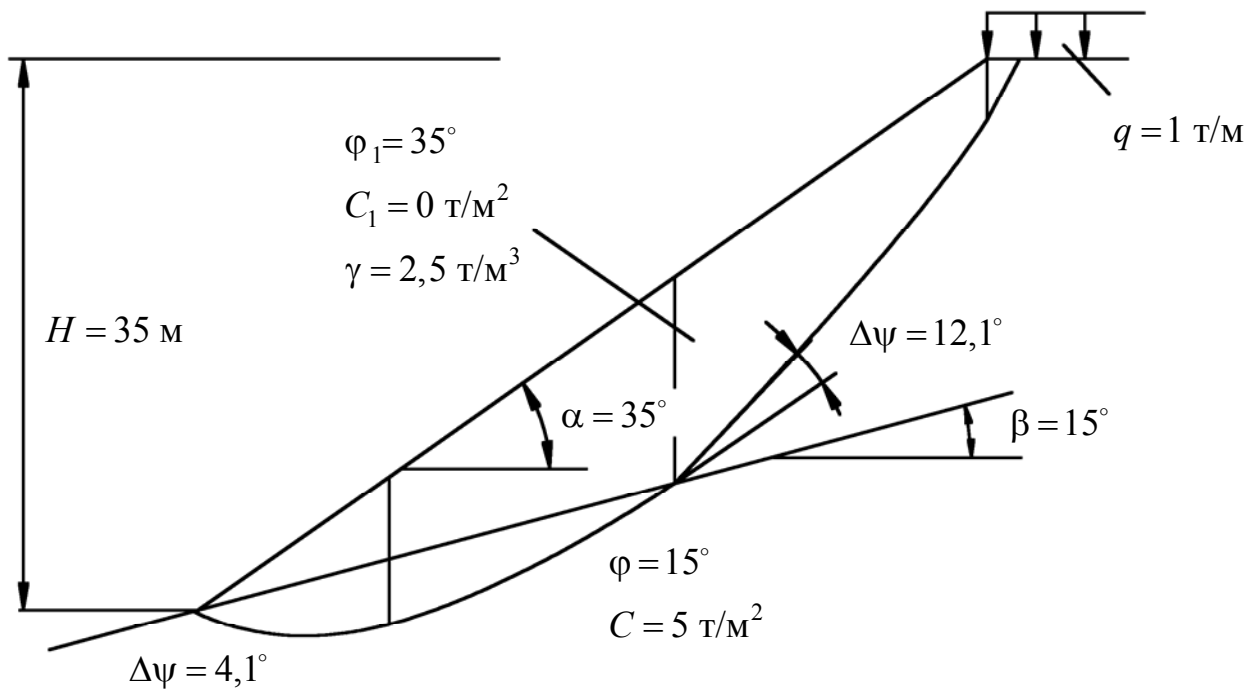


Рис. 2.32. Расчет отвала на слабом наклонном основании

Необходимо помнить, что поверхность скольжения выходит в основание отвала лишь при определенных (низких) механических характеристиках пород основания. Впрочем, условия выпора пород основания требуют дальнейшего уточнения.

2.8. Расчет обводненных откосов

Как известно, силы гидростатического взвешивания и гидродинамического давления эквивалентны некоторой силе, называемой силой гидростатического давления, действующей по площадке скольжения и перпендикулярной к ней. Ее численное значение определяется формулой [15]:

$$D = \gamma_B h_B l,$$

где γ_B – объемный вес воды; $h_B = (y_B - y)$ – высота столба воды; y_B – функция депрессионной кривой; y – функция поверхности скольжения; l – протяженность обводненной части отсека (для подтопленного отсека равна длине площадки скольжения отсека).

При расчете откосов с элементарным размером отсека

$$D = \frac{\gamma_B h_B dx}{\cos \vartheta}, \quad (2.56)$$

где ϑ – угол наклона основания отсека.

Как было показано выше, условие равновесия призмы смещения для однородного откоса описывается при помощи интегралов (сумм). В целях упрощения выводов и более яркого представления идеи учета силового воздействия подземных вод, будем рассматривать только один из них, являющийся наиболее общим и определяющий наиболее протяженную часть поверхности скольжения. Обобщенную силу для рассматриваемого участка поверхности скольжения с учетом гидрогеологии можно представить в виде:

$$\int_{\vartheta > \varphi} \left[\frac{\gamma(\hat{y} - y)(y' - f) - (C - f\gamma_B)(y_B - y)(1 + y'^2)}{1 + y'^2} \right] dx. \quad (2.57)$$

Из условия (2.57) вытекает силовое воздействие подземных вод. Оно может быть учтено снижением величины сцепления в каждой рассматриваемой точке поверхности скольжения (отсеке).

Выясним, каким образом обводненность откоса влияет на изменение положения наиболее вероятной поверхности скольжения по сравнению с сухим откосом. Для необводненных откосов положение потенциальной поверхности скольжения обосновано выше.

Запишем условие трансверсальности (условие в точке пересечения поверхности скольжения с депрессионной кривой) в общем виде:

$$F + (\psi' - y') F_{y'} \Big|_{x=x_0} = 0, \quad (2.58)$$

где $F, F_{y'}$ – подынтегральное выражение и частная производная подынтегрального выражения по y' ; ψ' – производная функции кривой, вдоль которой перемещается экстремаль (депрессионная кривая); x_0 – абсцисса точки пересечения экстремали (поверхности скольжения) и кривой, вдоль которой перемещается экстремаль (депрессионная кривая).

Выясним, будет ли преломляться поверхность скольжения при переходе с сухого на обводненный участок массива и наоборот, а также в случае преломления депрессионной кривой (например, когда она выходит в откос). Для этого необходимо рассмотреть разрывную задачу вариационного исчисления второго рода. Рассмотрим два соседних отсека, разделенных вертикальной границей. При этом площадка скольжения одного из отсеков обводнена, а другого нет. Приравнявая условия трансверсальности (2.58) для функционала (2.57), а также учитывая, что на границе отсеков $h_B = 0$, будем иметь:

$$y'_{1B} = y'_1; y'_{2B} = y'_2 .$$

Этот же результат справедлив для произвольной границы между отсеками.

Таким образом, производные функции поверхности скольжения в точке стыка сухого и обводненного участков равны, то есть излом поверхности скольжения отсутствует. Другими словами, обводнение горных пород не влияет на форму поверхности скольжения в откосах, чего раньше никто не доказывал.

Как указывалось выше, силовое действие воды состоит в уменьшении величины сцепления в обводненных точках (отсеках) поверхности скольжения. А в силу того, что на форму поверхности скольжения вода влияния не оказывает, существует некоторое приведенное (среднее) значение сцепления, удовлетворяющее предельному равновесию обводненного откоса.

Таким образом, на обводненном среднем участке поверхности скольжения величина силы сцепления:

$$F_{BC} = \int_B [C - \text{tg}\varphi\gamma_B (y_B - y)] dx ,$$

а на сухом участке:

$$F_C = \int C dx .$$

Среднее или приведенное значение сцепления определится формулой:

$$C_B = \frac{\int_B [C - \text{tg}\varphi\gamma_B (y_B - y)] dx + \int C dx}{\int_B dx + \int dx} = C - \frac{\gamma_B S_B \text{tg}\varphi}{d} = C - \gamma_B h_B^{\text{cp}} \text{tg}\varphi , \quad (2.59)$$

где S_B – объем воды в пределах призмы смещения; d – горизонтальная проекция поверхности скольжения; h_B^{cp} – среднее значение высоты столба воды вдоль всей поверхности скольжения (используется вся поверхность скольжения, включая необводненную).

Таким образом, для приближенного определения предельных параметров обводненного однородного откоса необходимо вычислить по формуле (2.59) значение величины приведенного сцепления массива и воспользоваться номограммой устойчивости (см. рис. 2.16).

2.9. Устойчивость откосов в поле тектонических и сейсмических напряжений

Рассмотренные выше задачи по оценке устойчивости откосов в различных условиях относятся к так называемому гравитационному типу оползневых явлений. То есть единственной активной силой, выводящей откос (призму смещения) из положения равновесия, является вес горных пород, обуславливаемый гравитацией. Вес горных пород формирует также напряженное состояние. Вертикальная компонента напряжений является активной, а горизонтальная – реактивной.

Однако в практике разработки месторождений часто встречаются случаи, когда горизонтальная компонента естественного поля напряжений является активной, кроме того, ее величина может превосходить вертикальную компоненту в разы. В этом случае говорят о действии в массиве тектонических полей напряжений, обусловленных тектоническими процессами (субдукция, рифтогенез, коллизия, орогенез и др.), которые достаточно подробно описаны в курсах геотектоники и геодинамики недр, например [272, 273]. Задача по определению конструктивных элементов бортов карьера в условиях тектонических полей напряжений была поставлена сравнительно недавно. Одним из первых этот вопрос поставил В. Г. Зотеев. В своей диссертационной работе он указал, что пренебрежение тектоническими напряжениями вполне оправданно при малых глубинах карьера, где тектонические напряжения практически полностью сня-

ты процессами разгрузки и выветривания. Но это пренебрежение совершенно недопустимо для карьеров с глубиной вреза в скальные породы более 150 – 200 м. По мнению В. Г. Зотеева, напряженное состояние для таких глубин будет определяться, главным образом, региональным полем тектонических напряжений [39]. Здесь необходимо уточнить. Тектонические поля напряжений имеют место быть не только в породах кристаллического фундамента, но также и в осадочных чехлах. Например, зафиксированы повышенные поля тектонических напряжений в соляных отложениях [274]. Кроме того, имеется теоретическое обоснование распределения тектонических полей напряжений в осадочном чехле при разломной активности кристаллического фундамента [176].

Необходимо отметить, что определение ориентировки главных осей напряжений в пространстве и значений главных напряжений является сложной научной задачей [174 – 179, 275, 276]. Не рассматривая причин возникновения тектонических напряжений и определения их ориентировки и значений, перейдем к исследованию вопроса их учета при оценке устойчивости откосов бортов карьеров.

В силу неоднозначности вопроса необходимо сделать ряд принципиальных замечаний.

1. Разрушение горных пород, как и любых других материалов, при срезе происходит по некоторой поверхности, которую, как и раньше, будем называть поверхностью скольжения (разрушения). Если речь идет об идеально однородных откосах или откосах, которые можно привести к таковым посредством статистического усреднения физико-механических свойств, то поверхность скольжения является плавной и криволинейной (см. выше). Если в массиве присутствует ярко выраженная система трещин с падением в карьер или сплошные трещины (поверхности ослабления, включая тектонические нарушения) большого протяжения, то такой откос следует считать анизотропным, а поверхность скольжения будет иметь излом (см. выше). Если массив разбит одиночными, разнонаклонными трещинами, соизмеримыми с размерами откоса, то поверхность скольжения будет ломаной, в большинстве своем, совпадая с трещинами.

Какой бы из перечисленных случаев ни имел место, откос все равно разрушается по некоторой поверхности, называть которую будем, как и раньше, поверхностью скольжения. Однако для каждого типа поверхности скольжения и каждого ее участка необходимо обосновать условие устойчивости или равновесия.

2. Призма смещения, так же как и любое другое тело, может перемещаться в пространстве под действием активных сил и реакций связей. Поэтому, несмотря на то, что граничными условиями являются тектонические поля напряжений, условие устойчивости (частный случай движения) должно быть выражено через силы, а не напряжения.

3. Недопустимо оценивать устойчивость всей призмы смещения сравнением напряжений или сил в какой-либо точке поверхности скольжения. Другими словами, критерий устойчивости должен определяться суммами удерживающих и сдвигающих сил вдоль всей поверхности скольжения, разумеется, при выполнении условия сплошности (неразрывности) призмы смещения.

Цель данного раздела – установление условий устойчивости (разрушения) откосов, находящихся в условиях тектонического воздействия. Необходимо разработать методику расчета откосов при известном распределении напряжений в прибортовом массиве, т. е. получить аналитическое выражение, отвечающее условиям необходимости и достаточности равновесия призмы смещения, с помощью которого суммируются тектонические и гравитационные силы.

Таким образом, имеется плоский откос и известное поле распределения компонент напряжений (рис. 2.33). В случае, когда наиболее опасная поверхность скольжения определена, вдоль нее будут известны компоненты плоского поля напряжений. Кроме того, очевидно, что в предельном равновесии вдоль поверхности скольжения (как и в каждой отдельной точке поверхности скольжения) выполняется условие предельного кулоновского равновесия.

С другой стороны, действие тектонических полей в точке эквивалентно некоторой горизонтальной силе, действующей на элементарный отсек:

$$F_T = k_k \sigma_T \operatorname{tg} \vartheta_i dx, \quad (2.60)$$

где k_k – коэффициент концентрации тектонических (горизонтальных) напряжений в рассматриваемой точке поверхности скольжения; σ_T – тектоническое (горизонтальное) нормальное напряжение в нетронутом массиве (в естественном залегании).

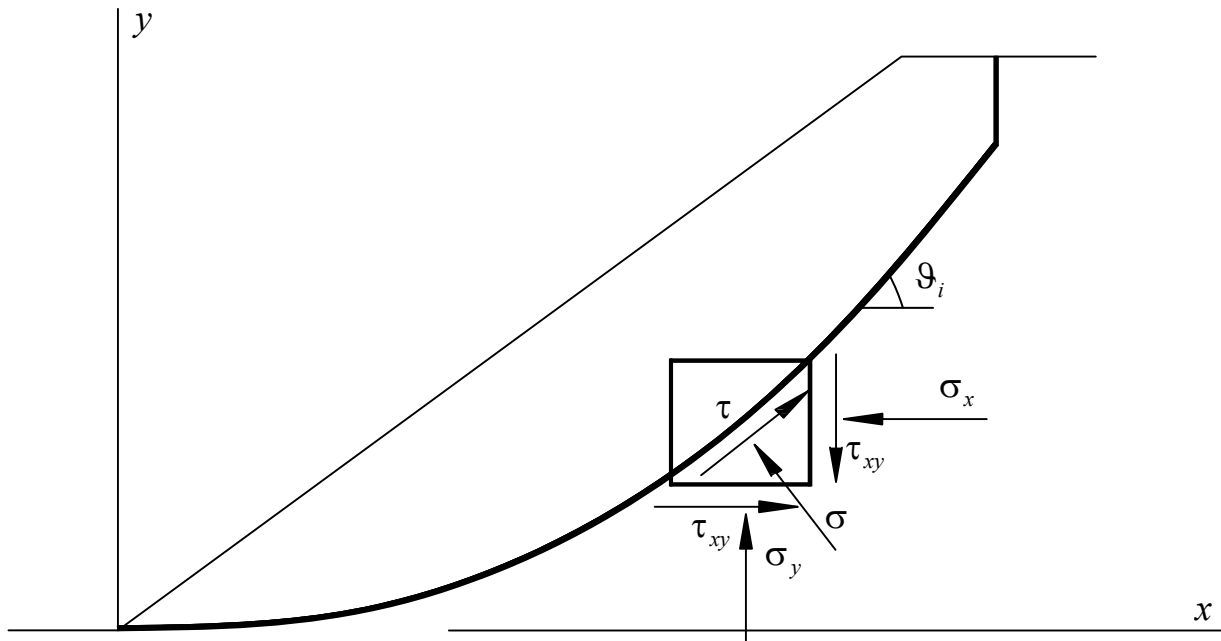


Рис. 2.33. Напряженное состояние горных пород в окрестности поверхности скольжения

Таким образом, к расчетной схеме по установлению условия равновесия отсека (рис. 2.11) необходимо добавить горизонтальную сдвигающую тектоническую силу (2.60). В силу того, что тектоническая сила параллельна реакции ΔE , в условие равновесия отсека (2.15) и (2.16) она войдет с тем же множителем. Заметим, что появление тектонической силы не изменяет закона распределения межблоковых реакций, поэтому дальнейшие операции по выводу условий равновесия призмы смещения на различных участках будут идентичны случаю гравитационных сил.

Тектоническое напряжение часто представляют в виде:

$$\sigma_T = \lambda \gamma H, \quad (2.61)$$

где H – глубина точки от поверхности (до начала разработки); λ – коэффициент пропорциональности, численно равный отношению горизонтальной составляющей поля тектонических напряжений к вертикальной. Численное значение

коэффициента λ некоторые авторы для тектонических регионов оценивают величиной 1 – 10 (если тектоники нет, то будем считать $\lambda = 0$).

Коэффициент концентрации тектонических напряжений k_k является весьма значимой характеристикой. Он показывает степень рассеяния тектонических напряжений в окрестности поверхности скольжения (открытой горной выработки) и определяется размерами карьера в плане, высотой и углом откоса, глубиной заложения поверхности скольжения. В первом приближении коэффициент концентрации может быть оценен по формуле [277]:

$$k_k = \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right),$$

где r_0 – радиус выработки (карьера) в плане (на рассматриваемой высоте); r – расстояние до рассматриваемой точки.

Более детальные исследования по установлению напряжений в прибортовой зоне карьеров приведены в работе [276].

Так как k_k заведомо меньше единицы (при некоторых параметрах карьера может быть значительно меньше), то очевидно, что учет тектонической составляющей напряжений необходим при достаточно высоком значении λ .

Если проектируемый объект (дамба хвостохранилища, карьер и т. д.) находится в сейсмоактивном регионе, то их проектирование (расчет) необходимо производить с учетом возможного сейсмического воздействия.

Механизм воздействия сейсмике на откос представляется следующим образом. В момент сейсмического события из гипоцентра (точка в массиве, где произошло высвобождение энергии, эпицентр – это его проекция на земную поверхность) начинают распространяться упругие сейсмические волны (волны напряжений), которые принято подразделять на продольные (создают нормальные напряжения и линейные деформации в массиве) и поперечные (создают касательные напряжения и угловые деформации). Распространение волн приводит к упругим колебаниям среды (частиц горной породы) с некоторым ускорением. Согласно принципу Даламбера, ускорение порождает сейсмическую

инерционную силу, направленную противоположно. Таким образом, на каждый отсек призмы смещения будет действовать сила, прямо пропорциональная его массе и ускорению частиц среды. Интенсивность сейсмического события (землетрясения) принято измерять в баллах. В нашей стране используется двенадцатибалльная система. Модуль сейсмической силы определяется по формуле [18]:

$$F_c = \frac{1}{1 - T_0^2} k_c P,$$

где T_0 – период собственных колебаний частиц породы (весь множитель носит название «динамический коэффициент» и в практических расчетах принимается равным единице); P – вес рассматриваемого объема (отсека, блока); $k_c = a/g$ – коэффициент сейсмичности, равный отношению ускорения сейсмической волны к ускорению свободного падения [18, 278]:

Расчетная сейсмичность в баллах	6	7	8	9	10
Коэффициент сейсмичности k_c	0,01	0,025	0,05	0,10	0,25

Направление действия сейсмической силы большинство исследователей принимают горизонтальным. С другой стороны, как было доказано выше, общая реакция со стороны соседних отсеков направлена под углом $\vartheta_i - \varphi$ к горизонту в сторону массива, при этом она совершит максимальную (минимальную) работу. Таким образом, направление, противоположное данному, будет являться самым уязвимым с точки зрения устойчивости. Поэтому примем это направление за направление действия сейсмической силы на каждый отсек. То есть направление сейсмической силы будет меняться от отсека к отсеку вдоль поверхности скольжения, что будет соответствовать максимально негативному влиянию сеймики на откос, а это всегда идет в запас устойчивости.

Таким образом, условие равновесия откоса (призмы смещения) в условиях обводненности, сейсмичности и тектонических напряжений примет вид (интегралы заменены на суммы):

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vartheta \leq \varphi} \left[\frac{\gamma h (\operatorname{tg} \vartheta - \operatorname{tg} \varphi + k_c / (\cos \vartheta \cos \varphi)) + k_k \sigma_T \operatorname{tg} \vartheta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta) - (C - \gamma_B h_B \operatorname{tg} \varphi) (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta} \right] \Delta + \\
& + \sum_{\vartheta > \varphi} \left[\frac{\gamma h (\operatorname{tg} \vartheta - \operatorname{tg} \varphi + k_c / (\cos \vartheta \cos \varphi)) + k_k \sigma_T \operatorname{tg} \vartheta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta) - (C - \gamma_B h_B \operatorname{tg} \varphi) (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)}{1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta} \right] \Delta + \\
& + \sum_{\text{берма}} \left[\gamma h (\operatorname{tg} \vartheta - \operatorname{tg} \varphi + k_c / (\cos \vartheta \cos \varphi)) + k_k \sigma_T \operatorname{tg} \vartheta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta) - (C - \gamma_B h_B \operatorname{tg} \varphi) (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta) \right] \Delta = 0,
\end{aligned} \tag{2.62}$$

где h – высота отсека; Δ – ширина отсека.

Разумеется, не представляет никакого труда записать условие равновесия призмы смещения (2.62) через коэффициент устойчивости. В случае, когда поверхность скольжения не формируется, а совпадает с уже существующими поверхностями ослабления массива, для расчета баланса сил нужно использовать последнее слагаемое (2.62).

Отметим, что предлагаемая методика учета тектонических напряжений при оценке устойчивости откосов не требует проведения математического моделирования для определения напряженного состояния в окрестности поверхности скольжения. В этой связи нет необходимости выдвигать гипотезы о модели среды (упругая, пластическая и т. д.) и обосновывать трудноопределимые показатели деформационных свойств массива, как правило, сложной структуры.

Для оценки влияния тектонических напряжений на устойчивость откосов введем показатель, который можно назвать коэффициентом вклада тектонических напряжений (в точке, то есть для одного отсека). Данный коэффициент численно равен отношению работы тектонических сил к работе гравитационных сил на возможном перемещении всей призмы. Таким образом, с учетом выражения (2.61), коэффициент вклада определится зависимостью

$$k_T = \frac{k_k \lambda \gamma H \operatorname{tg} \vartheta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta)}{\gamma h \operatorname{tg} \vartheta} = k_k \lambda (H / h) (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta). \tag{2.63}$$

Как следует из выражения (2.63), тектонические силы могут вносить весьма существенный вклад в устойчивость откосов, соизмеримый и даже превы-

шающий вклад гравитационных сил. Средний коэффициент влияния вдоль всей поверхности скольжения будет характеризовать общий вклад тектонических напряжений в устойчивость призмы смещения в сравнении с гравитационным.

В отличие от действия подземных вод, сейсмика и тектоническая нагрузка приводят к изменению формы поверхности скольжения (силы зависят от угла наклона поверхности скольжения, а значит, в функционал входит производная функции поверхности скольжения). Поверхность скольжения для случая тектонических напряжений находится аналогично случаю гравитационных сил, однако для этого необходимо располагать функцией коэффициента концентрации напряжений $k_k = k_k(x, y)$. Кроме того, решение данной задачи в аналитическом виде резко усложнится (в первом приближении коэффициент можно принять постоянным, средним). Несмотря на это, анализируя функционалы (2.62) и выражение (2.61), можно проследить некоторые закономерности поведения наиболее опасной поверхности скольжения, в случае действия тектонических напряжений. Совершенно очевидно, что наиболее опасная поверхность скольжения под откосом свои наибольшие углы ϑ будет приурочивать к наибольшим значениям H . Это значит, что уже в нижних точках поверхность скольжения будет стремиться к своим максимальным углам наклона (предельным из условия неразрывности или сплошности призмы смещения). Но в силу того, что угол наклона поверхности скольжения под откосом возрастает, в однородных массивах поверхность скольжения, ее большая часть, будет близка к плоскости.

Таким образом, размер призмы смещения с увеличением тектонических напряжений будет уменьшаться. К этим же выводам приходит М. В. Рыльникова с соавторами [32]. И, в общем, данный факт объясним. Когда тектонические напряжения равны нулю, призма смещения увеличивается в размерах для увеличения размеров призмы активного давления, то есть чтобы сдвигающих сил было достаточно для нарушения устойчивости откоса. Когда же действуют тектонические напряжения, в этом нет необходимости, то есть сдвигающих активных сил достаточно для нарушения устойчивости откоса. Кроме того, уже и не

нужна минимальная высота, необходимая для образования площадок среза H_{90} , или, по крайней мере, не требуется ее полных размеров.

В случае сильнотрещиноватых скальных массивов разрушение откоса будет происходить в виде отделения небольших участков (призм) по системам трещин и их перемещения вниз под действием собственного веса. Именно поэтому деформации скальных прибортовых массивов при действии тектонических полей напряжений не похожи на классические оползневые явления гравитационного типа, с захватом достаточно обширных призм смещения и с более или менее выдержанной формой криволинейной поверхности скольжения, а также трещиной отрыва. Деформации откосов в этом случае будут больше напоминать осыпи и обрушения.

Вопрос определения геометрии поверхности скольжения при действии в массиве тектонических напряжений требует дальнейшей математической проработки.

2.10. Разработка методики приближенной оценки устойчивости откосов сооружений

Выше изложена теория строгого расчета устойчивости откосов в произвольных по сложности условиях. Все входящие неизвестные параметры для построения поверхностей скольжения, а также предельные параметры откосов определяются расчетом. Безусловно, за таким подходом будущее, особенно, если принять во внимание применение ЭВМ. Однако на практике зачастую встает задача приближенной оценки устойчивости откосов, кроме того, поверхность откоса не всегда можно точно описать какой-либо функцией, поэтому в таких случаях, при отсутствии программного обеспечения, рациональнее решать задачу графоаналитическим способом. Здесь имеется в виду построение поверхности скольжения, разбиение ее на отсеки и суммирование сдвигающих и удерживающих сил с использованием зависимости (2.62). То есть, на первый план в таких расчетах выходит построение поверхности скольжения. Таким образом, наша задача сводится к определению приближенной методики построения по-

верхности скольжения, опираясь на строгую теорию, изложенную выше. Исследования, как и раньше, выстроим по принципу “от простого к сложному”, то есть начнем с однородных откосов.

Как было показано выше, поверхность скольжения состоит из трех участков, сдвигающие и удерживающие силы на которых подсчитываются по-разному и, соответственно, описываемые различными функциями. В зависимости от угла откоса меняется протяженность этих участков, для большинства реальных откосов (борта карьеров) наиболее протяженным является второй участок, однако при потере устойчивости оснований он отсутствует вовсе. При анализе наиболее опасных поверхностей скольжения в однородных откосах (см. рис. 2.15) было замечено, что второй (средний) участок поверхности скольжения достаточно близок к дугам окружностей. В этой связи, в первом приближении, на вторые (средние) участки поверхностей скольжения наносились дуги окружностей по трем точкам (то есть не методом наименьших квадратов). Результаты превзошли все мыслимые и немыслимые ожидания. Проведенный корреляционный анализ показал: среднее значение корреляционного отношения для всех имеющихся поверхностей составило 0,999. Рисунки не приводятся по причине того, что поверхности скольжения и их аппроксимирующие дуги сливаются друг с другом, глазом их практически не различить.

Кроме того, было отмечено, что центры дуг окружностей, аппроксимирующие части поверхностей скольжения с различными углами внутреннего трения располагаются вдоль прямой линии с очень высокой точностью (рис. 2.34).

Используя имеющиеся поверхности скольжения, была произведена аппроксимация центральных (вторых) участков поверхностей скольжения дугами окружностей, после чего выполнялось исследование геометрических параметров дуг (ориентировка в пространстве, размеры и т.д.). Полученные данные сведены в табл. 2.4. Параметры, приведенные в таблице, поясняются на рис. 2.35. Произведем анализ данных табл. 2.4.

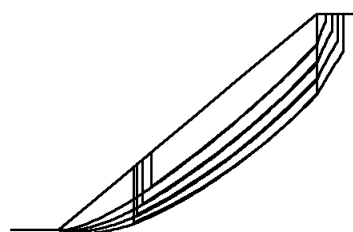
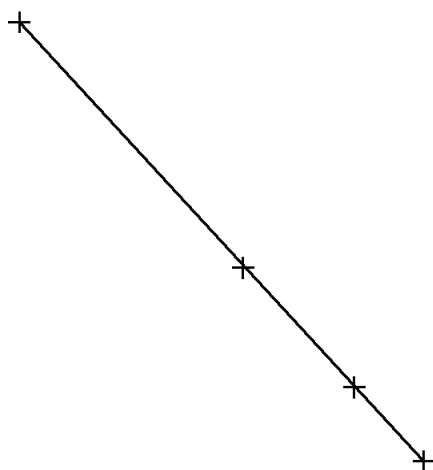


Рис. 2.34. Поверхности скольжения, аппроксимация дугами окружностей и их центры

Угол ψ – это угол между положительным направлением оси x (начало координат помещено в точку нижней бровки откоса, ось x направлена вправо, y – вверх) и линией вдоль которой располагаются центры аппроксимирующих дуг окружностей. Значения ψ (без скобок) соответствуют прямой, проведенной между наиболее удаленными центрами дуг, а значения в скобках вычислены при помощи регрессионного анализа методом наименьших квадратов. Заметим, что коэффициенты корреляции при аппроксимации линий центров дуг окружностей прямыми, находятся в пределах: 0,9999 – 0,99999. В этой связи, угол ψ можно выразить следующей зависимостью:

$$\psi = 90^\circ + \alpha + \delta, \quad (2.64)$$

где δ – некоторая поправка, которая практически является постоянной и в среднем составляет $2,5^\circ$.

Как следует из табл. 2.4 безразмерные величины H'/H и D/R , характеризующие положение центра дуги и ее радиус, достаточно стабильны и, практически не зависят от углов откоса и внутреннего трения, а также сцепления и объемного веса горных пород.

В дальнейших рассуждениях будем отдельно подходить к обоснованию формы и положения поверхности скольжения.

Итак, средний (второй) участок поверхности скольжения аппроксимируется дугой окружности, то есть его форма определена.

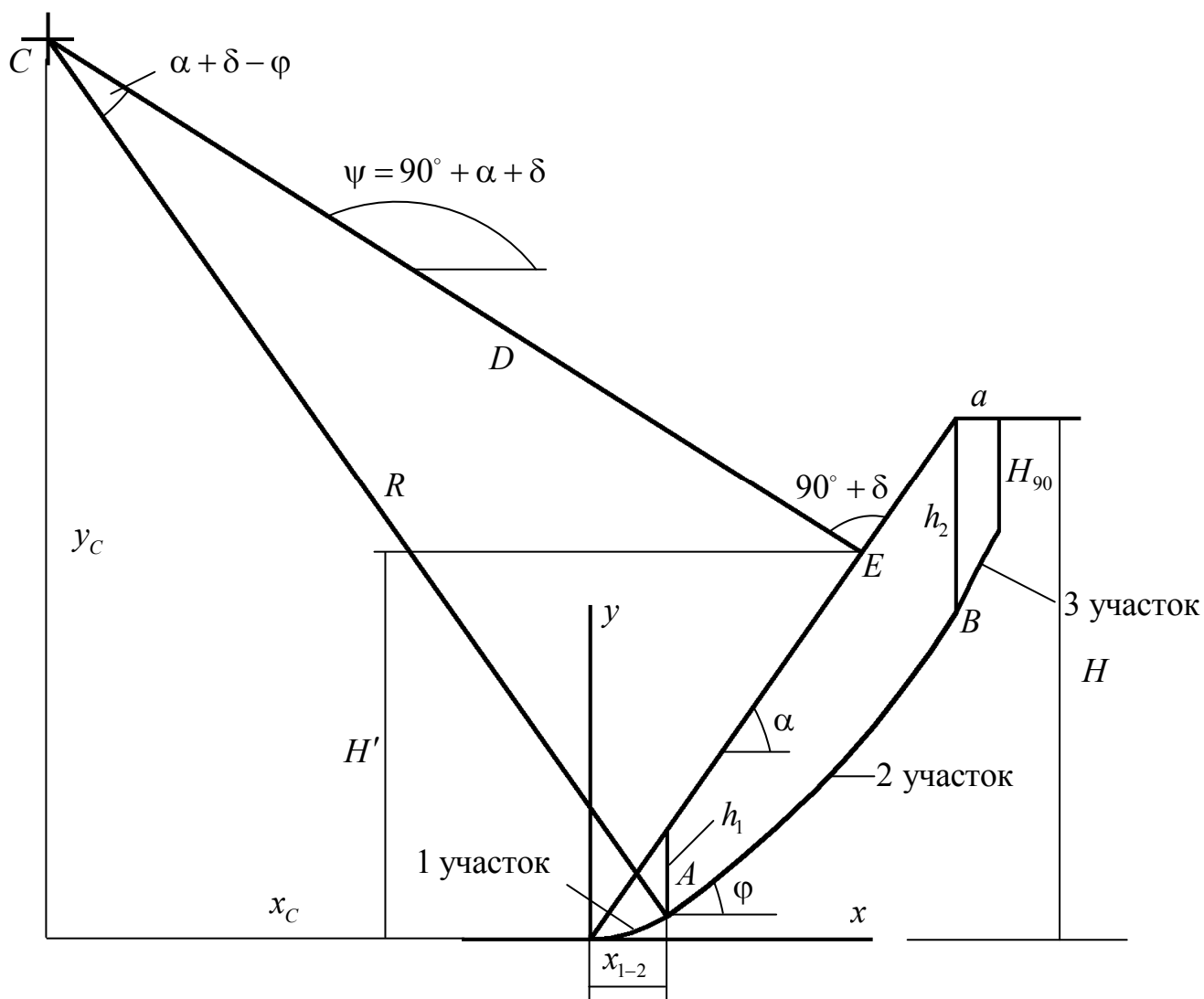


Рис. 2.35. Построение дуги окружности в однородном откосе

Таблица 2.4

Характеристики исходных поверхностей скольжения и аппроксимирующих дуг окружностей

α°	φ°	$H, \text{м}$	$h_1, \text{м}$	$h_2, \text{м}$	$C/\gamma H$	C/γ	$C/\gamma h_2$	$H_{90}, \text{м}$	$x_{1-2}, \text{м}$	$R, \text{м}$	$x_C, \text{м}$	$y_C, \text{м}$	ψ°	H'/H	D/R	H/R	
30	25	339,031	78,451	67,749	0,0118	4,000	0,059	12,557	224,065	1957,238	-613,674	1819,804	122,9 (122,8)	0,698	0,963	0,173	
	20		104,131	102,247	0,0312	10,577	0,103	30,237	210,532	1423,609	-309,092	1342,807			0,927	0,238	
	15		123,006	135,408	0,0558	18,918	0,140	49,289	203,382	1182,518	-160,868	1119,437			0,889	0,287	
35	30	396,622	75,537	64,315	0,0101	4,005	0,062	13,856	209,786	2140,738	-869,225	1920,274	127,7 (127,7)	0,705	0,969	0,185	
	25		98,649	102,076	0,0263	10,431	0,102	32,783	193,694	1539,139	-485,473	1418,130			0,937	0,258	
	20		114,723	135,340	0,0466	18,482	0,137	52,757	184,310	1261,085	-297,883	1179,590			0,903	0,315	
	15		128,376	166,227	0,0705	27,962	0,168	72,877	178,837	1086,144	-175,626	1023,524			0,866	0,365	
40	35	445,199	72,451	63,945	0,0090	4,007	0,063	15,368	190,510	2295,704	-1133,246	1963,019	132,5 (132,5)	0,710	0,973	0,194	
	30		93,011	101,939	0,0231	10,284	0,100	35,626	172,801	1640,278	-673,630	1457,001			0,945	0,271	
	25		106,306	135,272	0,0404	17,986	0,133	56,406	161,953	1328,482	-445,618	1210,996			0,915	0,335	
	20		116,993	165,970	0,0607	27,024	0,163	77,153	154,991	1141,295	-303,574	1058,179			0,882	0,390	
45	35	190,813	34,448	40,299	0,0210	4,007	0,099	15,368	59,024	682,800	-342,590	576,774	137,7 (137,7)	0,726	0,953	0,279	
	30		38,652	53,497	0,0363	6,927	0,129	23,993	54,458	552,017	-239,560	483,007			0,927	0,346	
	25		41,793	65,548	0,0540	10,304	0,157	32,335	51,387	471,544	-174,372	423,583			0,898	0,405	
50	35	119,234	20,932	31,859	0,0335	3,994	0,125	15,369	26,548	337,275	-177,129	279,537	142,2 (142,2)	0,721	0,936	0,354	
	30		22,203	38,960	0,0494	5,890	0,151	20,418	24,682	285,529	-132,989	245,258			0,910	0,418	
55	35	86,047	13,814	27,562	0,0465	4,001	0,145	15,368	13,480	201,353	-111,820	163,053	146,8 (146,8)	0,717	0,920	0,427	
	30		14,183	32,073	0,0627	5,395	0,168	18,683	12,580	177,000	-89,445	148,420			0,895	0,486	
70	35	41,558	4,232	22,338	0,0963	4,002	0,179	15,368	1,832	65,862	-353,436	279,489			0,879	0,631	
Среднее (интервальная оценка $t = 2$)															0,713 $\pm 0,02$	0,923 $\pm 0,06$	
Максимальная относительная погрешность, %															2,3	6,5	

Перейдем к определению методики построения (аппроксимации) третьего участка поверхности скольжения (см. рис. 2.35). Перенесем начало системы координат из нижней бровки откоса в точку B (см. рис. 2.35), проинтегрируем дифференциальное уравнение (2.40), предварительно заменив в нем H на h_2 . Таким образом, граничным условием для определения постоянной интегрирования будет являться условие прохождения кривой (поверхности скольжения) через начало координат.

Не приводя достаточно простых, в данном случае, математических операций, функция, описывающая поверхность скольжения на третьем участке имеет вид (заметим, что раньше не было необходимости определять аналитический вид данной функции, ее построение, а также определение предельных параметров осуществлялось численно):

$$y_3 = \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi\gamma h_2}{C} \cdot x - \frac{\operatorname{tg}\varphi\gamma}{4C} x^2}. \quad (2.65)$$

Глубина h_2 в формуле (2.65) определяется после построения дуги второго участка поверхности скольжения, в этой связи необходимо помнить о том, что точность аппроксимации второго участка напрямую влияет на точность построения третьего. Кроме того, заметим, что $y_3 \leq h_2 - H_{90}$.

Граничными условиями для построения первого участка поверхности скольжения являются:

- 1) поверхность скольжения проходит через начало координат (начало системы координат помещается в нижнюю бровку откоса);
- 2) из условий трансверсальности известна производная функции поверхности скольжения в точке ее пересечения с откосом;
- 3) в точке стыка первого и второго участков (точка A см. рис. 2.35) угол наклона поверхности скольжения равен углу внутреннего трения;
- 4) в случае, когда второй участок поверхности скольжения построен, имеется возможность определения глубины (координат) h_1 и абсциссы x_{1-2} точки стыка участков (см. рис. 2.35).

Таким образом, имеем четыре граничных условия. Учитывая относительно небольшую протяженность первого участка и из условий простоты, в качестве аппроксимирующей функции примем многочлен третьей степени, имеющий четыре параметра. Из условия прохождения поверхности скольжения через начало координат, свободный член будет равен нулю, поэтому аппроксимирующая функция примет вид:

$$y_1 = ax^3 + bx^2 + dx, \quad (2.66)$$

где a, b, d – параметры сплайна, определяемые из граничных условий.

Производная функции (2.66) определяется выражением:

$$y'_1 = 3ax^2 + 2bx + d. \quad (2.67)$$

Используя выражения (2.66, 2.67) и оставшиеся граничные условия, составим следующие уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + d \\ \operatorname{tg}\varphi = 3a \cdot x_{1-2}^2 + 2b \cdot x_{1-2} + d \\ h_1 = kx_{1-2} - (a \cdot x_{1-2}^3 + b \cdot x_{1-2}^2 + d \cdot x_{1-2}) \end{array} \right. ,$$

где x_{1-2}, h_1 – абсцисса и глубина точки стыка первого и второго участков (см. рис. 2.35).

Решаем систему уравнений и окончательно имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\left(\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - 2\operatorname{tg}\alpha\right)x_{1-2} + 2h_1}{x_{1-2}^3} \\ b = \frac{\left(3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\varphi - 2\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right)x_{1-2} - 3h_1}{x_{1-2}^2} \\ d = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \end{array} \right. . \quad (2.68)$$

Таким образом, аппроксимировав поверхность скольжения на втором участке дугой окружности, на третьем участке поверхность скольжения задается

строго аналитически, а на первом участке, достаточно точно аппроксимируется многочленом третьей степени. То есть точность аппроксимации всей поверхности скольжения в основном определяется точностью задания дуги окружности – ее положением относительно откоса (координатами центра и радиусом).

Приведем порядок построения поверхности скольжения в однородном откосе графоаналитическим способом.

1. На поверхности откоса определяется точка E (см. рис. 2.35), находящаяся на высоте

$$H' = 0,71H .$$

2. Из точки E под углом ψ к оси x , определяемым по формулой (2.64), проводится прямая (см. рис. 2.35).

3. В силу того, что величины, определяющие радиус дуги являются приближенными, его значение, обеспечивающее минимальную устойчивость откоса, рекомендуется определять подбором. Однако для определения ориентировочного значения радиуса можно воспользоваться достаточно точной эмпирической зависимостью (коэффициент корреляции составил 0,98):

$$H / R = 0,0147(\alpha - \varphi)^\circ + 0,1097 .$$

Разумеется, данную зависимость можно применять при условии $(\alpha - \varphi) \geq 5^\circ$ (см. табл. 2.4), в противном случае нужно учесть, что теоретически при $(\alpha - \varphi) = 0^\circ$, $R \rightarrow \infty \Rightarrow H / R \rightarrow 0$.

4. Рассчитывается приближенное расстояние от точки E (см. рис. 2.35) до центра критической дуги C по формуле:

$$D = 0,923R ,$$

определяется центр дуги.

5. В центре дуги от направления на точку E по часовой стрелке откладывается угол

$$\alpha + \delta - \varphi ,$$

и по этому направлению проводится прямая (см. рис. 2.35). Этому направлению соответствует начало второго участка поверхности скольжения, то есть в этой точке дуга поверхности скольжения имеет угол к оси x близкий к углу φ .

6. Вдоль этой линии откладывается отрезок равный радиусу $R = CA$ и строится дуга окружности. Конец дуги окружности (точка B) соответствует пересечению дугой вертикальной границы второго и третьего участков (граница участков откоса и горизонтальной площадки или бермы).

7. С чертежа графически определяются следующие величины: h_1, h_2, x_{1-2} (см. рис. 2.35).

8. Используя формулу (2.65) строится поверхность скольжения на третьем участке.

9. Используя зависимости (2.66 – 2.68) вычисляются параметры функции поверхности скольжения на первом участке, и производится ее построение.

Что касается расчета устойчивости анизотропных откосов, то, как уже указывалось, задача приобретает еще большую неопределенность, по сравнению с однородным откосом. Добавляются еще две неизвестные: координата точки излома поверхности скольжения и угол излома. При строгом аналитическом решении задачи (см. выше), оба эти параметра определяются из решения системы уравнений. В случае приближенного решения задачи, итерационного подхода, по-видимому, не избежать. Угол излома поверхности скольжения на поверхности ослабления определяется из уравнения (2.50), однако и здесь мы наталкиваемся на сложности: правая часть данного уравнения содержит неопределенные переменные. Пожалуй, единственное, что можно предпринять в этом случае – это постулировать незначительность влияния правой части уравнения (2.50) на значение угла излома. В этом случае появляется возможность, хоть и достаточно приближенно, оценить его значение.

Выводы по главе 2

Разработана принципиально новая теория расчета устойчивости откосов в однородных, неоднородных, анизотропных средах, в условиях подработки откосов подземными горными работами или карста, а также при условии выпора основания откосов, обводненности горных пород, сейсмической нагрузки и тектонических полей напряжений по методу предельного равновесия.

Основные научные и практические результаты исследований данной главы состоят в следующем:

1. Произведен анализ существующих способов и подходов к оценке устойчивости откосов. Разработана классификация способов расчета. Установлены причины многообразия способов расчета устойчивости однородных откосов. Даны критические замечания по существующим способам метода предельного равновесия, а также по методу предельного напряженного состояния, включая условие специального предельного равновесия. Получено уравнение, позволяющее преодолеть статическую неопределимость задачи по оценке равновесия элементарного отсека. Изучены законы распределения межблоковых реакций вдоль поверхности скольжения, с соответствующим доказательством получаемых выводов.

2. Строгими математическими (аналитически) методами, в соответствии с фундаментальными принципами механики, определена геометрия наиболее слабой поверхности скольжения в однородном и изотропном откосе.

3. Получены условия устойчивости призмы смещения плоского однородного откоса, обеспечивающие необходимость и достаточность выполнения условия предельного равновесия, то есть всех условий статического равновесия.

4. Изучено влияние углов откоса, внутреннего трения, величины сцепления горных пород, объемного веса и высоты плоского откоса на форму и положение поверхности скольжения в идеально однородном и изотропном откосе.

5. Произведена оценка устойчивости и определены предельные геометрические параметры плоских однородных откосов. Получена номограмма устойчивости плоских однородных откосов.

6. Получены зависимости, определяющие углы излома поверхности скольжения на поверхности ослабления.

7. Исследовано влияние углов внутреннего трения горных пород и трения по контакту, угла падения поверхности ослабления, а также величин сцеплений горных пород и контакта на значение угла излома.

8. Получены зависимости, определяющие углы излома при переходе поверхности скольжения из одного литологического слоя в другой.

9. Исследовано влияние углов внутреннего трения литологических слоев, угла падения контакта слоев, а также величин сцеплений пород слоев на значение угла излома.

10. Разработаны методики расчета устойчивости неоднородных, анизотропных, подработанных откосов и откосов на слабом наклонном основании.

11. Исследованы закономерности формирования поверхности скольжения в сыпучих средах (породах отвала), факторов, определяющих возможность выхода поверхности скольжения в основание отвала.

12. Разработан способ учета обводненности горных пород и сейсмической нагрузки при оценке устойчивости откосов.

13. Проанализирована степень влияния тектонических полей напряжений на положение наиболее опасной поверхности скольжения и на устойчивость откоса в целом, приведены соответствующие зависимости. Аналитически показывается, что влияние тектонических напряжений на устойчивость может быть соизмеримым с влиянием гравитационного (вертикального) поля.

14. Разработана методика приближенной оценки устойчивости однородных откосов, выявлены основные закономерности в формировании потенциальных поверхностей скольжения в однородных и изотропных откосах.

По результатам исследований данной главы, сформулировано научное положение.

Научное положение №1

На защиту выносятся теоретический критерий устойчивости (разрушения) откосов горнотехнических сооружений по методу предельного равновесия, отвечающий условиям необходимости и достаточности статического равновесия твердого тела, на основе которого обоснована геометрия (форма и положение в массиве) наиболее опасных поверхностей скольжения в однородных, неоднородных, анизотропных откосах и осуществлен учет тектонических, сейсмических и гидростатических сил.

3. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ДЕЗИНТЕГРАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

3.1. Об устойчивости вертикального откоса

Рассмотрим вертикальный однородный откос и определим распределение горизонтальной силы по его боковой поверхности при увеличении его высоты свыше предельной (если предел прочности на растяжение принять равным нулю, то предельная высота $H_{пр} = H_{90} = 2C \operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2) / \gamma$). Аналогом поставленной задачи является задача по расчету подпорной стенки (рис. 3.1).

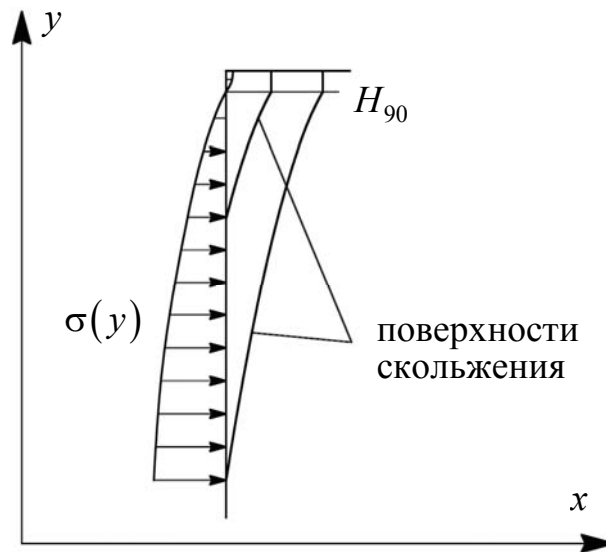


Рис. 3.1. Расчетная схема к определению эпюры горизонтальных напряжений с увеличением высоты вертикального откоса

Поверхность скольжения под горизонтальной площадкой описывается уравнением (2.40). И пусть $y' = p$ – параметр; $H - y = h$ – глубина точки. Тогда тангенс угла наклона поверхности скольжения в точке, согласно (2.40), равен $\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}}$. Для определения силового воздействия призмы смещения, подставим уравнение (2.40) с соответствующими заменами в условие равновесия (2.33), получим выражение:

$$E_0 = \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp. \quad (3.1)$$

Для определения закона распределения нормальных напряжений по боковой грани вертикального откоса проинтегрируем уравнение (3.1), возьмем производную по глубине h и заменим $\sigma_1 = \gamma h$ [279 – 281]:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C\sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}, \quad (3.2)$$

где σ_1, σ_3 – максимальное и минимальное значения главных напряжений соответственно.

Уравнение (3.2) определяет горизонтальную составляющую напряжений, необходимую для удержания призмы смещения в предельном равновесии.

Теперь предположим, что рассматриваемый откос подсечен плоской поверхностью ослабления. Поместим начало системы координат в точку выхода поверхности скольжения в откос и используем уже известные формулы (параграф 2.5) для высоты трещины отрыва и ширины призмы смещения:

$$h' = \frac{C' \frac{1 + \operatorname{tg}^2\beta}{\gamma \operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi'}}{\gamma \operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi'} = \frac{C' \cos\varphi'}{\gamma \cos\beta \sin(\beta - \varphi')}, \quad a = \frac{H(1 - \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\alpha) - h'}{\operatorname{tg}\beta},$$

учитывая, что $\alpha = 90^\circ$, получим:

$$a = \frac{H - h'}{\operatorname{tg}\beta},$$

где H – высота вертикального откоса.

$$E_0 = \frac{\gamma(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi')(H - h')^2}{2\operatorname{tg}\beta}. \quad (3.3)$$

Взяв производную выражения (3.3) по H и приняв $\sigma_1 = \gamma H$, получим условие:

$$\sigma_3 = \frac{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\beta} \sigma_1 - C' \frac{1 + \operatorname{tg}^2\beta}{\operatorname{tg}\beta}. \quad (3.4)$$

Если положить в уравнении (3.4) $\beta = \pi/4 + \varphi'/2$, то условие равновесия примет вид:

$$\sigma_1 = 2C' \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right) + (1 + \sin\varphi')\sigma_3 = \sigma'_{\text{сж}} + (1 + \sin\varphi')\sigma_3. \quad (3.5)$$

Формула (3.5) выражает предельное условие в главных напряжениях при наличии уже сформированных поверхностей сдвига (ослабления).

3.2. Критерий пластичности горных пород

Заметим, что критерий (3.2) получен из функционала, подразумевающего полное отсутствие работы внутренних (удерживающих) сил на возможном перемещении призмы смещения, другими словами при условии отсутствия сопротивления материала при его деформировании. А это, в других терминах, означает начало пластических деформаций (предел упругости). В этой связи, критерий (3.2) определяет соотношение между главными напряжениями, соответствующее началу пластической деформации – начальную поверхность текучести. Она же будет являться и предельной поверхностью (поверхностью разрушения) в случае отсутствия упрочнения материала (идеальная пластичность).

Перейдем к анализу критерия (3.2). Его можно представить в следующем виде:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \operatorname{tg} \psi, \quad (3.6)$$

где ψ – угол наклона наиболее опасной площадки скольжения к направлению действия главного напряжения σ_3 .

Если $\sigma_3 = 0$ (одноосное сжатие), то $\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, а $\sigma_1 = \sigma_{\text{сж}}$ ($\sigma_{\text{сж}}$ – предел прочности на одноосное сжатие). При увеличении σ_3 (сжимающие напряжения считаются положительными) угол наклона критической площадки также увеличивается. В случае если материал имеет пластический характер разрушения, то есть $\varphi = 0$, угол наклона критической площадки среза является постоянной величиной, не зависящей от уровня напряжений: $\psi = 45^\circ$, а критерий (3.2), (3.6), принимает вид:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2C. \quad (3.7)$$

Выражение (3.7) есть не что иное, как известный критерий разрушения Треска (Сен-Венана, 1868) [233].

Для идеально сыпучих материалов ($C = 0$), как отмечалось выше, поверхность скольжения является прямолинейной и наклонена к горизонту под углом $\pi/4 + \varphi/2$, поэтому, исходя из выражения (3.5), критерий (3.2) будет иметь вид:

$$\sigma_1 = (1 + \sin \varphi) \sigma_3. \quad (3.8)$$

Формула (3.8) выражает линейную связь между главными напряжениями. Таким образом, как при отсутствии трения, так и сцепления критерий прочности имеет линейный вид. Как известно, идеальная жидкость не обладает внутренним трением (вязкостью) и прочностью на разрыв, а соответственно, и сцеплением. Если положить в уравнении (3.7) $C = 0$ или в уравнении (3.8) $\varphi = 0$, получим условие равновесия (прочности) в виде гидростатического закона распределения напряжений: $\sigma_1 = \sigma_3$.

Из выражения (3.2) также следует, что для высокого уровня напряжений, отношение предельных компонент главных напряжений:

$$\lim_{\sigma_1 \rightarrow \infty} \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = 1. \quad (3.9)$$

Заметим, что при выводе критерия (3.2) использовался линейный критерий Кулона (1773) [233]:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi + C, \quad (3.10)$$

где τ, σ_n – предельные касательные и нормальные напряжения на площадке среза соответственно.

Уравнение (3.10) в литературе часто называют критерием Кулона – Мора, Мора – Кулона или просто Мора. В 1900 году Мор предложил общую форму критерия прочности, связывающую главные нормальные напряжения, причем конкретную функциональную зависимость он не предлагал. В дальнейшем было предложено построение паспорта прочности в виде огибающей предельных кругов Мора. Однако заметим очень важное различие между критериями Кулона и Мора. Критерий Кулона в форме (3.10) был получен чисто эмпирически, и в нем совершенно ничего не говорится о главных напряжениях. Критерий Мора выражает предельное соотношение только через главные напряжения, и в нем

ничего не говорится о напряжениях на площадке среза. Паспорт прочности по Кулону может быть непосредственно получен по результатам испытаний на прямой срез. Для получения паспорта прочности в осях главных напряжений по Мору необходимо произвести трехосные (объемные) испытания.

Для получения отображения паспорта прочности в осях главных напряжений из системы напряжений на площадке среза (и наоборот), то есть связи критериев Кулона и Мора, необходимо располагать условиями передачи внешней нагрузки (главных напряжений) на площадку среза, что на современном этапе развития экспериментальной базы невозможно. Тем не менее, критерий (3.10) в осях главных напряжений некоторые авторы, например [192], представляют в виде:

$$\sigma_1 = \sigma_{сж} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3. \quad (3.11)$$

Между критериями (3.2) и (3.11) существуют два принципиальных отличия. Во-первых, в критерии разрушения (3.11) угол наклона наиболее опасной площадки скольжения к линии действия главного напряжения σ_3 является величиной постоянной: $\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Данный угол обеспечивает максимальную разницу между сдвигающими и удерживающими силами по площадке среза в окрестности конкретной точки при заданном уровне напряжений. В критерии (3.2) угол наклона критической площадки является величиной переменной, зависящей от уровня напряжений, это и придает критерию прочности кривизну. Кроме того, значение угла наклона критической площадки определяется из условия максимума разности сдвигающих и удерживающих сил (обобщенной силы) вдоль всей поверхности разрушения на возможном перемещении всей механической системы (призмы смещения). Во-вторых, минимальное главное напряжение σ_3 не совершает работу на площадке сдвига, то есть не реализует удерживающего эффекта в виде трения. И действительно, если подставить критерий разрушения (3.2) в систему уравнений

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi; \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi,\end{aligned}\tag{3.12}$$

то получим критерий Кулона в виде уравнения (3.10).

Если линейризовать уравнение (3.2) в окрестности точки $(\sigma_1 = \sigma_{сж}; \sigma_3 = 0)$, то он примет вид:

$$\sigma_1 = \sigma_{сж} + (1 + \sin\varphi)\sigma_3.\tag{3.13}$$

Анализируя выражения (3.11) и (3.13), констатируем их качественное сходство, а при $\varphi = 0$ они совпадают.

Будем рассматривать идеальную пластичность (среда без упрочнения). Известно, что пластическое деформирование у хрупких материалов ($\varphi \neq 0$) сопровождается увеличением их объема (дилатансией). Вопрос об увеличении объема при пластическом деформировании удобнее рассматривать в осях, совпадающих с направлением действия главных напряжений. Если принять ассоциированный закон пластического течения (принцип нормальности), то приращение пластических деформаций будет нормальным к поверхности текучести (пластического потенциала). На рис. 3.2 представлены критерии (3.2), (3.11) и (3.13), а также вектора приращений пластических деформаций в случае принятия ассоциированного закона пластического течения.

Для оценки объемных изменений при пластическом деформировании используется так называемый коэффициент дилатансии, представляющий собой котангенс угла наклона паспорта прочности β (при ассоциированном законе пластического течения) к оси σ_1 (см. рис. 3.2). Значение коэффициента дилатансии определяется выражением [192]:

$$\operatorname{ctg}\beta = \left| \frac{d\varepsilon_3^п}{d\varepsilon_1^п} \right|,\tag{3.14}$$

где $\operatorname{ctg}\beta$ – коэффициент дилатансии; $d\varepsilon_1^п, d\varepsilon_3^п$ – приращения пластических деформаций по направлениям главных осей.

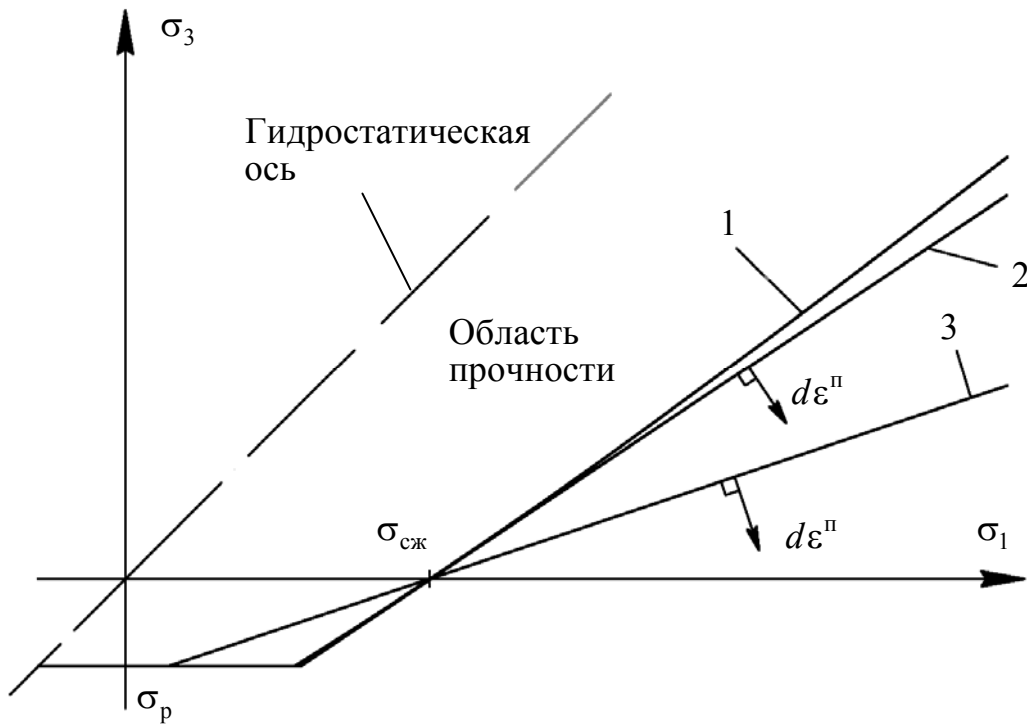


Рис. 3.2. Поверхности текучести (пластичности):

$$1 - \sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}}; \quad 2 - \sigma_1 = \sigma_{сж} + [1 + \sin \varphi] \sigma_3; \quad 3 - \sigma_1 = \sigma_{сж} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3$$

В случае, когда коэффициент дилатансии равен единице, пластическое течение называется эквиволлюмиальным (равнообъемным). Такое деформирование характерно для материалов пластического разрушения.

Приращения пластических деформаций определяются по формулам [233]:

$$d\varepsilon_1^{\text{II}} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_1}; \quad d\varepsilon_3^{\text{II}} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_3}, \quad (3.15)$$

где λ – постоянная; g – функция пластического потенциала (условие пластичности или прочности (3.2), (3.11), (3.13) с нулем в правой части).

Согласно уравнениям (3.14), (3.15), коэффициент дилатансии для поверхности текучести в виде (3.11):

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}. \quad (3.16)$$

Коэффициент дилатансии для линеаризованного критерия (3.13):

$$\operatorname{ctg} \beta = 1 + \sin \varphi. \quad (3.17)$$

Увеличение объема при пластическом деформировании, при использовании критерия (3.16), дает завышенную величину, что противоречит экспериментальным данным [231]. Для устранения данного несоответствия прибегают к искусственному уменьшению приращения объема пластических деформаций посредством необоснованной замены угла внутреннего трения в критерии (3.16), так называемым углом дилатансии i или его максимальным значением i_0 , при отсутствии нормального напряжения на площадке среза (при разрушении трещины i_0 будет стремиться к углу подъема неровностей контактирующих поверхностей). В общем случае величина дилатансии является производной $d\delta_n/d\delta_s$ (где δ_n, δ_s – величины нормального и касательного сдвига соответственно). Лейхтниц и Ербан получили максимальное значение угла дилатансии на трещине в пределах $10 - 20^\circ$ [231]. Подобным образом переходят к неассоциированному закону пластического течения.

Для неассоциированного закона пластического течения в нашем случае, то есть для соответствия критериев (3.11) и (3.13), а также равенства коэффициентов дилатансии (3.16) и (3.17), при углах внутреннего трения $35, 30, 20^\circ$, углы дилатансии в (3.11) должны быть приняты равными $12.8, 11.5, 8.4^\circ$ соответственно. Таким образом, не используя дополнительных искусственных приемов, критерий (3.2) и его линейный аналог (3.13) показывают хорошую сходимость с экспериментальными данными.

Выше указывалось на отсутствие реализации механизма трения на площадке среза от действия минимального главного напряжения в случае идеальной пластичности, однако физические предпосылки данного феномена объяснить достаточно сложно.

Можно предположить, что его сущность заключается в принципиальном отличии упругого и пластического деформирования, а именно в дилатансии. Как при упругом, так и при пластическом деформировании в направлении максимального главного сжимающего напряжения происходит уменьшение размера образца, а в направлении минимального – расширение. При упругом дефор-

мировании не происходит увеличения объема (явление дилатансии не наблюдается), и поэтому деформирование происходит в “естественной упаковке” с полным контактом между зернами образца. В случае пластического деформирования происходит разуплотнение зерен, и поэтому в направлении расширения (увеличения объема ΔV), по-видимому, теряется контакт (рис. 3.3), что и объясняет отсутствие проявления механизма трения в предельном равновесии от действия минимального главного напряжения. Дилатансия может протекать только когда реактивное напряжения, создаваемое максимальным главным напряжением $\sigma_{\text{дил}} \geq \sigma_3$ (с учетом сопротивления отрыву), но в этом случае минимальное главное напряжение будет нейтрализовано.

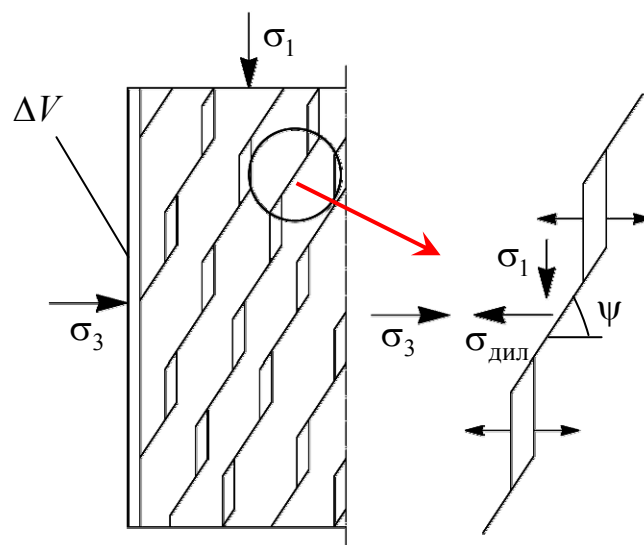


Рис. 3.3. Схема пластического деформирования образца

Подобные рис. 3.3, схемы деформирования в пластической фазе приводятся в работах [196, 205, 282].

3.3. Закономерности пластического деформирования и разрушения горных пород

Критерий (3.2) получен с использованием линейного критерия Кулона при рассмотрении условий равновесия элементарных отсеков, из условия максимальной разности сдвигающих и удерживающих сил на возможном перемещении вдоль всей поверхности разрушения, то есть оптимизацией функционала. Согласно критерию (3.2), угол наклона наиболее опасной площадки среза зависит от уровня напряжений. С другой стороны, согласно того же критерия Куло-

на, мы знаем, что наиболее опасная площадка отклонена от направления минимального главного напряжения на угол $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, что обеспечивает максимальную разность между сдвигающими и удерживающими силами на площадке среза в конкретной точке. Упомянутые углы совпадают только при условии $\sigma_1 = \sigma_{сж}$ ($\sigma_{сж}$ – предел прочности на одноосное сжатие), а с ростом наибольшего главного напряжения их разность возрастает. Мысленно представим себе круги Мора, с прямолинейной огибающей Кулона. Если теперь из каждой точки на оси абсцисс, соответствующих значениям $\sigma_n = 0, \sigma_n = \sigma'_3, \sigma_n = \sigma''_3, \dots$ провести прямые в точки касания огибающей с соответствующими кругами Мора, то углы между этими прямыми и осью σ_n будут одинаковыми (только в случае прямолинейной огибающей) и равны $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Теперь представим себе, что существует некоторая функция $\tau(\sigma_n)$, которая в точке $\sigma_1 = \sigma_{сж}$ или, что то же самое $\sigma_n = \sigma_{сж} \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ (абсцисса точки касания первого круга Мора), совпадает с функцией Кулона и имеет в этой точке тот же угол наклона φ , а при увеличении σ_n пересекает (т.е. не касается, а пересекает) последующие круги в некоторых точках. Если теперь из тех же точек, находящихся на оси σ_n , провести прямые в точки пересечения соответствующих кругов с графиком функции $\tau(\sigma_n)$, то углы между этими прямыми и осью σ_n будут увеличиваться с ростом напряжения. То есть, в каждой точке (круге) рассматриваемый угол все более будет отклоняться от значения $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Определим такую функцию $\tau(\sigma_n)$, которая будет обеспечивать указанную разницу между данными углами с ростом напряжений, для этого составим уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \sqrt{1 + \frac{d\tau}{d\sigma_n} \frac{\sigma_1}{C}} = 0, \quad (3.18)$$

где σ_n, τ – нормальное и касательное напряжения на площадке среза.

Используя первое равенство (3.12), получим:

$$\frac{d\tau}{d\sigma_n} = \frac{C \sin \varphi}{\sigma_n}. \quad (3.19)$$

Подставим в уравнение (3.19) значение нормального напряжения на площадке среза, соответствующее пределу прочности на одноосное сжатие:

$$\frac{d\tau}{d\sigma_n} \left(\sigma_n = \sigma_{сж} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = 2C \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = C \cos \varphi \right) = \operatorname{tg} \varphi. \quad (3.20)$$

То есть, в точке $\sigma_n = \sigma_{сж} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$ угловой коэффициент касательной равен коэффициенту внутреннего трения. Таким образом, под углом внутреннего трения в дальнейшем будем понимать угол наклона графика функции $\tau(\sigma_n)$ именно в этой точке.

Интегрируем дифференциальное уравнение (3.19), при соблюдении равенства (3.20) и граничных условиях $\tau(C \cos \varphi) = C + C \cos \varphi \operatorname{tg} \varphi = C(1 + \sin \varphi)$:

$$\tau = C + C \sin \varphi \left(1 + \ln \left| \frac{\sigma_n}{C \cos \varphi} \right| \right) = C \left(1 + \sin \varphi \ln \left| \frac{e \sigma_n}{C \cos \varphi} \right| \right). \quad (3.21)$$

Таким образом, уравнение (3.21) является отображением критерия (3.2) на координатную плоскость τ, σ_n . Критерии (3.2) и (3.21) являются начальными поверхностями текучести, то есть определяют в своих координатных осях начало пластических деформаций или предел упругости. То есть, начало пластических деформаций проявляется в образовании площадок среза, наклоненных к минимальному главному напряжению на угол ψ и расположенных на определенном расстоянии друг от друга, а также вертикальных площадок отрыва.

Критерий (3.2) получен из условия, что напряжение σ_3 не совершает работу трением на площадке среза при возможном перемещении одной части разрушаемого тела (образца) относительно другой, то есть оно пассивно препятствует перемещению (удерживает). Такой механизм характерен для начала пластической деформации. С другой стороны, во время пластического деформирования по мере упрочнения и дилатансии начинает реализовываться механизм

сопротивления разрушению от действия минимального главного напряжения σ_3 в виде трения на площадке среза. Таким образом, критерий (3.2) может быть обобщен на случай развивающейся пластической деформации. Используя условие равновесия призмы смещения, для двухосного напряженного состояния (2.62), и, заменив в нем предварительно, знак действующего бокового усилия на противоположный (минимальное напряжение σ_3 в отличие от тектонического напряжения в откосе препятствует разрушению), горизонтальная сила, необходимая для равновесия сплошного однородного континуума определится зависимостью:

$$E_0 = \int_{x_1}^{x_2} \gamma h(p - f) - k\sigma_3(y)fp^2 - C(1 + p^2) dx, \quad (3.22)$$

где $0 \leq k \leq 1$ – коэффициент, показывающий степень участия напряжения σ_3 в обеспечении равновесия на площадке среза посредством механизма трения (параметр упрочнения); x_1, x_2 – абсциссы начала и конца поверхности разрушения (скольжения); γ – объемный вес среды (горных пород); h – функция глубины заложения поверхности разрушения от горизонтальной поверхности; p – неизвестная производная функции поверхности разрушения.

Функция истинной поверхности разрушения будет доставлять правой части уравнения (3.22) – функционалу, максимум. Решая данную вариационную задачу абсолютно аналогично задаче (2.36), при граничных условиях:

$$p_0 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \quad h_0 = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right), \quad k_0 = 0,$$

получим дифференциальное уравнение, определяющее функцию поверхности разрушения:

$$h = \frac{fk\sigma_3 p^2 - C(1 - p^2)}{\gamma f}. \quad (3.23)$$

Подставим уравнение (3.23) в условие равновесия (3.22), проинтегрируем его и возьмем частную производную по глубине h , а также положим $\sigma_1 = \gamma h$. В итоге получаем следующее уравнение:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k \sigma_3}{C}\right)}, \quad (3.24)$$

Критерий (3.24) теоретически определяет в координатной плоскости компонент главных напряжений начальную поверхность текучести или предел упругости (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (поверхность текучести) (при $0 < k < 1$), и предельную поверхность (при $k = 1$). Сразу заметим, что предел прочности горной породы может быть достигнут при $k < 1$, а $k = 1$ определяет теоретически предельно возможную поверхность. То же самое касается предела упругости и пластического потенциала – это теория. На рис. 3.4 приведены характеристические поверхности пластического деформирования и направление развития пластической деформации.

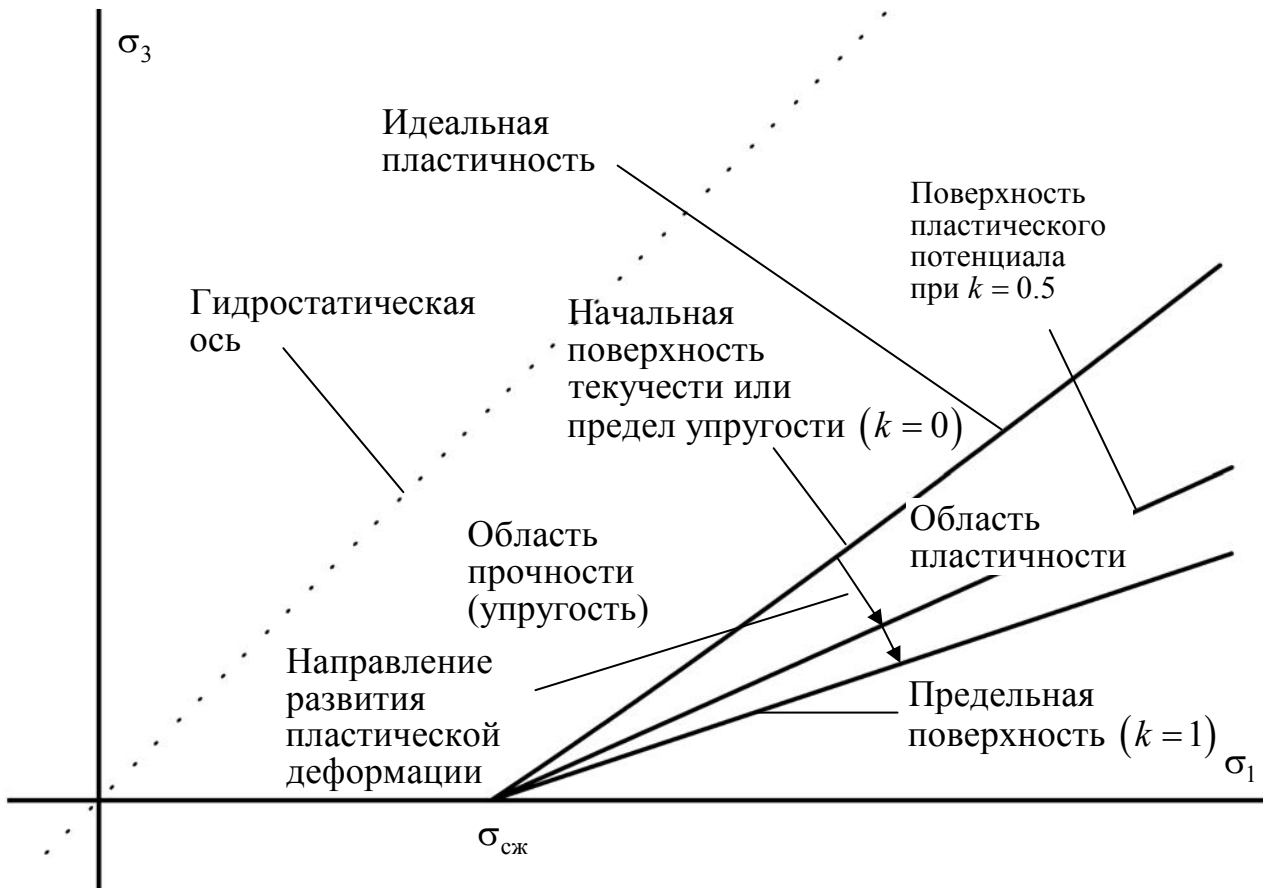


Рис. 3.4. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент главных напряжений

Из уравнения (3.23) следует, что наклон площадки среза к минимальному главному напряжению определяется по формуле:

$$p = \operatorname{tg}\psi = \sqrt{\frac{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k\sigma_3}{C}}}. \quad (3.25)$$

Заметим, что при $k = 0$, выражения (3.24), (3.25) эквивалентны зависимости (3.2), а при $k = 1$ и $\psi = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, критерий (3.24) примет известный вид (3.11):

$$\sigma_1 = 2C \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \sigma_3 = \sigma_{\text{сж}} + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \sigma_3.$$

Согласно введенному выше определению, параметр упрочнения k связан с компонентами напряжений на площадке среза следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi + k\sigma_3 \sin^2 \psi; \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Анализ зависимости (3.25) показывает, что в общем случае ($k \neq 1$), угол наклона критической площадки среза также является величиной переменной, зависящей от напряженного состояния и отличной от угла $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Кроме того, угол меняется по мере протекания пластической деформации (изменения k). Другими словами, при одинаковом напряженном состоянии, но разной степени пластической деформации имеем разные углы отклонения площадок от значения $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Но это возможно только в двух случаях: 1) изменение ориентировки главных напряжений; 2) поворот напряженной области относительно осей главных напряжений (или неподвижной системы координат). Таким образом, если в процессе испытаний ориентировка главных напряжений (нагрузок) не меняется, то это означает разворот площадок (зерен). Следуя терминологии авторов [283] можно назвать данные объемы структурными элементами деформации (мезообъемы). Очевидно, что на разных масштабных уровнях они будут представлять различные объекты.

Таким образом, пластическая деформация подразумевает разворот некоторых структурных элементов, то есть по мере протекания пластической дефор-

мации увеличивается разворот, но ведь именно разворот зерен и соответствующее увеличение объема в направлении минимального главного напряжения и принято называть дилатансией. Круг замкнулся.

На данном этапе уместно вспомнить описание пластической деформации на мезоскопическом уровне по схеме “сдвиг + поворот” [210 – 215], а также многочисленные примеры ротационных, вихревых или турбулентных процессов в геодинамике и т. д. [149 – 164]. Кроме того, на сегодняшний день разработан некоторый математический аппарат для описания данных процессов [137, 148, 168, 225].

Данный механизм пластического деформирования становится достаточно очевидным, если учесть сугубо релаксационную роль дезинтеграции или пластической деформации. И, действительно, образование трещины – это диссипация (сброс) накопившейся энергии деформации. То есть, разрушаемая область, прежде чем “сдаться” (разрушиться), расходует все возможные энергетические ресурсы для недопустимости этого. Возможно, разворот структурных элементов в окрестности генеральной трещины и есть механизм оптимальной диссипации накопившейся упругой энергии деформации.

Запишем дифференциальное уравнение, определяющее закон изменения угла наклона функции пластического потенциала, с увеличением нормальных напряжений на площадке среза при пластическом деформировании, подобно уравнению (3.18):

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \sqrt{\frac{C + \frac{\sigma_1 d\tau}{d\sigma_n}}{C + \frac{k\sigma_3 d\tau}{d\sigma_n}}} = 0. \quad (3.27)$$

Уравнение (3.27) определяет динамику развития пластического деформирования. Решение этого уравнения при тех же граничных условиях, что и для уравнения (3.18), и с учетом зависимостей (3.24) – (3.26) дает:

$$\tau = C(1 + \sin\varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin\varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos\varphi}{(1+k)C \cos\varphi} \right|. \quad (3.28)$$

Примечательно, что предельной огибающей функции (3.28) является известный линейный критерий Кулона:

$$\lim_{k \rightarrow 1} \tau = \left[\frac{0}{0} \right] = C + \operatorname{tg} \varphi \sigma_n.$$

Таким образом, критерий (3.28) теоретически определяет в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза начальную поверхность текучести или предел упругости (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (при $0 < k < 1$), и некоторую предельно возможную поверхность, развертывающуюся в линейную функцию критерия Кулона (при $k \rightarrow 1$). На рис. 3.5 приведены характеристические поверхности пластического деформирования.

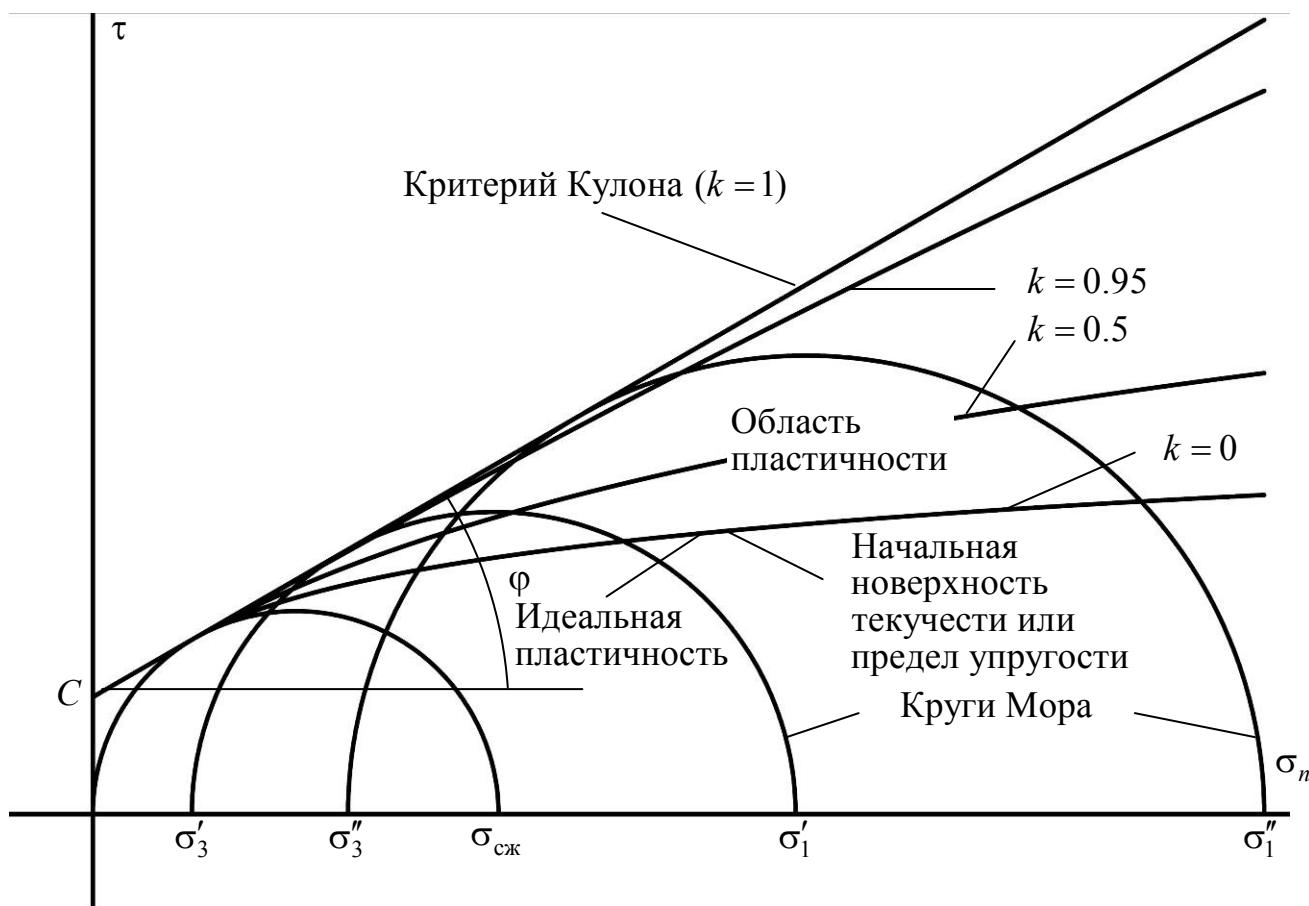


Рис. 3.5. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза

Необходимо отметить, что элементарные акты разрушения в отдельных точках образца, происходят на протяжении всего процесса пластического деформирования, но на более низком масштабном (иерархическом) уровне, отно-

сительно размеров образца. То есть линейное условие (критерий) прочности Кулона выполняется при любом коэффициенте k . Разница состоит лишь в степени участия минимального главного напряжения в обеспечении равновесия по площадкам среза и углах наклона этих локальных площадок. Возможно, синхронный разворот этих площадок приводит к их одинаковой ориентировке в пространстве на завершающей стадии разрушения, под углом равным углу генеральной поверхности разрушения.

Интересно сравнить аналитический критерий (3.24) с известными аналогами. Рассмотрим один из широко распространенных эмпирических критериев прочности – критерий Хоека-Брауна, который для массива пород может быть представлен в общем виде [284]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{сж} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{сж}} + s \right)^a, \quad (3.29)$$

где σ_1, σ_3 – главные напряжения; m_b – константа Хоека-Брауна для породного массива; s, a – постоянные, учитывающие генезис и состояние (сплошность) породного массива.

Как известно, предел прочности на одноосное сжатие может быть выражен через сцепление и угол внутреннего трения зависимостью:

$$\sigma_{сж} = 2C \operatorname{tg} \omega = 2C \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Таким образом, используя данное выражение для ненарушенного (нетрешиноватого) массива, критерий (3.29) можно записать в следующем виде [284]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2C \operatorname{tg} \omega \sqrt{1 + \frac{m_1 \sigma_3}{2C \operatorname{tg} \omega}}, \quad (3.30)$$

где $4 \leq m_1 \leq 33$ – постоянная.

Рассмотрим аналитические критерии П. П. Баландина и Л. Я. Парчевского – А. Н. Шашенко [284]. В качестве механических характеристик в оба критерия входят пределы прочности на сжатие $\sigma_{сж}$ и растяжение σ_p , а эквивалентное

напряжение выражается через их отношение $\psi = \sigma_p / \sigma_{сж}$. Для идеально хрупких материалов ($\psi = 0$) критерий П. П. Баландина можно представить в виде:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2C \operatorname{tg} \omega \sqrt{\frac{(\sigma_1 + 2\sigma_3)}{2C \operatorname{tg} \omega}}. \quad (3.31)$$

Аналогично критерий Л. Я. Парчевского – А. Н. Шашенко будет иметь вид:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2C \operatorname{tg} \omega \sqrt{\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2C \operatorname{tg} \omega}}. \quad (3.32)$$

Несмотря на то, что критерий (3.30) является эмпирическим, критерии (3.31), (3.32) получены при алгебраическом преобразовании энергии формоизменения, а критерий (3.24) получен строго аналитически из континуальных соображений, они имеют идентичную структуру. Их общую зависимость можно представить в виде:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2C \sqrt{f(\sigma_1, \sigma_3)},$$

где $f(\sigma_1, \sigma_3)$ – функция главных напряжений.

3.4. Вариационный принцип дезинтеграции горных пород

Во второй главе диссертации решена задача по определению наиболее слабых поверхностей скольжения в однородных откосах (в континууме). Условие для нахождения данных поверхностей можно свести к следующей вариационной задаче (2.25), (2.36) (пределы интегрирования здесь и далее опущены за ненужностью):

$$\begin{aligned} & \int \left[A(x, y, y')(\hat{y} - y) - \mu \eta(x, y, y') \sqrt{1 + y'^2} \right] dx = \\ & = \int A(x, y, y') dS - \mu \int \eta(x, y, y') dl \rightarrow \max. \end{aligned} \quad (3.33)$$

где $A(x, y, y')$ – некоторая функция координат и производной функции поверхности скольжения (разрушения); $\eta(x, y, y')$ – некоторая функция; μ – постоянная, обеспечивающая условие предельного равновесия вдоль поверхности раз-

рушения, то есть, определяющая размеры призмы, необходимые для разрушения откоса, m ; dS – дифференциал площади; dl – дифференциал дуги поверхности скольжения (разрушения).

Заметим, что выражение (3.33) можно представить как следующее вариационное уравнение [235]:

$$\delta \left[\frac{\int A(x, y, y') dS}{\int \eta(x, y, y') dl} \right] = 0, \text{ или } \frac{\int A(x, y, y') dS}{\int \eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max, \quad (3.34)$$

где δ – вариация функционалов или их функции.

Вариационная задача (3.33) получена исходя из принципа возможных перемещений, который, как известно, является энергетическим. В этой связи, функция $A(x, y, y')$ представляет собой удельную работу объемных сил (удерживающих и сдвигающих) на возможном перемещении механической системы при сдвиговом разрушении (потенциал). По сути, функция $A(x, y, y')$ представляет собой удельную полную (с обратным знаком) потенциальную энергию деформации твердого тела (удельную работу), затрачиваемую на разрушение твердого тела (создание поверхности дезинтеграции, структуры). А функция $\eta(x, y, y')$ является удельной работой поверхностных сил при разрушении, а по сути – удельной поверхностной энергией (работой) разрушения единицы площади на возможном перемещении системы при сдвиге по поверхности дезинтеграции.

Обобщая уравнение (3.34) на случай действия поверхностных нагрузок, запишем вариационный принцип дезинтеграции для случая сдвигового характера разрушения горных пород (твердого тела) в общем виде:

$$\frac{\int_N V(x, y, y') dn + \int_S [W(x, y, y') - U(x, y, y')] dS}{\int_L 2\eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max, \quad (3.35)$$

где $A = W - U$ – удельная работа объемных сдвигающих W и удерживающих U сил на возможном перемещении системы при сдвиговой дезинтеграции (сдвиговый потенциал отсека); V – удельная работа поверхностных сил; 2η –

удельная поверхностная энергия разрушения единицы длины трещины при срезе; dn – элемент нагруженной поверхности тела.

Коэффициент “2” в знаменателе (3.35) формален и показывает, что при разрушении тела (образование трещины) площадь образовавшейся поверхности в два раза превышает ту же площадь в сплошном теле, однако на наличие экстремума выражения он не влияет. Кроме того, подразумевается, что потенциальной энергии достаточно для образования поверхностей дезинтеграции.

Из принципа (3.35) следуют достаточно важные выводы. Если внешняя нагрузка постоянна, а объемные силы отсутствуют или ими можно пренебречь, то в однородной среде поверхностями дезинтеграции будут являться плоскости. Примером являются дезинтеграция образца горной породы под нагрузкой, массива горных пород под действием тектонических напряжений. Отметим, что данный результат совпадает со статикой сыпучей среды, где первое и второе семейство характеристик, при отсутствии собственного веса, вырождаются в изогональные системы прямых.

Рассмотрим случай, когда A и η постоянны, а внешняя нагрузка отсутствует. В этом случае решением вариационного уравнения (3.35), при отсутствии дополнительных условий, для объемной задачи является сфера, а в плоском случае – окружность. Данный результат следует из так называемой изопериметрической задачи (задача Дидоны) и закона ее взаимности. То есть, при фиксированной длине максимальную площадь оконтуривает окружность и наоборот.

Как известно капля воды в невесомости принимает сферическую форму, минимизируя посредством площади, энергию поверхностного натяжения. Другим примером является одиночный мыльный пузырь, также принимающий в полете форму шара. Согласно теореме Пуассона средняя кривизна поверхности раздела двух физических сред, находящихся в равновесии, пропорциональна разности давлений в этих средах (для пузыря разность давлений отлична от нуля), тогда средняя кривизна постоянна и отлична от нуля. Мыльные пленки впервые подробно исследовал Плато, который вывел следующие правила: 1) три поверхности могут сходиться под углом только 120° ; 2) разграничивающие кривые обязаны встречаться только по четыре и только под углом примерно

109 градусов 28 минут – это углы, под которыми в правильном тетраэдре расходятся отрезки, соединяющие его центр с вершинами [285].

Шары, как экстремальные геометрические фигуры, не могут компактно заполнить предоставленное им трехмерное пространство. В этой связи дополнительным условием к принципу (3.33), (3.34) и (3.35) может являться требование полного заполнения фигурами всего предоставленного им пространства. В случае отсутствия объемных сил и постоянстве внешних приходим к задаче Кельвина (Томсона), 1887 г. То есть, необходимо найти форму фигур с наименьшими поверхностями, непрерывно заполняющими бесконечное пространство, при одинаковых и заданных объемах. Последним решением-приближением является форма Уэйра-Фелана [286], для плоского случая решением, по-видимому, является система шестигранников, напоминающих пчелиные соты. При одинаковом числе сторон и равных периметрах, площадь правильного многоугольника больше, чем неправильного. Из двух правильных многоугольников с равными периметрами площадь больше у того многоугольника, у которого больше сторон.

Постоянство A и η означает их независимость от угла наклона сдвиговой площадки во всех точках поверхности дезинтеграции и ее постоянную кривизну. Используя зависимости (2.39), (3.2) или (3.24), (3.25), можно показать, что радиус кривизны поверхности сдвиговой дезинтеграции пропорционален разности главных напряжений (радиусу круга Мора) и обратно пропорционален объемной силе поля (объемному весу), которая создает данные предельные напряжения:

$$|R| = \frac{[1 + \operatorname{tg}^2 \psi]^{3/2}}{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \psi} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\gamma},$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению, который в первом приближении можно принять равным $\pi/4 + \varphi/2$.

Таким образом, кривизна поверхности дезинтеграции является индикатором вида напряженного состояния и его изменения в теле. Из данного выражения следует, что постоянная кривизна (радиус) означает постоянную разность главных напряжений или одноосное напряженное состояние в каждой точке.

Для идеально связных пород и материалов поверхностью дезинтеграции является плоскость. Также следует, что чем прочнее материал, тем кривизна поверхности сдвиговой дезинтеграции меньше.

То есть, используя принцип (3.35) и последнюю зависимость появляется возможность решать обратные задачи: по форме поверхностей сдвиговой дезинтеграции определять исходное напряженное состояние, а в случае известного естественного поля напряжений – коэффициенты концентрации напряжений.

Вернемся к вопросу разрушения откосов. Длительное время при расчете устойчивости откосов используется поверхность скольжения в виде дуги окружности. Как показано выше, каждый из трех участков поверхности скольжения в однородных откосах в отдельности достаточно тесно описывается дугой окружности. Кроме того, обращает на себя внимание тот факт, что на первых двух участках (нижних) поверхность скольжения вогнутая, а на третьем (верхнем) – выпуклая, но все равно по форме достаточно близка к дуге некоторой окружности. Это связано с тем, что на третьем участке внутренние (межблоковые) реакции E, T не совершают работы на перемещении. Таким образом, данный участок нужно ассоциировать с идеальной пластичностью. Но работа внутренних сил на перемещении при дезинтеграции подразумевает сложное (объемное) напряженное состояние, то есть повышенную потенциальную энергию деформации. Таким образом, поверхностью дезинтеграции минимизируются площади (объемы) с пониженным потенциалом (пластические), и увеличиваются площади с повышенным потенциалом (перенапряженные, упругие, энергоемкие области), при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание поверхностей дезинтеграции (их длина).

Аналогично происходит формирование кольцеобразных перенапряженных зон вокруг подземных горных выработок (явление зональной дезинтеграции), где отдельные сдвиговые трещины своей совокупностью (ломаная линия, включающая сдвиговые и отрывные трещины) в зонах дезинтеграции оконтуривают повышенную энергию, минимизируя длину зон дезинтеграции. Но в силу того, что зоны дезинтеграции имеют мощность, минимизируется площадь зон дезинтеграции или пластических зон.

Морозов Е. М. [223] еще в 1961 году для условия равномерного двухосного растяжения выдвигал условие минимизации длины периметра при охвате наибольшей возможной по условиям разрушения площади, в качестве принципа дезинтеграции. Однако, как показано выше, для условий сдвигового разрушения и сложного распределения энергии по объему, а также при наличии пластических областей, данное условие имеет более сложный вид.

Таким образом, исходя из выражений (3.34), (3.35) и их анализа следует, что в теле при дезинтеграции (диссипации энергии), происходит ее кластеризация. То есть, поверхностями (зонами) дезинтеграции отсекается, по возможности, большее количество потенциальной энергии (сдвигового потенциала или возможной работы при сдвиге) реализуемой для их создания, и, напротив, уменьшаются размеры пластических областей, при минимальном расходе (диссипации) энергии на процесс дезинтеграции.

Примечательно, что для сыпучих горных пород, процесс дезинтеграции будет продиктован экстремумом числителя выражений (3.34) или (3.35), который выражает ни что иное как принцип минимума полной энергии (принцип Лагранжа).

Что касается вопроса физических предпосылок выполнения условий (3.34) и (3.35), то нужно признать, что это проблема будущих исследований. Если учесть, что энтропия является не только мерой хаоса, но и мерой качества энергии, мерой ее концентрации и направленности, то неизбежность самоорганизации в природе можно вывести также из вариационного принципа минимума диссипации (рассеяния) энергии: если возможно множество сценариев протекания процесса, согласных с законами сохранения и связями, наложенными на систему, то в реальности процесс протекает по сценарию, которому отвечает минимальное рассеяние энергии, то есть минимальный прирост энтропии. Другими словами, если в ходе процесса возможно образование упорядоченных устойчивых статических или динамических структур в локальных областях системы, то они обязательно возникнут, уменьшая тем самым суммарный прирост энтропии [287]. Впрочем, данный принцип пока не имеет математического выражения.

3.5. Фундаментальный параметр иерархии при дезинтеграции горных пород

При пластическом деформировании и дезинтеграции твердых тел и горных пород их деление на части происходит по некоторым правилам или законам, при этом размеры блоков разных иерархических уровней образуют некоторый упорядоченный ряд [91, 93], согласованный с некоторой фундаментальной константой. Как показывают исследования, эта фундаментальная постоянная проявляет себя далеко не только в вопросах деструкции твердых тел.

Одним из ярких явлений в геомеханике, подтверждающих закономерный характер дезинтеграции горных массивов, является зональная дезинтеграция горных пород вокруг горных выработок в сильнонапряженных горных массивах, открытое сотрудниками ИГД СО РАН и др. в 80-х годах прошлого века. Исчерпывающий перечень литературных источников по данному явлению: [94 – 98, 110 – 112, 118 – 124, 126 – 131]. Суть явления заключается в образовании вокруг горизонтальных выработок нескольких (в зависимости от уровня напряжений) кольцевых или квазипараллельных выработке зон упругих и пластических (разрушения) состояний горных пород, поочередно сменяющих друг друга.

Прежде, чем перейти к обсуждению явления зональной дезинтеграции горных пород сделаем небольшое отступление. Дело в том, что с данным явлением связаны и другие фундаментальные открытия и направления исследований его авторов в области нелинейной геомеханики. Его открытие послужило своего рода толчком к открытию других эффектов и объяснению некоторых наблюдаемых фактов из самых различных отраслей естествознания. К таковым, помимо эффекта зональной дезинтеграции горных пород вокруг выработок (полостей), относятся: эффект самоорганизации искусственных (закладочных) массивов с образованием опорных ячеистых структур в виде пассивного ядра и активной несущей оболочки, эффект аномально низкого трения в геосредах, волны маятникового типа, явление когерентного излучения сейсмических и электромагнитных волн (квазирезонансный механизм трансформации упругой энергии очаговых зон концентрации напряжений в кинетическую энергию

движения геоблоков или структурных элементов) [95]. Проведенные исследования позволили ученым из ИГД СО РАН обосновать некоторые важнейшие фундаментальные константы. К таковым, в первую очередь, относится геомеханический инвариант [112]:

$$\mu_{\Delta}(\delta) \cong (0,5 \div 2) \cdot 10^{-2}, \quad (3.36)$$

характеризующий отношение раскрытия трещин (под раскрытием трещин в общем случае понимается и ширина зон интенсивного дробления пород тектонических разломов) к размеру (диаметру) структурного элемента соответствующего ранга (образовавшего его).

Другим важным геомеханическим показателем является параметр схлопывания полостей (горных выработок) в блочных средах τ (отношение размера выработки к размеру структурного блока). При проведении физического моделирования, оказалось, что данная величина изменяется в довольно узких пределах [97]:

$$\tau = 7 \div 9.$$

При $\tau = 7$ начинается весьма заметным образом развиваться процесс относительного проскальзывания блоков между собой, а при $\tau = 9$ полость теряет свою устойчивость: деформации исходного контура полости на порядок и более превышают гуковские [97]. По мнению авторов, данный критерий может быть использован для определения размеров блоков, которые будут возникать в условиях близких к предельному, для данных пород, то есть к началу коллапсирования полости [97].

Впрочем, вернемся к явлению зональной дезинтеграции горных пород.

Положение зон дезинтеграции пород относительно полости радиуса r_0 подчиняется соотношению [97]:

$$r_i = r_0 \cdot \alpha^i; i = 0, 1, 2, \dots, N; \alpha = \sqrt{2}, \quad (3.37)$$

где r_i – значения радиуса до начала i -той зоны дезинтеграции от центра полости, m ; N – максимальное число зон дезинтеграции; α – масштабный фактор явления зональной дезинтеграции.

Соотношения (3.37) являются решениями следующей системы уравнений [97]:

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_N}{r_{N-1}} = \alpha. \quad (3.38)$$

При этом ширина i -той зоны дезинтеграции

$$\Delta r_i \approx (0,05 \div 0,11) \cdot r_i. \quad (3.39)$$

В работе [107] авторами приведен обзор исследований по вопросу зональной дезинтеграции и обобщены закономерности данного явления, приведем их. Зональный характер отрывного разрушения сильно сжатого массива вокруг подземных выработок был установлен в обширных натуральных и лабораторных экспериментальных исследованиях в России и за рубежом. Зональная структура разрушения носит кольцевой замкнутый вокруг выработки характер. Основными свойствами зональной структуры разрушения являются повторение зонами контура выработки, чередование относительно ненарушенных (промежуточных) и разрушенных участков массива, увеличение числа зон с ростом глубины, отрывной характер трещин в них, угловое распространение трещин в зонах разрушения – и квазирадиальное в промежуточных зонах, протяженный характер зон в радиальном направлении, закономерное изменение радиальной протяженности зон от контура выработки вглубь массива и другие. В промежуточных зонах массива установлено наличие высоких сжимающих напряжений, что является причиной дискования керна и закономерного уменьшения толщины дисков от краев к середине зон. Выявлено наличие разорванных (спиралевидных) деформационных зон вокруг выработки в зоне надработки, движение по массиву участков относительного сжатия и растяжения, наличие «мертвых» деформационных зон – недеформирующихся участков массива. Деформации контура выработки могут определяться как разрыхлением, так и поворотом и сдвижением больших блоков пород [107]. Вместе с тем, по данным В. Н. Ревы [107], установлено закономерное уменьшение ширины зон дезинтеграции (трещин) вглубь массива, что несколько противоречит зависимости (3.39).

С вариационных позиций, факт наличия кольцеобразных зон достаточно просто объясним. Перенапряженный (ненарушенный) участок, с высоким по-

тенциалом, с внутренней стороны оконтурен заданной границей зоны неупругих деформаций – начальной зоной дезинтеграции, а внешняя граница не случайна и оконтуривает максимально возможную площадь, для аккумуляции в ней, по возможности, наибольшего количества потенциальной энергии (работа сдвигающих и удерживающих сил). Но внешняя граница ненарушенной области, является внутренней границей следующей зоны дезинтеграции, ее внешняя граница формируется по принципу минимизации площади (длины) поверхности диссипации, конечно, с учетом распределения напряжений. Как видно, условие минимизации поверхности диссипации выполняется для обеих границ. Описанные закономерности явления зональной дезинтеграции непосредственно следуют из принципа (3.34), (3.35). Здесь наблюдается полная аналогия с оползневыми явлениями в карьерах, т. е. с формированием призмы смещения (поверхности скольжения) в откосах.

Наличие отрывных трещин параллельных контурам выработки, объясняется тем, что в объемном напряженном состоянии минимальное главное напряжение будет ориентировано субнормально к контуру выработки, соответственно траектория наибольшего главного напряжения будет, на различном удалении, повторять форму выработки, что при пластическом деформировании и приведет к образованию разрывных трещин. Этим же объясняется угловое (диагональное) распространение трещин в областях дезинтеграции, то есть сколовые (сдвиговые) трещины залегают диагонально относительно главных сжимающих напряжений.

Исходя из выше представленной теории, можно выдвинуть гипотезу о ротационном механизме образования зон дезинтеграции. Подобно тому, как структурный элемент оконтуривается и разворачивается в процессе пластического деформирования, происходит разворот некоторой части пород, находящихся в окрестности выработки, при усилении напряженного состояния размер ротационной области возрастает, что приводит к образованию новой зоны дезинтеграции. Замкнутость зон дезинтеграции указывает на ротационную природу их образования. И, действительно, если бы трещины разрывного происхождения были результатом проведения выработки, то есть разгрузки массива

и появления растягивающих напряжений, то в непосредственной близости от контура выработки наблюдались бы откольные явления с затуханием вглубь массива и образованием, лишь одной зоны дезинтеграции на контуре выработки. В действительности, выработка является лишь концентратором сдвиговых напряжений, а трещины отрыва имеют дилатансионную природу. В подтверждение сказанному приведем еще один любопытный довод. В работе [124] авторы приводят эмпирическую зависимость для определения расстояния от контура выработки до наиболее удаленной зоны дезинтеграции, м:

$$l = r_0 \left[1 + B \cdot \ln \left(A \cdot \frac{\sigma}{\sigma_0} \right) \right], \quad (3.40)$$

где r_0 – радиус выработки, м; σ – действующее напряжение в нетронутом массиве, Па; σ_0 – прочность массива пород на сжатие; A, B – экспериментальные константы.

Во-первых, очевидно, что при соответствующем подборе коэффициентов зависимость (3.40) будет также характеризовать расстояния до произвольной зоны дезинтеграции, а, во-вторых, она имеет идентичную, с разницей лишь в коэффициентах, структуру с полученными автором зависимостями для предельных напряжений в пластической фазе деформирования (3.21), (3.28). Едва ли, это можно считать случайным совпадением.

Одним из фундаментальных свойств горного массива, впрочем, как и любой другой системы, является его иерархичность, обеспечивающая ему устойчивость и неуязвимость [287]. По-видимому, одним из первых на это свойство горного массива обратил внимание М. А. Садовский (1989), отметив при этом, что отношения размеров соседних уровней иерархии дают приблизительно одно и то же число (иерархическая постоянная деструкции), равное 3,5 [91, 93]. Согласно исследованиям по физике твердого тела С. Н. Журкова, В. С. Куксенко и других (1977) [109], концентрационный критерий укрупнения трещин равен $e \approx 3$. Коэффициент линейного вложения блоков, по данным М. В. Курлени и В. Н. Опарина (1992-1994), в рамках геомеханических исследований, оценивается значениями 2 – 5, например [97]. Астрофизическим аналогом, приведенных выше параметров, характеризующих дезинтеграцию горных пород, является

ся фундаментальный параметр иерархии или число А. М. Чечельницкого (1978 – 1988), равный 3,66 [288 – 290].

Если предположить, что вся накопленная в некоторой области твердого тела полная энергия полностью и без дополнительных притоков будет расходоваться на создание новых поверхностей разрушения – свободное разрушение [125], то согласно закону сохранения энергии ($2\eta \cdot l = A \cdot S$), отношение $2\eta / A = S / l$ в вариационном принципе (3.33), (3.34) будет характеризовать линейный размер области, перпендикулярный вновь образованной сдвиговой трещине, достаточный для ее создания. Таким образом, используя зависимость (2.36), искомый размер определится зависимостью:

$$L = \frac{2\eta}{A} = \frac{2\rho\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta}}{\operatorname{tg} \vartheta - \operatorname{tg} \varphi}, \quad (3.41)$$

где ϑ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению; $\rho \equiv l$ – некоторая постоянная для однородного массива величина, м.

Подставим в уравнение (3.41) значение $\vartheta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ и получим

$$L = 4\rho \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (3.42)$$

Очевидно, что величина ρ в формуле (3.42) представляет собой критический размер образующейся структуры [125], зависящий от абсолютного значения подводимой упругой энергии. Таким образом, коэффициент вложения блоков (отношение размеров блоков соседних уровней иерархии или параметр иерархии) или критерий зарождения сдвиговых трещин в твердых телах:

$$\lambda = \frac{L}{\rho} = 4 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (3.43)$$

Перейдем к анализу выражения (3.43). Учитывая пределы изменения угла внутреннего трения, будем иметь:

$$\lambda = 2,828_{\varphi=0} \div 3,696_{\varphi=\pi/4}. \quad (3.44)$$

Для осредненного значения отношений размеров блоков соседних рангов равного 3,5 по М. А. Садовскому, исходя из уравнения (3.43) имеем $\varphi \approx 32^\circ$, что

достаточно точно соответствует скальному массиву. Таким образом, формула (3.43) может быть использована для прогнозирования угла внутреннего трения трещиноватого горного массива.

Другими словами образование трещин будет возможно только тогда, когда отношение расстояний между ними к их длине будет являться некоторой константой, продиктованной законом сохранения энергии. Данный размер межтрещинного участка необходим для накопления в нем достаточной энергии для создания плоскости дезинтеграции заданного размера. Если размер больше, то и трещина будет длиннее, то есть соотношения (3.43) и (3.44) будут выполняться, конечно, в случае отсутствия рассеяния и притока энергии.

Примечательно, что среднее значение λ , из зависимости (3.44), весьма тесно связано с так называемым числом Фидия: $\Phi \approx 1,618$ (“Золотое сечение” или “Золотая пропорция”) – это есть такое деление единого целого на две части (1 и 0,618), при котором меньшая часть (ассоциированная со свободой выбора) относится к большей (ассоциированной с системными законами) так же, как большая часть относится к целому. Только те элементы системы, которые несут в себе “Золотое соотношение” между свободой выбора и закономерностью могут устойчиво существовать длительное время [287]. Итак, теоретическое среднее λ_0 , согласно зависимости (3.44), с точностью менее 1%:

$$\lambda_0 \approx 2\Phi. \quad (3.45)$$

Угол внутреннего трения, являясь характеристикой пластичности и прочности, конкретного физического смысла не имеет, так как во всех зависимостях, прежде всего в критерии Кулона, выражается через коэффициент трения (внутреннего трения) $f = \operatorname{tg}\varphi$. Тогда, с учетом вышесказанного, имеем любопытную зависимость (точность которой составляет примерно 0,5%):

$$1 + \operatorname{tg}32^\circ \approx \Phi. \quad (3.46)$$

Возможно, уравнение (3.46) следует трактовать так: породы с углом внутреннего трения $\varphi \approx 32^\circ$ и, соответствующим им параметром иерархии равным 3,5 по М. А. Садовскому, наиболее устойчивы к внешним воздействиям. Следует отметить, что попытка привлечь число Фидия для обоснования границ зон

дезинтеграции вокруг горных выработок предпринималась ранее в работах [127, 128].

Анализ полученных результатов, в том числе и выражения (3.45), наталкивают на мысль о том, что масштабный фактор зональной дезинтеграции α [97] должен, каким-то образом, быть связан с параметром иерархии λ при дезинтеграции горных массивов, да и вообще иметь физический смысл. На взгляд автора, упомянутая связь выражается зависимостью:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (3.47)$$

И, действительно, у масштабного фактора (3.47) и параметра иерархии (3.43) появляется вполне явное и логическое толкование. Чем больше угол внутреннего трения, тем больше энергии тратится на создание новых поверхностей (структур) данных размеров, а значит, межтрещинное расстояние также возрастает. Таким образом, физический смысл выражений (3.43) и (3.47) – показатель диссипации энергии при создании поверхностей дезинтеграции. В средах, где диссипация энергии от внутреннего трения отсутствует, то есть $\varphi = 0$, $\alpha = \sqrt{2}$, что соответствует величине (3.37) [97].

До сих пор речь шла о сдвиговом характере дезинтеграции и разрушения, однако, как указывалось выше, при сдвиговой пластической деформации возникают дилатансионные разрывы, расстояния между которыми можно оценить по формуле:

$$R = \frac{L}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} = 4\rho. \quad (3.48)$$

Таким образом, для однородного и изотропного твердого тела, линейный коэффициент вложения (параметр иерархии) теоретически может составлять от 2,82 до 4, соответственно параметр, характеризующий радиус дезинтеграции, от 1,41 до 2. Разумеется, неоднородность и анизотропия горного массива приведут к некоторому разбросу относительно теоретических значений.

М. В. Курленя и В. Н. Опарин предложили значительно расширить область использования зависимостей (3.36) – (3.39), применив их для обоснования

атомно-ионных радиусов и зон “неопределенностей” электронов химических элементов таблицы Д. И. Менделеева [110, 140], зон геодезинтеграции, их сопоставления с разрезом Земли по Гуттенбергу и размеров литосферных плит, континентов, морей [97], стратификации недр Луны, Солнца и планетарных радиусов Солнечной системы (закон Тициуса-Боде) [94].

Последовательность радиусов планетарных орбит приближенно описывается геометрической прогрессией. В первоначальной форме того закона радиус орбиты (в астрономических единицах) n -ой планеты (считая от Солнца) определяется формулой [291]:

$$R_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n, \quad (3.49)$$

где $n \rightarrow -\infty$ для Меркурия; $n = 0$ для Венеры; $n = 1$ для Земли; $n = 2$ для Марса и далее.

Позднее нашли, более лучшее, чем (3.49), приближение, которое дает простая геометрическая прогрессия [291]:

$$R_n = R_0 \cdot 1,89^n, \quad (3.50)$$

где R_0 – постоянная.

Кроме того, известно [94, 291], что отношение радиусов орбит соседних планет Солнечной системы лежит примерно в диапазоне:

$$1,4 \leq \beta \leq 2. \quad (3.51)$$

Заметим, что эмпирический коэффициент в формуле (3.50) с точностью около 2% совпадает с максимальным значением ($\varphi \rightarrow \pi/4$) параметра (3.47) – 1,85, а интервал изменения параметра (3.51) совпадает с интервалом изменения величины половинным значением параметра иерархии (радиусом).

Примечательно, что зависимость (3.37), описывающая положение зон дезинтеграции вокруг выработок и зависимости (3.49), описывающие положение предпочтительных (доминантных, элитных) орбит планет солнечной системы задаются степенными законами с основаниями $\sqrt{2}$ и 2. Кроме того, данные величины квантованы (меняются дискретно, порциями) по номерам зон i и орбит n , то есть могут принимать только целочисленные значения. Здесь уместно вспомнить о квантовании боровских орбит, то есть радиусы боровских орбит

растут пропорционально квадратам целых чисел [292]. В данном случае закон показательный (квадратичный).

Чечельницкий А. М. в рамках развиваемой им же концепции волновой Вселенной, то есть наблюдаемая Вселенная – это мир волновых динамических систем (атом, Солнечная система и так далее) при обосновании орбитальных расстояний, иерархий оболочек и элитных скоростей, рассматривал как квадратичный закон Бора так и степенной, по основаниям $\sqrt{2}$ и 2 [289, 290].

Таким образом, прослеживается полная аналогия процессов на микро и макроуровне.

3.6. Сопоставление теоретических результатов и экспериментальных данных

До сих пор мы не конкретизировали, что понимается под разрушением горных пород (образца) и какие этапы деформирования предшествуют ему. Под разрушением в данной работе будем понимать разделение (срез с полной потерей сцепления) образца на две части по генеральной поверхности разрушения. На начальном этапе приложения нагрузок образец деформируется упруго, при некотором сочетании главных напряжений (предел упругости) и дальнейшем росте напряженного состояния, наступает фаза пластического деформирования. Пластическое деформирование разделяется на ветвь упрочнения и ветвь разупрочнения, которые разделяются максимумом несущей способности образца – пределом прочности горных пород. Упрочнение при пластическом деформировании, как правило, сопровождается дилатансией – общим приращением объема образца (внутренним разрыхлением). Однако, при увеличении бокового (гидростатического) обжатия образца σ_3 свыше некоторого характерного для данной породы значения, эффект дилатансии (увеличения объема) исчезает, а образец горной породы ведет себя как пластическая среда – угол среза стремится к 45° . При таком значении бокового обжатия объемная деформация принимает максимальное значение. Для бурого угля критическим значением σ_3 является 50 МПа, для НВО песчаника 100 МПа, а для мрамора 250 МПа [293]. В

этом случае на диаграмме “напряжение-деформация” исчезает максимум (предел прочности), то есть напряжение, достигнув при упрочнении определенной величины (предела прочности), становится постоянным (график параллелен оси деформации), подобно графику идеальной пластичности. Интенсивность дилатансии как на стадии упрочнения, так и разупрочнения примерно одинакова [293, 294]. При достижении ветвью разгрузки на диаграмме “напряжение-деформация” некоторых значений напряжений стадия пластической деформации заканчивается, кривая выполаживается и становится параллельной оси деформаций, значение напряжения для этого участка соответствует остаточной прочности горной породы. В начале участка остаточной прочности дилатансия (объемные деформации) практически отсутствуют или имеют незначительные величины [293]. По данным испытаний на жесткой установке [293, 294] установлено, что разрушение всегда происходит в начале участка остаточной прочности. После разрушения, деформация образца идет за счет скольжения друг относительно друга двух частей образца по образовавшейся шероховатой плоскости разрушения [293].

Авторами [192], на основе большого количества экспериментов, выделяются три этапа деформирования пород. Первый этап упругого деформирования сопровождается увеличением деформаций в направлении максимального сжатия и уменьшением объема образца. Второй дилатансионный этап сопровождается развитием трещин в образце, разрыхлением, увеличением объема и сравнительно быстрым увеличением диаметра. Третий этап эквиволюмиального течения характеризуется постоянством объема, то есть приращения радиальных деформации равны половине приращения осевых деформаций.

Необходимо понимать, что линейный критерий Кулона описывает теоретическую прочность идеальных материалов на срез. Таким образом, для построения паспорта прочности необходимо отбирать идеально одинаковые и однородные (изотропные) образцы, что, разумеется, невозможно в принципе. Кроме того, прямая, описываемая критерием Кулона, является предельной. То есть любое несоответствие вышеупомянутым требованиям, в процессе испыта-

ния, будет приводить к тому, что координаты точки строящегося паспорта будут заведомо ниже кулоновской прямой. Что, в свою очередь, будет приводить к нелинейности паспорта прочности.

Авторы [192] указывают, что, по-видимому, для всех материалов существует некоторый абсолютный предел касательных напряжений, к которому должна асимптотически приближаться огибающая, который определяется прочностью атомных связей. Уровень этих предельных напряжений весьма различен. Так, для карбонатных пород средней прочности типа мрамора сильное выполаживание огибающей наблюдается уже при боковых давлениях $800 - 1200 \text{ кгс/см}^2$. У глинистых и соляных пород еще при меньших давлениях. В то же время у крепких изверженных и метаморфических пород предельный уровень касательных напряжений чрезвычайно высок (более 40 тс/см^2), в обычных горнотехнических условиях напряженного состояния массива не достигается и технически недоступен большинству имеющихся испытательных устройств. Из рис. 3.5 также следует выполаживание огибающих с ростом напряжений, причем резкое выполаживание для кривых с меньшим значением k приурочено к меньшим значениям нормальных напряжений и наоборот.

Различные исследователи при пластическом деформировании и разрушении образцов наблюдают площадки сдвига, ориентированные весьма разнообразно относительно приложения нагрузки. Так, авторы [205] наблюдали углы отклонения площадок среза от направления наибольшего главного сжимающего напряжения на величины от 45° при выходе условий предельного напряженного состояния в горизонтальное положение (условие чистого сдвига) до $18 - 20^\circ$ при изменении напряженного состояния от чистого сдвига до состояния близкого к одноосному сжатию. Таким образом, углы площадок среза к наименьшему главному напряжению, для некоторых видов напряженного состояния могут превышать значение $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Кроме того, авторами указывается

на увеличение упомянутого угла вплоть до 45° при увеличении от опыта к опы-

ту минимального главного напряжения. А. Надаи [197] со ссылкой на Т. Кармана и Р. Бёкера приводит данные по измерению угла между площадками сдвига со стороны действия наибольшего сжимающего напряжения. Вследствие значительной пластической деформации угол, измеряемый в конце испытаний, отличается от угла, получающегося в момент возникновения поверхностей скольжения, поэтому приходилось вводить поправки. При пластическом состоянии мрамора эти углы увеличиваются от 53° при отсутствии гидростатического давления (одноосное сжатие) до 73° при боковом давлении 685 атм. Опыты показали, что низкому давлению соответствует хрупкое поведение материала, а высокому давлению – пластическое, с углом скольжения, достигающим 90° . Также указывается, что данный угол, в общем случае, зависит не только от рода материала (пластичный, хрупкий), но также от значений главных напряжений и степени упрочнения. Одинцев В. Н. [282] выделяет четыре вида разрушений, в зависимости от величины наименьшего главного напряжения (рис. 3.6). При очень малых значениях бокового обжатия (менее 1 МПа) развивается первый вид разрушения, представляющий собой отрывные трещины параллельные действию наибольшего сжимающего напряжения. Второй вид разрушения имеет место при более высоких значениях боковых сжимающих напряжений (1 – 7 МПа). В конечной стадии разрушения происходит сдвиг по достаточно крутым поверхностям. При значительных боковых сжимающих нагрузках (10 – 45 МПа), разрушение происходит вдоль единственной плоскости сдвига (третий вид), которая содержит зону мелкозернистого дробления, при этом плоскость сдвига более сильно отклонена от вертикали в сравнении со вторым случаем. Разрушение четвертого типа отвечает пластическому разрушению и происходит при значительных боковых нагрузках (более 45 МПа) (см. рис. 3.6) [282].

Также указывается, что угол наклона поверхности разрушения для одной и той же породы различен в зависимости от соотношений главных напряжений [282].

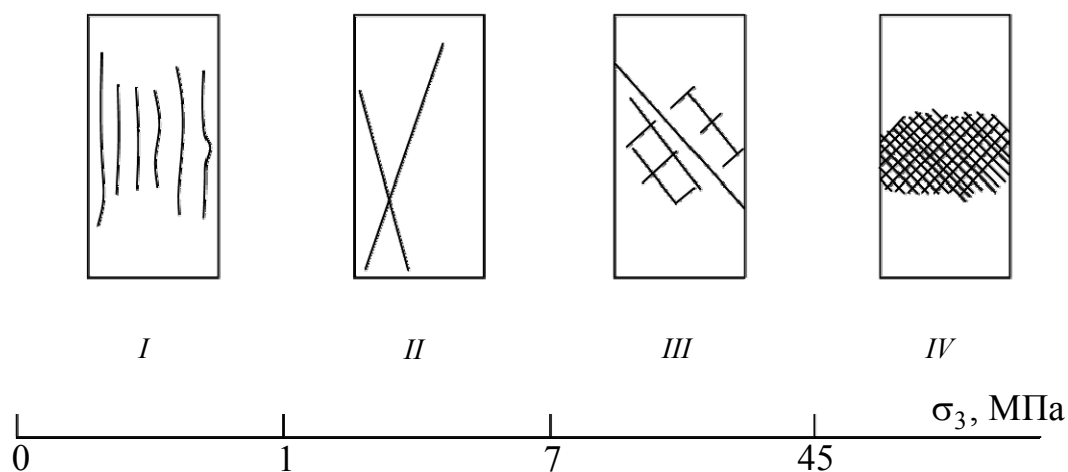


Рис. 3.6. Разрушение образцов при различных значениях бокового обжатия [282]

Обнаружение в раздавленных образцах трещин отрыва параллельных максимальному сжимающему напряжению [205, 282], и теоретическое обоснование данного явления с позиции концепции геодезических линий [221], очень просто и логично объясняется дилатансией, то есть поперечным расширением с увеличением объема. Именно данные трещины, согласно предлагаемой теории, и являются причиной снижения нормального напряжения на площадке среза. Таким образом, сдвиговая пластичность всегда сопровождается разрывными процессами. Яркий пример – образование трещины отрыва при формировании призмы смещения в откосе.

В работе [295] приведены результаты уникальных экспериментальных исследований прочности и деформируемости горных пород, а также некоторых искусственных материалов (цемент, бетон и т. д.). Исследования проводились на установке пропорционального нагружения. Исследования выполнены в условиях объемного напряженного состояния при $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$. В результате получены наибольшие главные напряжения на пределе упругости σ_1^y и на пределе прочности σ_1^p для различных значений параметра $c = \sigma_3 / \sigma_1$. Результаты экспериментов для горных пород и искусственных материалов с наиболее представительным интервалом значений c приведены в табл. 3.1. По этим данным были вычислены минимальные главные напряжения на пределе упругости σ_3^y и

пределе прочности $\sigma_3^{\text{п}}$ (см. табл. 3.1). Общее количество испытанных проб составило 637. Кроме того, в данной работе приведены значения величин сцепления и углов внутреннего трения при $c = 0$, необходимые для построения теоретических зависимостей (3.24) (см. табл. 3.1).

Таблица 3.1

Экспериментальные и расчетные значения главных напряжений на пределах упругости и прочности

$\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$	$\sigma_1^{\text{п}}$, МПа	η %	σ_1^y , МПа	$\sigma_3^{\text{п}}$, МПа	σ_3^y , МПа	φ , град	C , МПа
Талькохлорит (количество проб – 98)							
0,0	94,5	6,7	78,0			35	24
0,069	132,0	4,0	94,0	9,1	6,5		
0,116	142,0	3,6	102,5	16,5	11,9		
0,178	173,0	4,5	120,0	30,8	21,4		
0,233	234,0	5,3	130,0	54,5	30,3		
0,322	279,0	4,3	200,0	89,8	64,4		
0,407	382,0	4,0	246,0	155,5	100,1		
0,510	548,0	6,9	300,0	279,5	153		
Мрамор I (количество проб – 47)							
0,0	116	7,4	85			31	34
0,069	171	8,3	125	11,8	8,6		
0,116	189	5,6	138	21,9	16		
0,178	290,5	12,3	180	51,7	32		
0,232	694,5	19,2	258	161	59,9		
0,313	1160	6,4	400	363	125		
0,405	1288	0,6	500	522	203		
0,515	1767	2,9	600	910	309		
Мрамор II (количество проб – 110)							
0,0	76,5	3,9	60			31	24
0,069	111,5	8,2	86	7,7	5,9		
0,116	145,2	5,9	100	16,8	11,6		
0,178	146,2	5,8	115	26	20,5		
0,232	285	13,2	145	66,1	33,6		
0,321	515	15,6	180	165	57,8		
0,408	712	31,5	200	290	81,6		
0,508	852	45,5	280	333	142		
Диабаз (количество проб – 33)							
0,0	202	6,6	170			55	34
0,068	436,5	8,3	340	29,7	23,1		
0,116	610	9,2	346	70,8	40,1		
0,182	610	7,4	502	111	91,3		
0,227	909,5	12,3	550	206	125		
Песчаник выбросоопасный (количество проб – 41)							
0,0	122	11,6	100			34	35
0,069	285,6	6,903	213	19,7	14,7		

Продолжение табл. 3.1

0,116	439,5	6,8	248	51	28,8		
0,178	609,8	11,5	400	109	71,2		
0,227	988,2	19,4	654	224	178		
Песчаник, не опасный по выбросам (количество проб – 49)							
0,0	144	21,1	120			43	36
0,069	263	23,3	213	18,1	14,7		
0,116	405,9	19,3	302	47	35		
0,178	502,9	23,4	370	89,5	65,9		
0,227	1041	16,5	650	236	148		
Песчаник Д-8 (количество проб – 19)							
0,0	134	11,4	105			35	35
0,069	224,5	3,3	160	15,5	11		
0,116	292,5	2,9	171	33,9	19,8		
0,176	473	7,9	312	83,2	54,9		
0,232	731	4	384	169,6	89,1		
0,321	-		600		192,6		
Известняк Д-6 (количество проб – 18)							
0,0	184,5	7,3	155			51	34
0,069	220	5,9	176	15,2	12,1		
0,116	405	6,2	250	47	29,1		
0,185	524	1,8	370	97	68,5		
0,233	809	1,5	430	188,5	100,2		
Песчаник П-04 (количество проб – 33)							
0,0	75	7,4	45			40	17
0,069	134	3,0	85	9,2	5,9		
0,116	207,5	5,3	120	24,1	13,9		
0,178	283	4,2	177,5	50,4	31,6		
0,232	398	2,9	253	92,3	58,7		
0,322	424	3,7	424	136,5	136,5		
Уголь (количество проб – 30)							
0,0	64	5,2	45			41	15,5
0,071	93	5,8	81	6,6	5,75		
0,116	99	15,1	86	11,5	9,98		
0,20	91,5	18,7	80	18,3	16		
0,233	159	17,0	-	37,8	-		
Диабаз 5,7 (количество проб – 23)							
0,0	179,7	13,3	143			50	36
0,069	214,6	11,2	190	14,8	13,1		
0,116	391,3	14,7	300	45,4	34,8		
0,175	584,2	6,4	400	102,2	70		
0,227	677,6	4,2	520	153,8	118		
Диорит 11 (количество проб – 15)							
0,0	368	5,6	357			56	60
0,068	613	17,9	426	41,7	29		
0,116	817	5,2	600	94,8	69,6		
0,175	940,5	3,0	702	164,6	122,9		
0,227	1085,5	30,4	860	246,4	195,22		
Известняк (Эстонсланец) (количество проб – 23)							
0,0	79,2	6,7	56,6			42	19

Окончание табл. 3.1

0,07	122,1	4,6	80	8,5	5,6		
0,116	132,4	6,6	100	15,4	11,6		
0,192	170,6	5,7	120	32,8	23		
0,245	245	8,3	170	60	41,7		
0,322	372	8,3	195	120	62,8		
Каменная соль (количество проб – 18)							
0,0	33	10,2				50	60
0,085	46	2,0	42	3,9	3,6		
0,116	57,6	1,7	46	6,7	5,3		
0,208	72,8	2,0	48	15,1	10		
0,238	95,8	7,6	50	22,8	11,9		
Бетон (количество проб – 18)							
0,0	93	8,0	85			35	26
0,07	137,5	10,4	113	9,63	7,91		
0,116	131	2,3	103	15,2	11,9		
0,20	206	4,2	125	41,2	25		
0,238	271,5	14,8	168	64,6	40		
Цемент (количество проб – 22)							
0,0	116	10,0	95			20	40
0,07	139	7,5	100	9,73	7		
0,116	134,5	4,8	102,5	15,6	11,9		
0,20	154	11,0	124	30,8	24,8		
0,238	245	4,9	168	58,3	40		
Кварцевый диорит Д-2 (количество проб – 23)							
0,0	238,5	12,8	180			43	52
0,068	496,5	10,6	350	33,8	23,8		
0,116	530,5	4,9	360	61,5	41,8		
0,176	806,0	15,4	670	142	118		
0,227	1503,5	12,4	870	341	197		
Фойяит (количество проб – 17)							
0,0	130	17	106			35	36
0,069	217	20,1	172	15	11,9		
0,116	517	29	430	60	49,9		
0,175	723	10,7	560	126,5	98		
0,227	1158,5	19,4	870	263	197,5		

Используя данные табл. 3.1, а также зависимость (3.24) построены графики (рис. 3.7 – 3.24) теоретических поверхностей: начальная поверхность текучести (предел упругости) $k = 0$, предельная поверхность (предел прочности) $k = 1$. Точками на графиках представлены экспериментальные данные (зеленые квадраты – пределы упругости, красные круги – пределы прочности). Кроме того, определены ориентировочные значения параметра k , соответствующие экспериментальным значениям для пределов упругости и прочности, их графики также изображены на рисунках соответственно зеленым и красным цветами.

В работе Kiyoo Mogi [296] обобщены данные экспериментальных исследований (Karman (1911), Handin & Hager (1957), Paterson (1958), Mogi (1954, 1965) и др.) прочности горных пород при трехосном (объемном) напряженном состоянии. Результаты данных исследований, отвечающие условию $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$, представлены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Экспериментальные значения главных напряжений
на пределе прочности

σ_1^H , МПа	σ_3^H , МПа	ϕ , град	C , МПа	σ_1^H , МПа	σ_3^H , МПа	ϕ , град	C , МПа
Доломит				Мрамор			
265	0	43,4	57	82	0	45,6	16,8
258	0			118	6		
400	25			140	12,5		
487	45			243	40		
540	60			Гранит			
568	65			226	0	60	31,5
620	85			232	0		
682	105			50	20		
725	125			692	40		
Известняк				841	70		
310	0	38,7	74,3	79	70		
397	20			1003	100		
449	40			1023	100		
446	40			1138	150		
473	60			1198	150		
528	80			1301	200		
Андезит				1398	200		
140	0	59	19,4	1438	200		
349	16			1388	200		
364	20			1334	200		
552	40			1497	230		
671	70			Монацит			
806	100			236	0	65	25
875	110			232	0		
881	130			339	5		
Трахит				504	20		
100	0	47	20	583	40		
196	15			571	40		
259	30			600	40		
302	45			718	80		
341	60			742	80		
368	75			794	80		
437	100			943	140		
				981	140		
				1107	200		

Сцепление и угол внутреннего трения (см. табл. 3.2) рассчитаны, используя первые две пары главных напряжений для каждого наименования горной породы. Отметим, что некоторые полученные значения угла внутреннего трения, превышают значение 45° (см. табл. 3.2), что является некорректным, однако эти значения все же были использованы для построения предельных поверхностей.

Используя данные табл. 3.2 и зависимость (3.24) для каждой горной породы построены теоретические поверхности текучести ($k = 0$) и предельные поверхности ($k = 1$), а также нанесены точки (красный круг), отвечающие значениям пределов прочности, согласно экспериментальным данным (рис. 3.25 – 3.31). Так же, как и в предыдущем случае, подобраны ориентировочные значения параметра k , отвечающие наилучшей аппроксимации экспериментальных данных зависимостью (3.24). Их графики также приводятся (см. рис. 3.25 – 3.31). Из работы [296] непонятно при каком виде нагружения (простом (пропорциональном) или сложном) производились испытания. С другой стороны, в работе А. Н. Ставрогина и А. Г. Протосени [295], при исследованиях на гидравлических установках простого и сложного нагружения (ГУПН и ГУСН) доказывается независимость пределов упругости и прочности от вида нагружения.

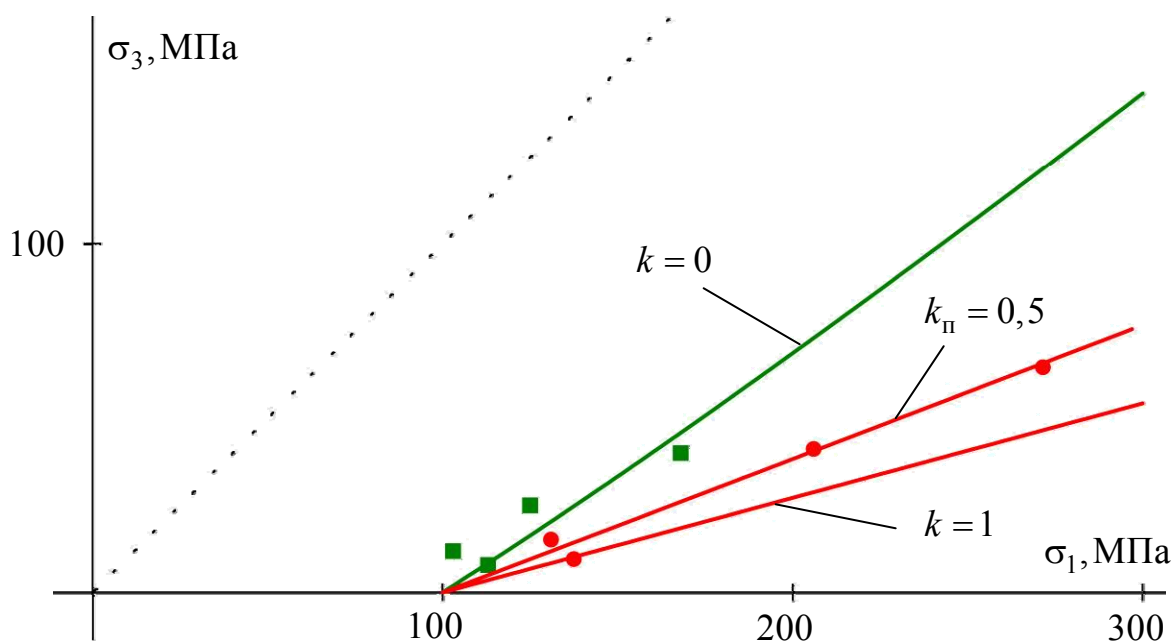


Рис. 3.7. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Бетон*

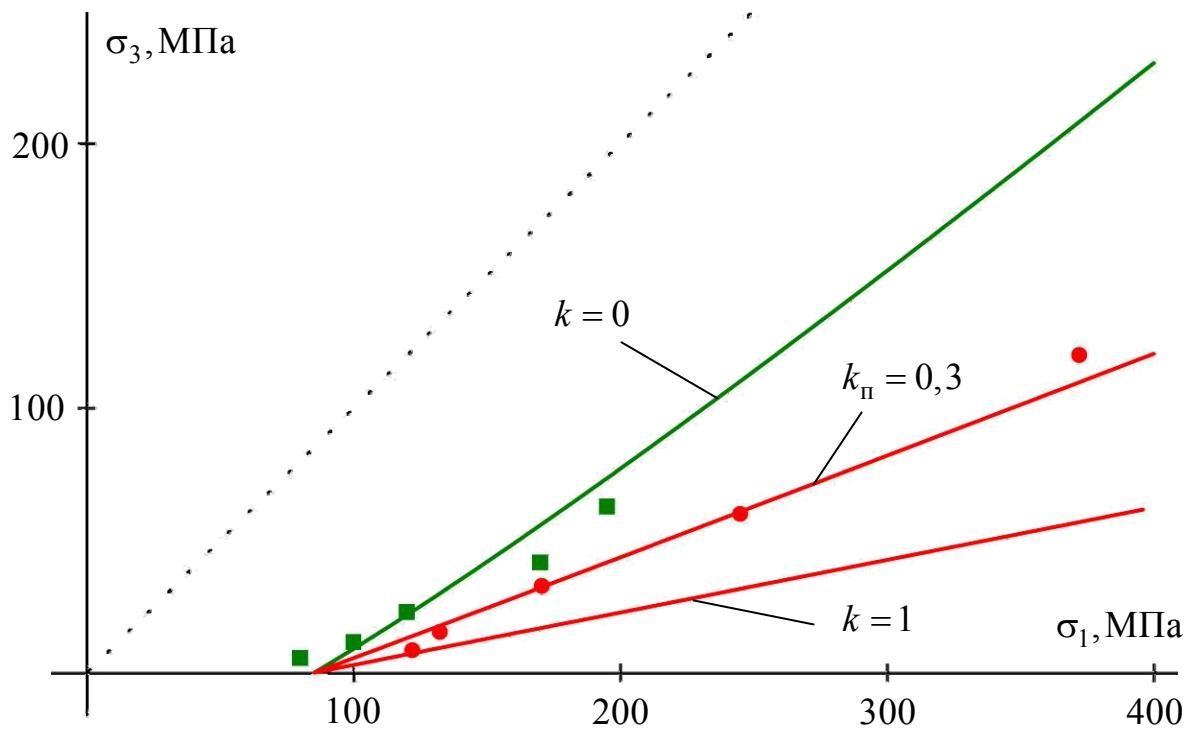


Рис. 3.8. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Известняк (Эстонсланец)*

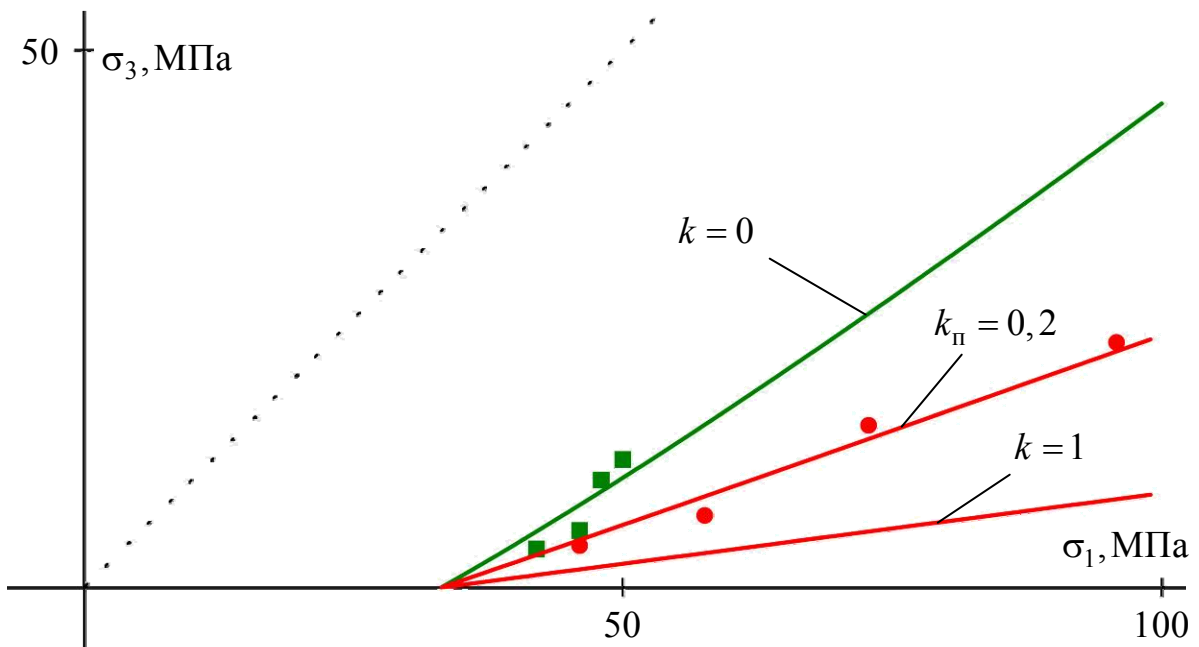


Рис. 3.9. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Каменная соль*

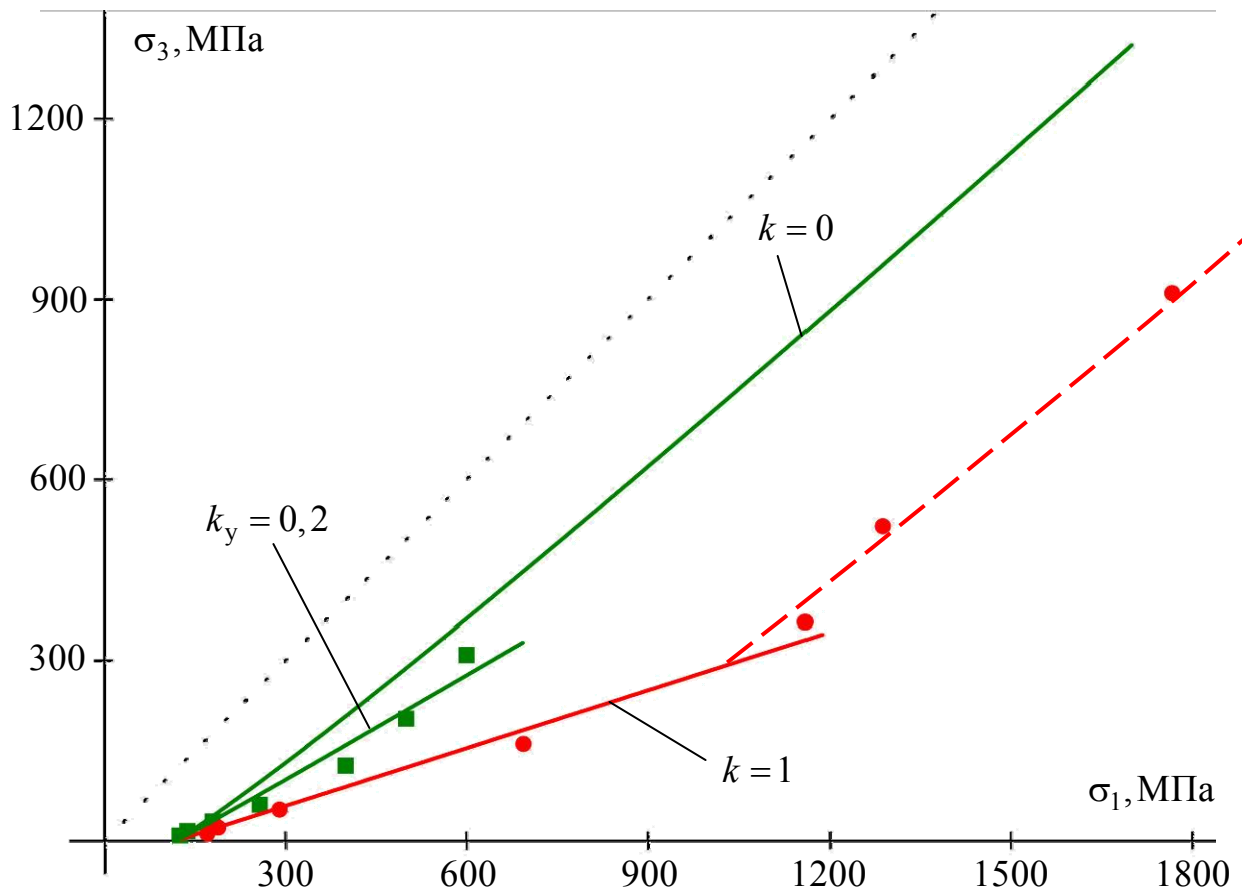


Рис. 3.10. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Мрамор 1

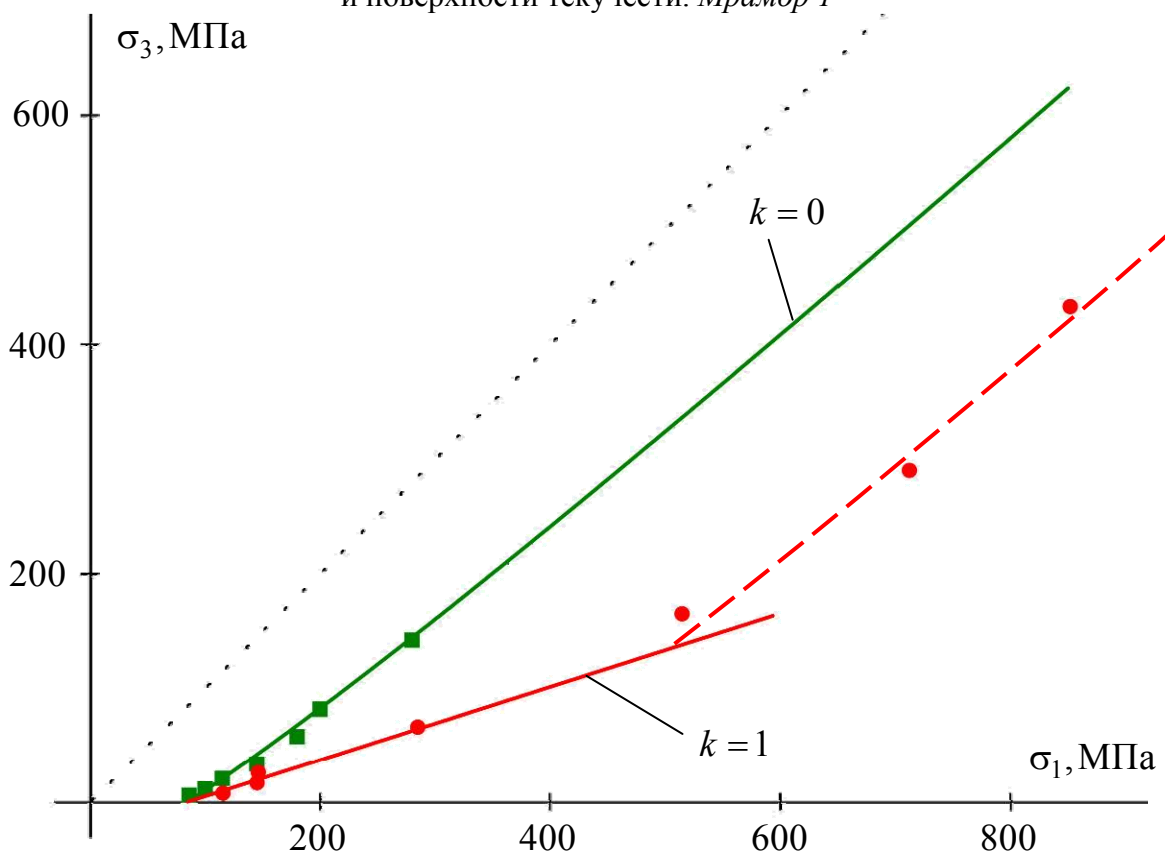


Рис. 3.11. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Мрамор 2

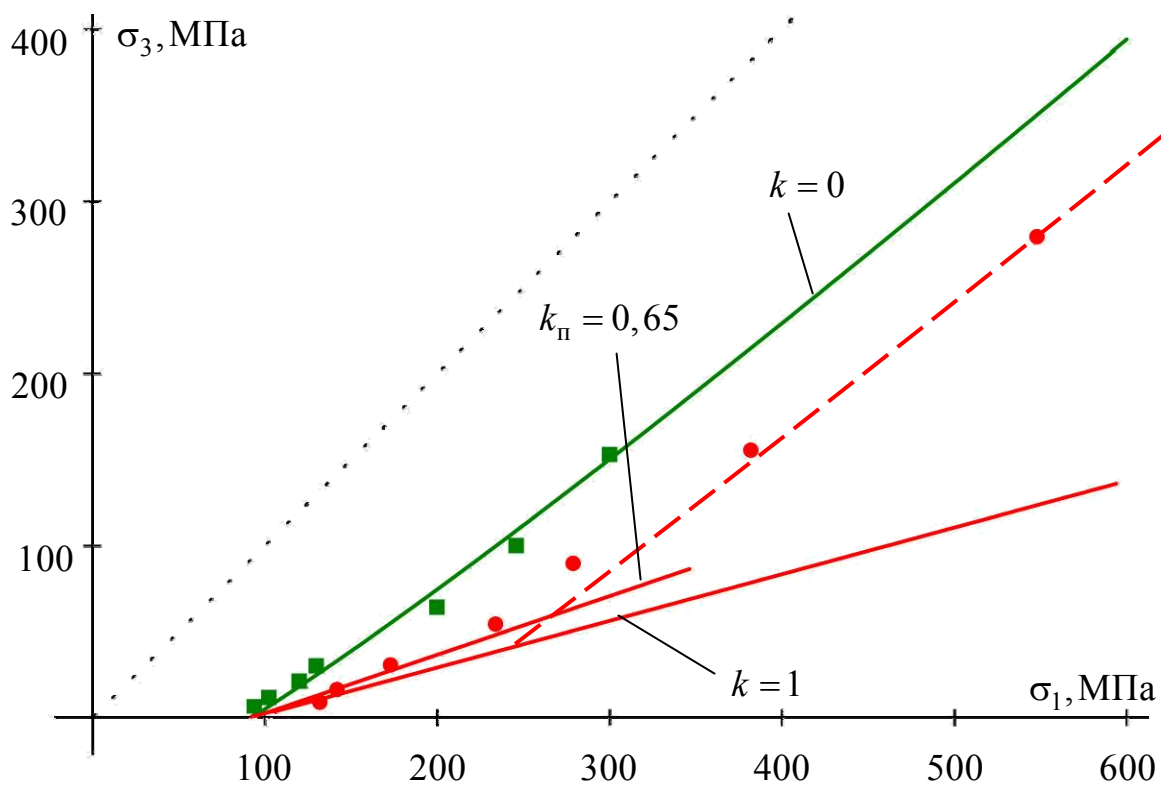


Рис. 3.12. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Талькохлорит*

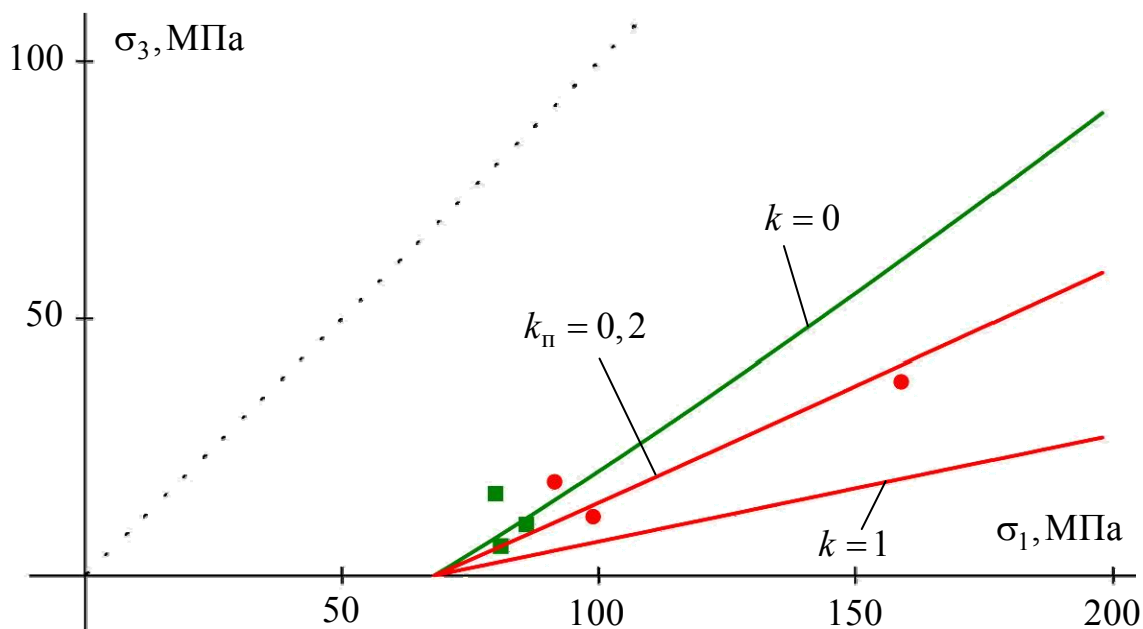


Рис. 3.13. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Уголь*

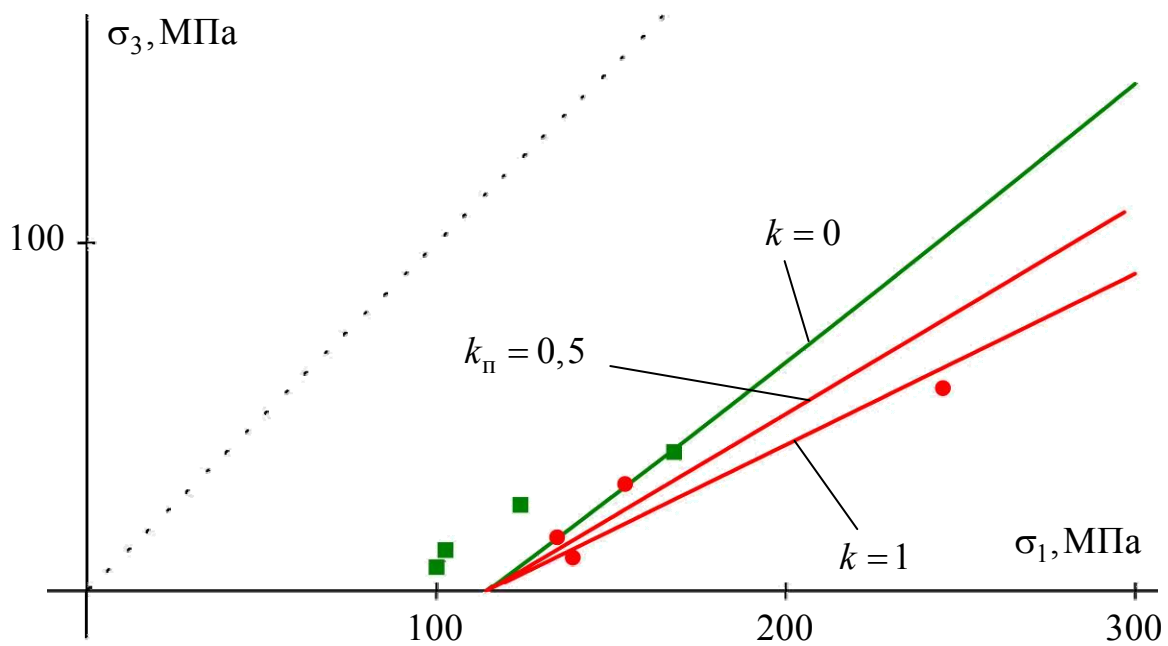


Рис. 3.14. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Цемент*

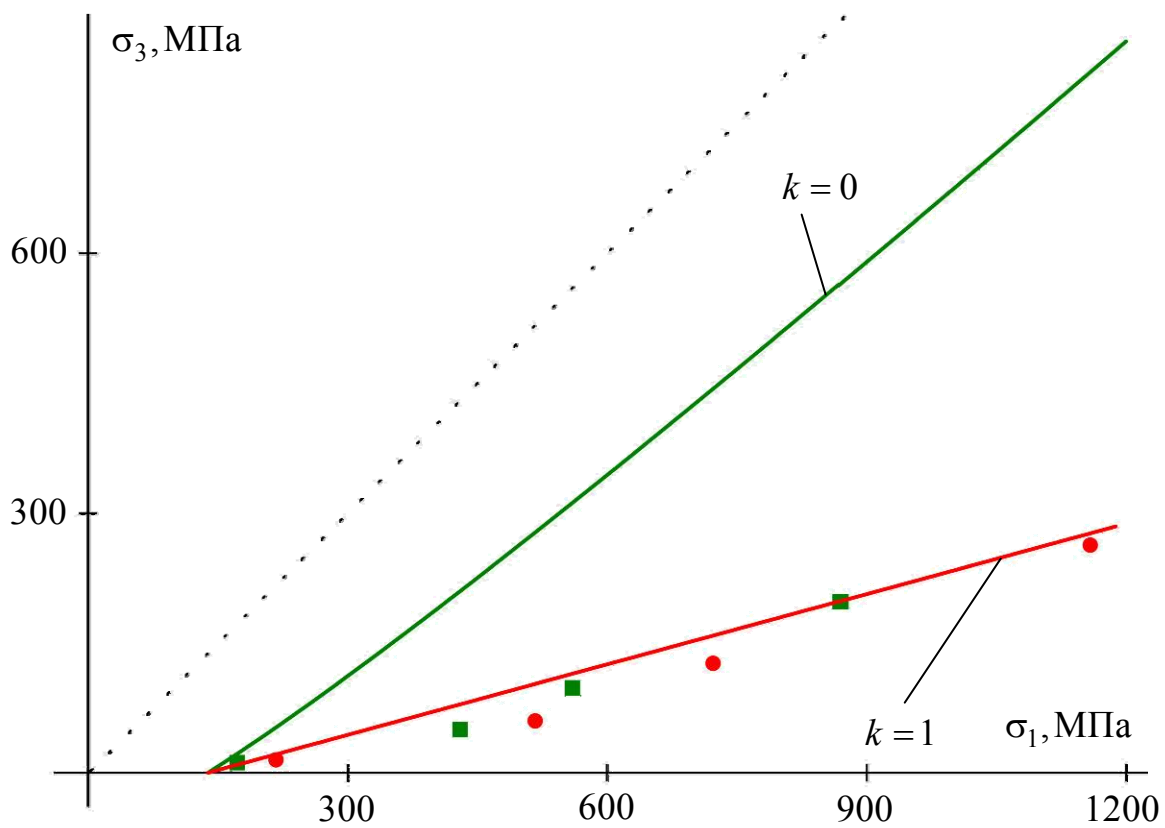


Рис. 3.15. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Фойют*

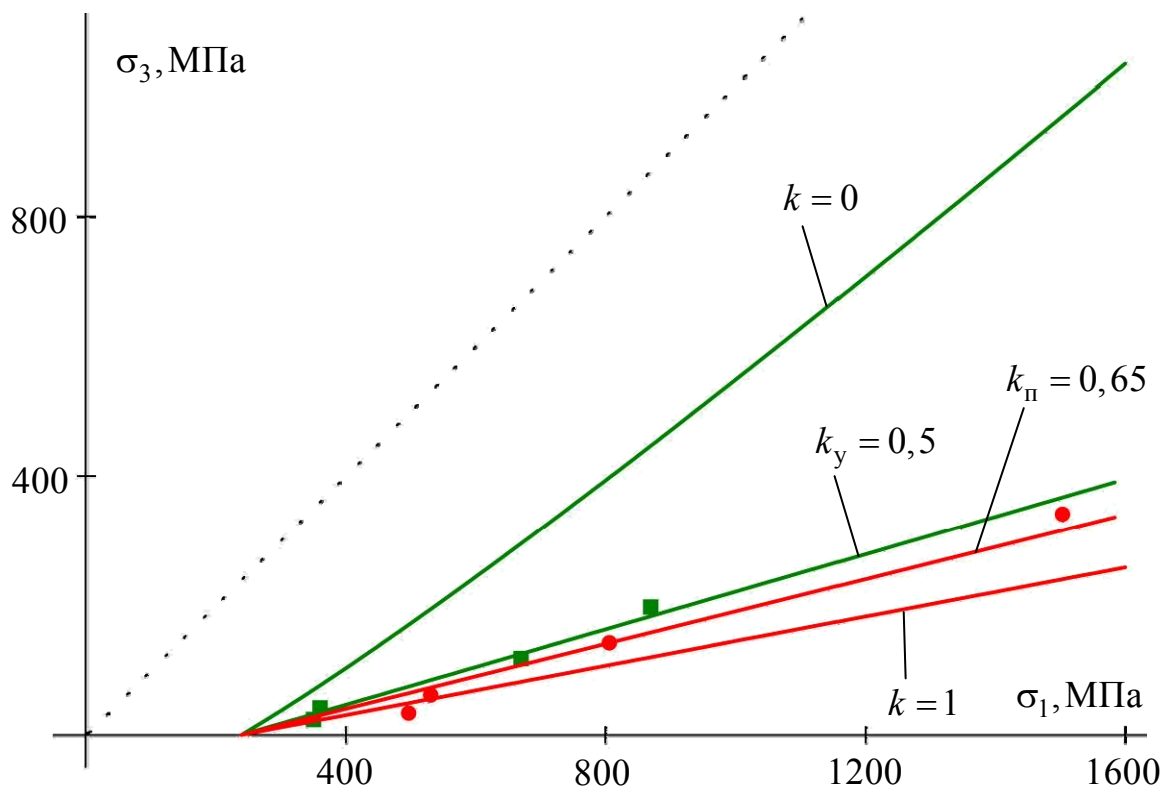


Рис. 3.16. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Кварцевый диорит Д-2*

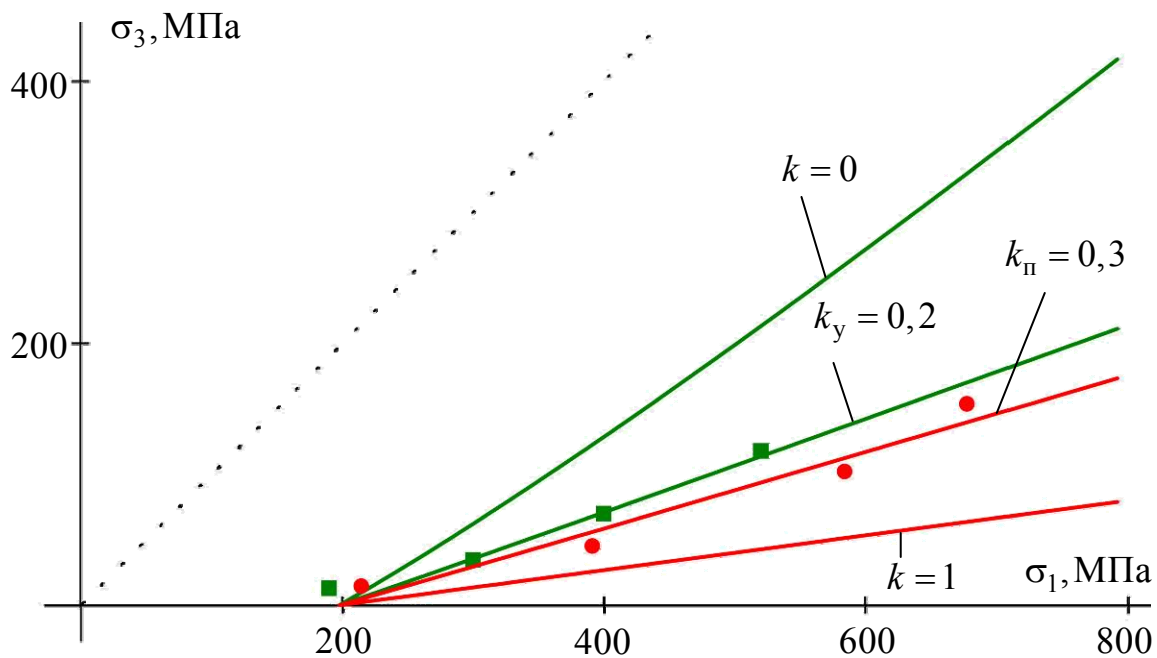


Рис. 3.17. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Диабаз 5, 7*

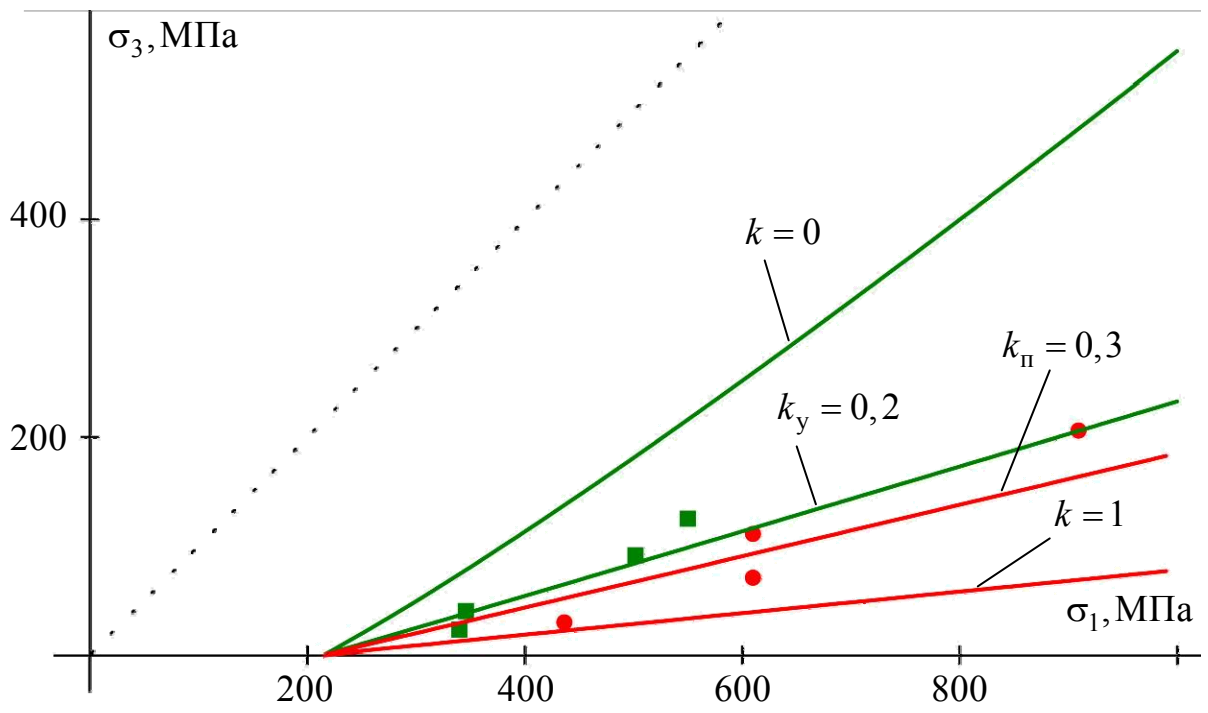


Рис. 3.18. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Диабаз*

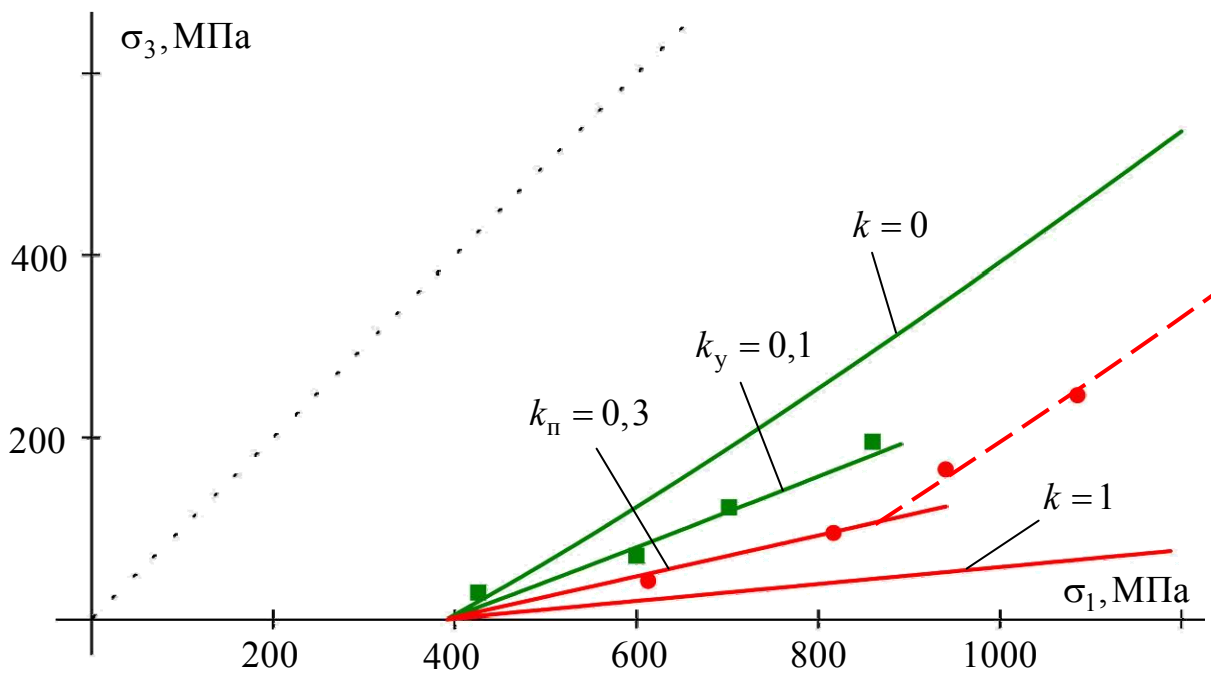


Рис. 3.19. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Диорит 11*

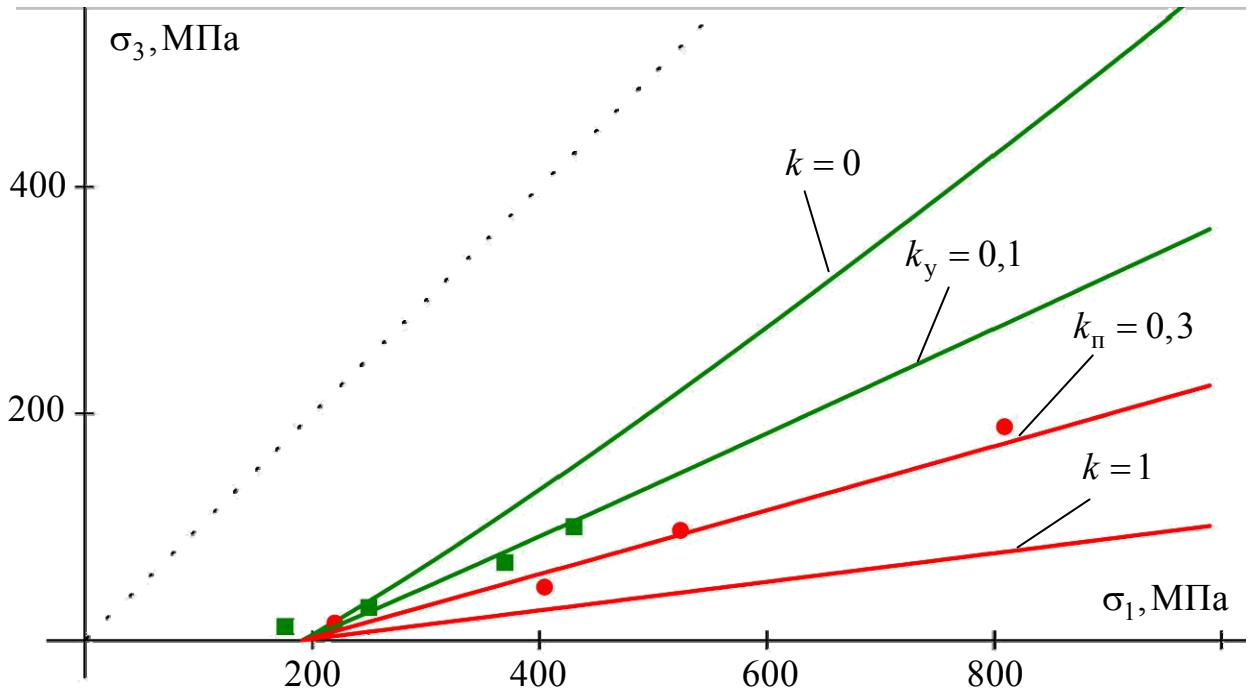


Рис. 3.20. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Известняк Д-6

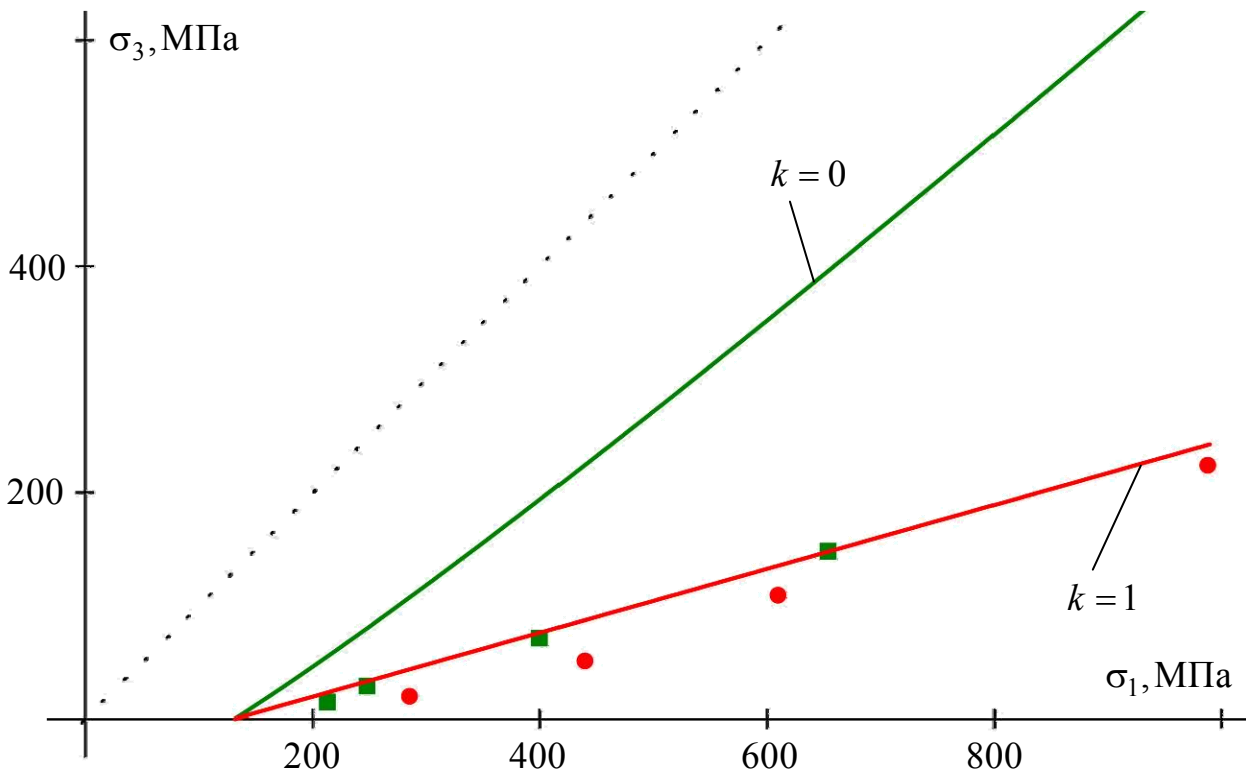


Рис. 3.21. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Песчаник выбросоопасный

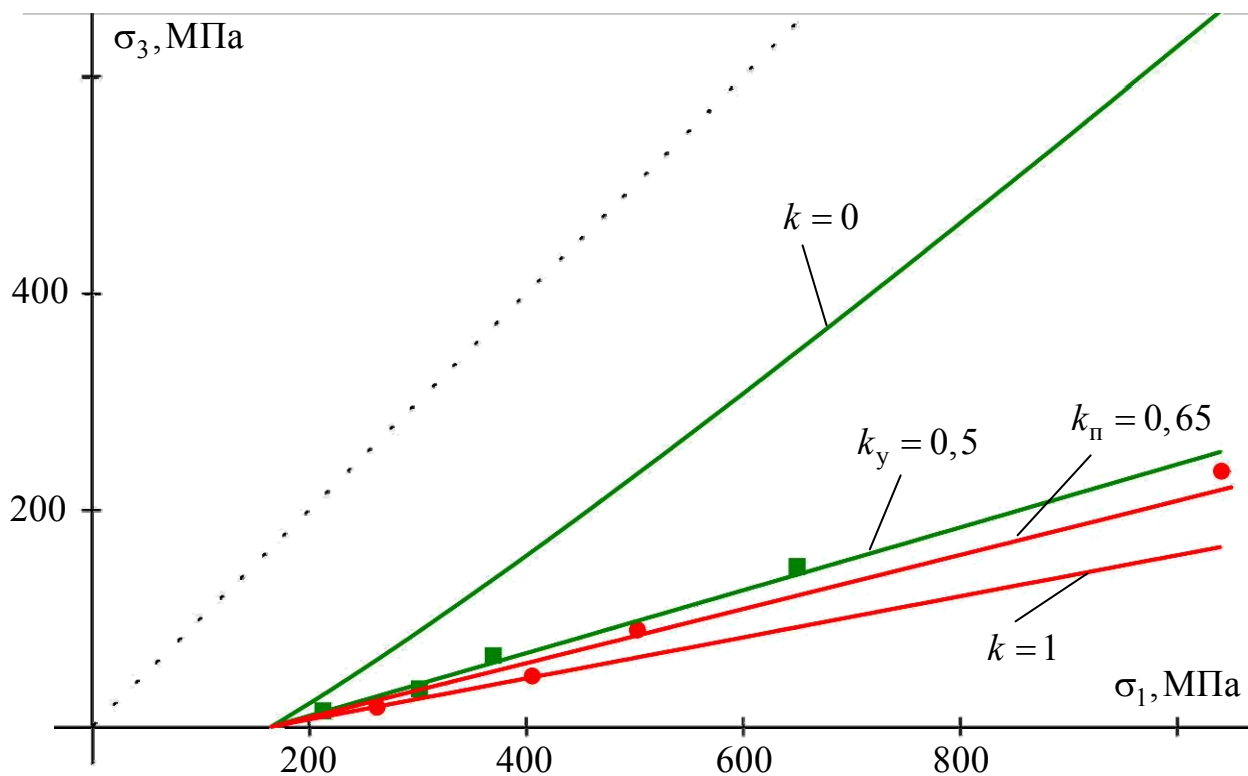


Рис. 3.22. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Песчаник не опасный по выбросам

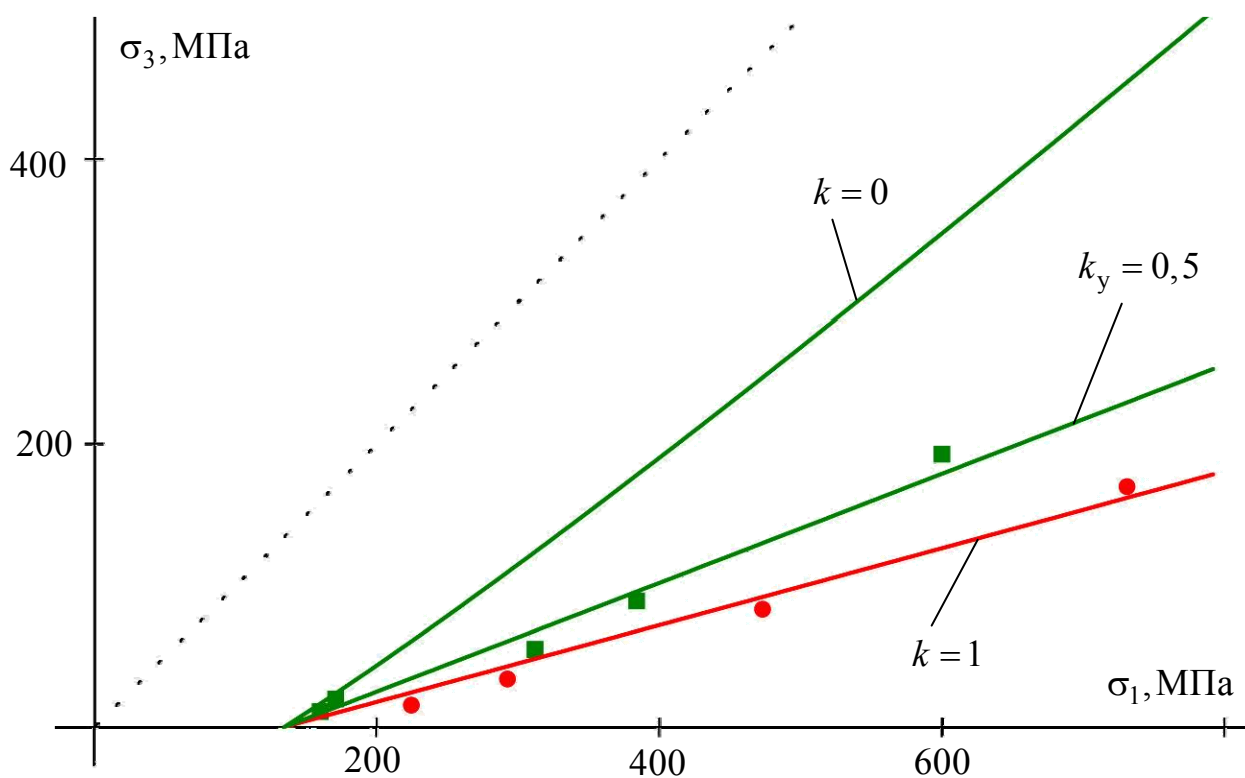


Рис. 3.23. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Песчаник Д-8

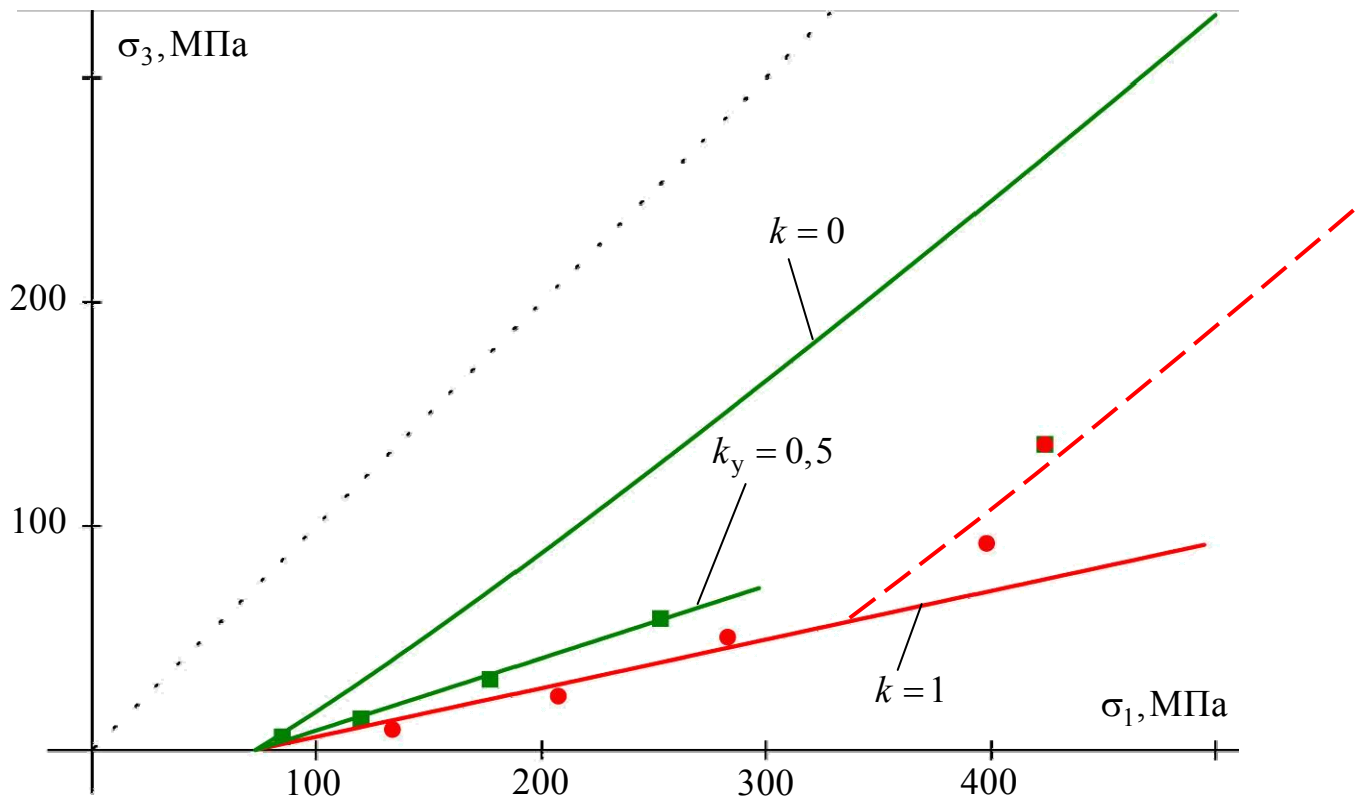


Рис. 3.24. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Песчаник П-04

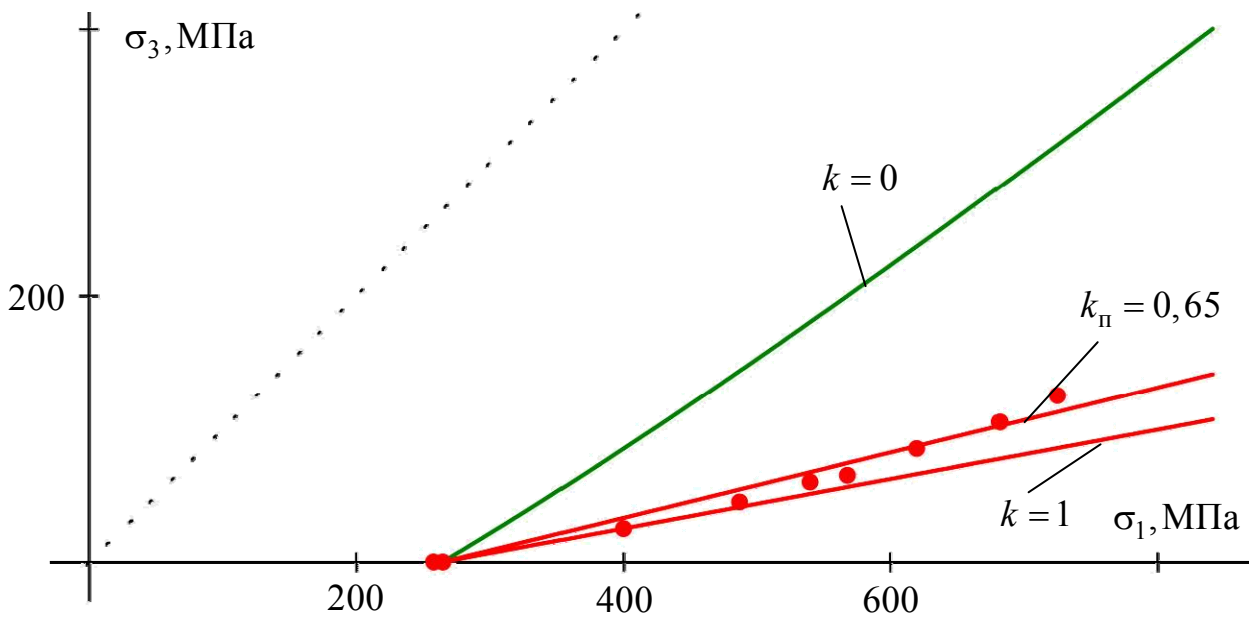


Рис. 3.25. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Доломит

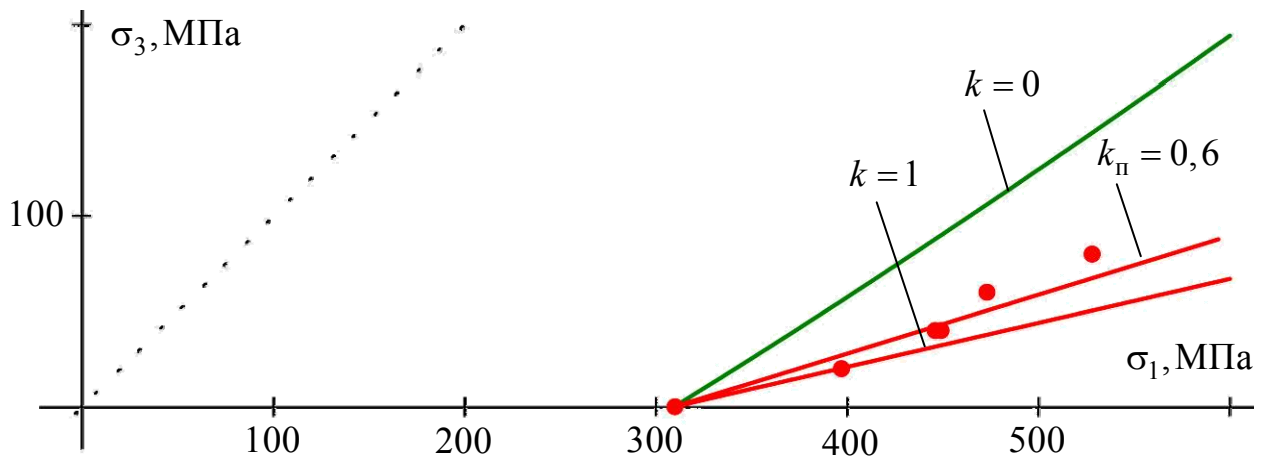


Рис. 3.26. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Известняк*

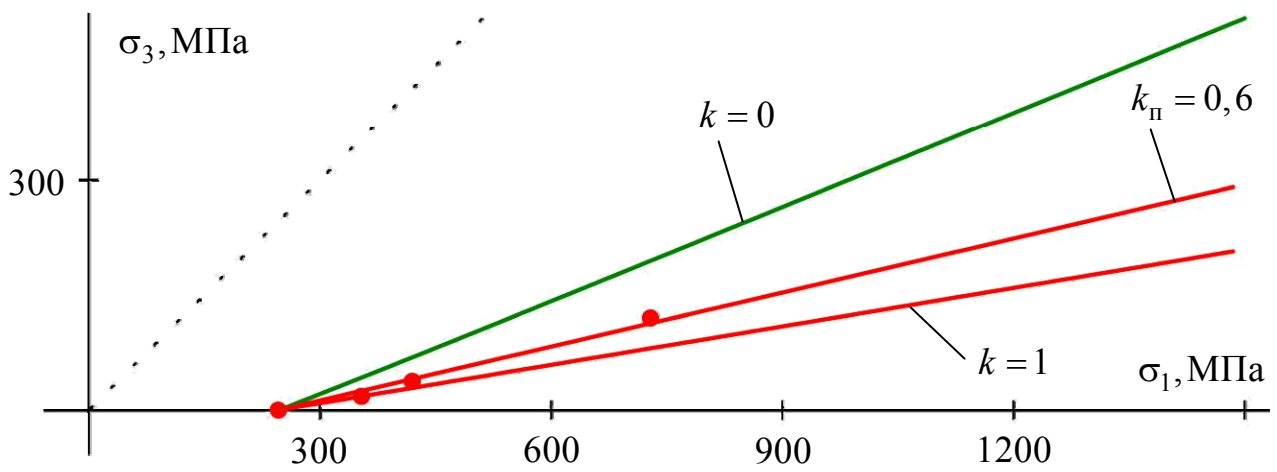


Рис. 3.27. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Мрамор*

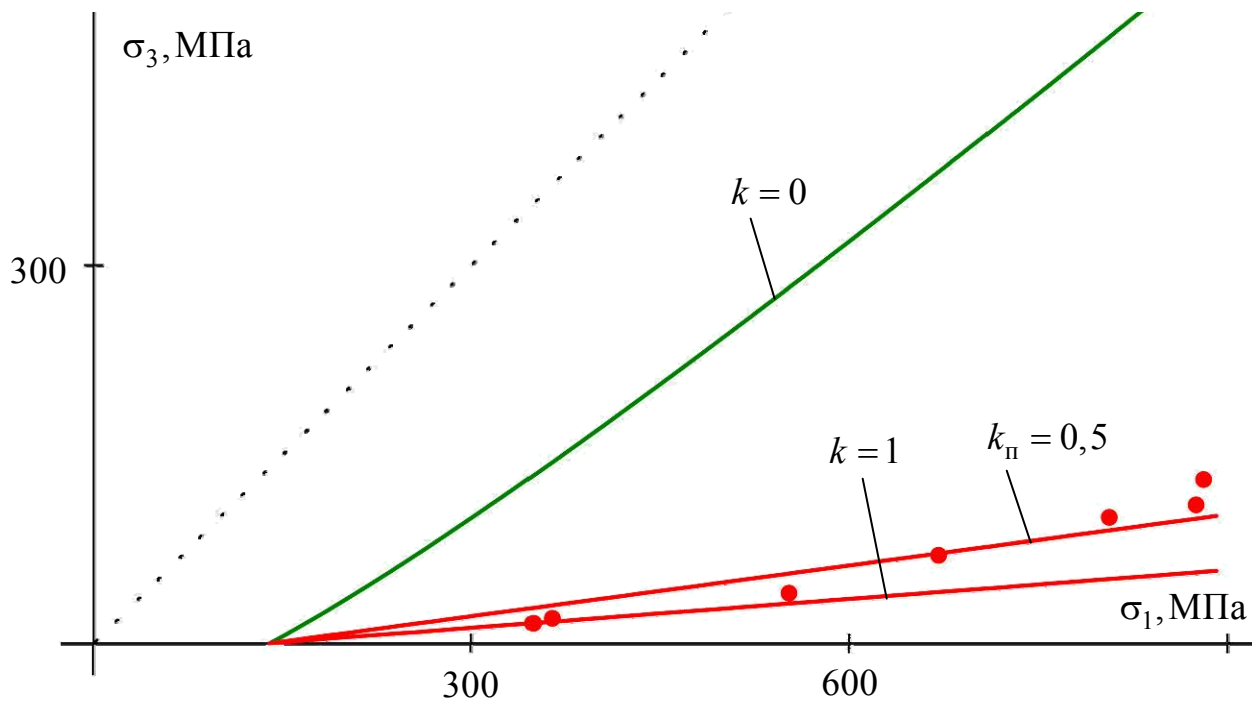


Рис. 3.28. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Андезит*

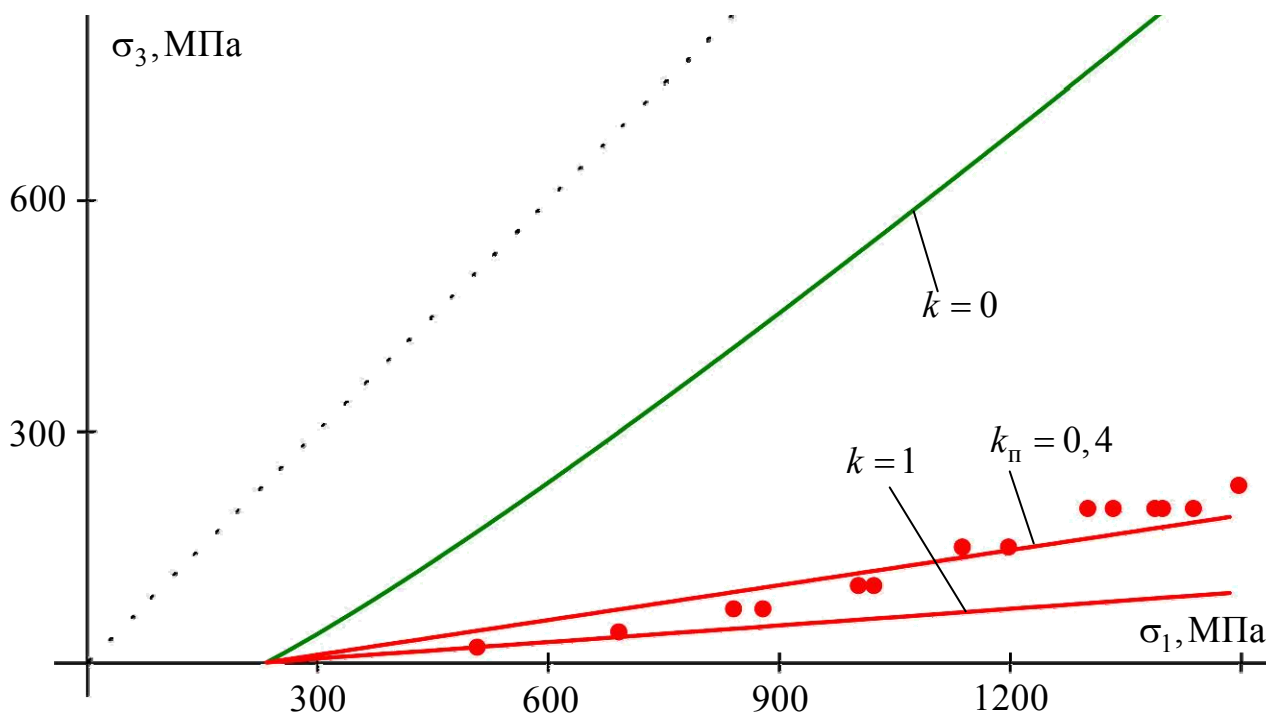


Рис. 3.29. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Гранит

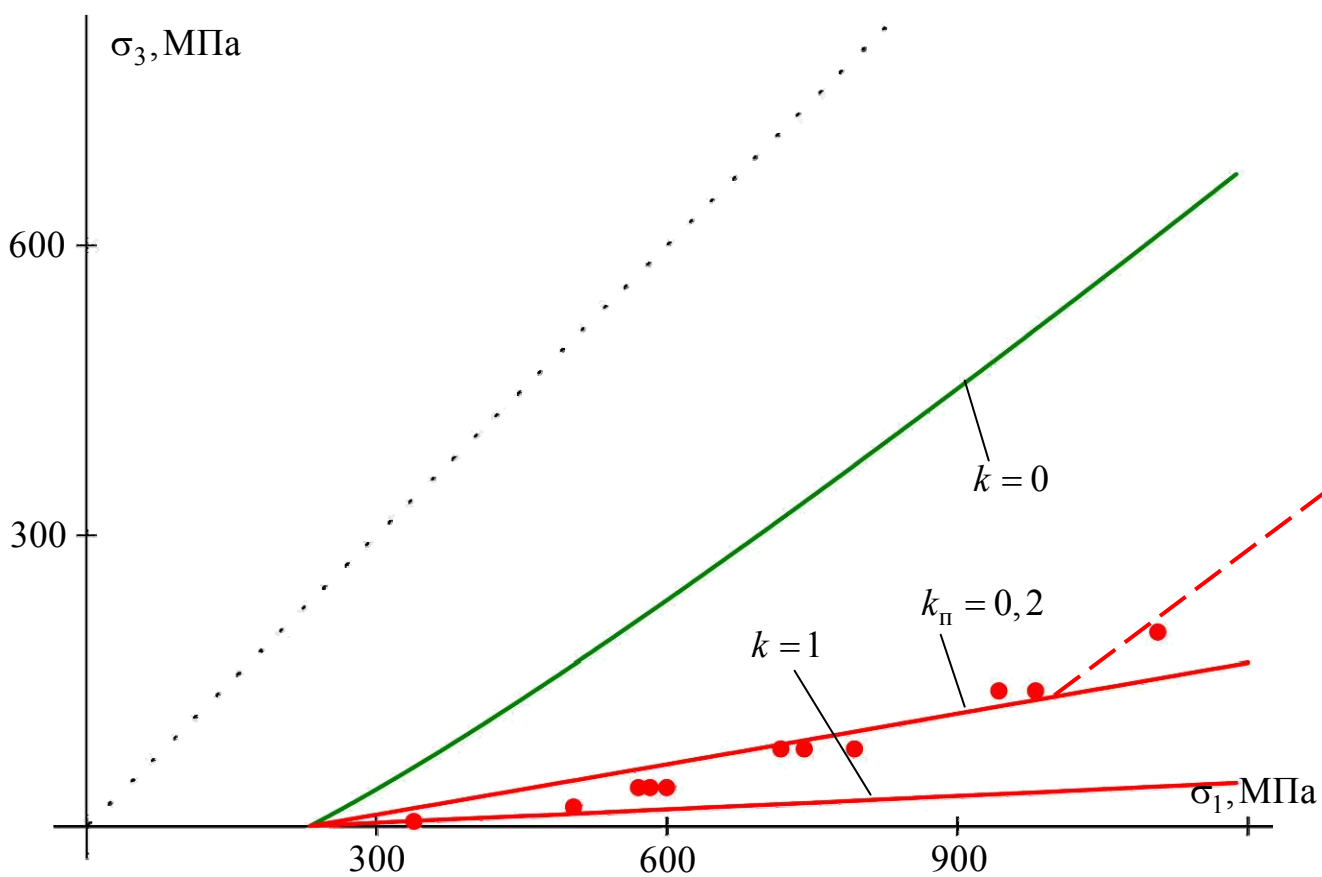


Рис. 3.30. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. Монацит

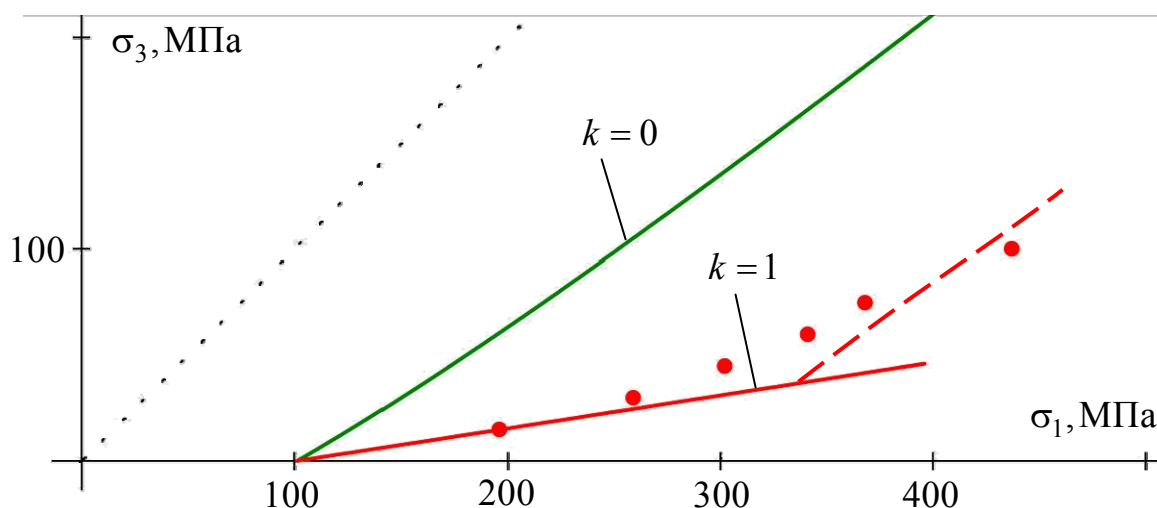


Рис. 3.31. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. *Трахит*

В табл. 3.3 приведены сводные данные (см. рис. 3.7 – 3.31), содержащие значения параметра упрочнения k на пределе упругости и пределе прочности.

Таблица 3.3

Сводные экспериментальные данные по прочности горных пород

№ п/п	Наименование горной породы	$\sigma_{сж}$, МПа	φ , град	k	
				на пределе упругости	на пределе прочности
Данные Ставрогина А.Н.					
1	Бетон	93	35	0	0,5
2	Известняк (Эстонсланец)	79,2	42	0	0,3
3	Каменная соль	33	50	0	0,2
4	Мрамор I	116	31	0,2	1
5	Мрамор II	76,5	31	0	1
6	Талькохлорит	94,5	35	0	0,65
7	Уголь	64	41	0	0,2
8	Цемент	116	20	0	0,5
9	Фойяит	130	35	1	1
10	Кварцевый диорит Д-2	239	43	0,5	0,65
11	Диабаз 5,7	180	50	0,2	0,3
12	Диабаз	202	55	0,2	0,3
13	Диорит 11	368	56	0,1	0,3
14	Известняк Д-6	185	51	0,1	0,3
15	Песчаник выбросоопасный	122	34	1	1
16	Песчаник не опасный по выбросам (НВО песчаник)	144	43	0,5	0,65
17	Песчаник Д-8	134	35	0,5	1
18	Песчаник П-04	75	40	0,5	1
Данные Кiyoo Mogi					
19	Доломит	265	43		0,65
20	Известняк	310	39		0,6

21	Мрамор	82	45		0,6
22	Андезит	140	59		0,5
23	Гранит	226	60		0,4
24	Монацит	236	65		0,2
25	Грахит	100	47		1

Сделаем ряд замечаний. Уравнение (3.24) определяет теоретический предел упругости при $k = 0$ и теоретический предел прочности при $k = 1$. Данное уравнение получено аналитическим способом из условия сплошности среды, обладающей трением и сцеплением. Элементарные акты разрушения происходят все время пластического деформирования (стадии упрочнения и разупрочнения), для упрочнения теоретически $0 \leq k \leq 1$. Напряжение σ_1 в опытах [295] определялось косвенно, а предел упругости графическим методом.

Анализ графиков (см. рис. 3.7 – 3.31) и табл. 3.3 позволяет сделать следующие выводы.

1. Практически все значения пределов прочности и упругости попали в теоретический интервал $0 \leq k \leq 1$, что является очень важным, ведь как понятие предел прочности, так и предел упругости связываются с образованием трещин (микроразрушений).

2. Во всех случаях экспериментальные данные для пределов упругости и пределов прочности, достаточно адекватно описываются уравнением (3.24) для различных значений параметра упрочнения k (см. рис. 3.7 – 3.31).

3. Пластическое деформирование всех без исключения рассматриваемых горных пород и других материалов происходило в двух режимах, которые можно условно назвать упругопластическим (см. рис. 3.7 – 3.14) и хрупким (см. рис. 3.15 – 3.24). Для упругопластического режима характерен переход в пластическую фазу деформирования при значении параметра упрочнения k близким к нулю и выход на предел прочности при $0,2 \leq k \leq 1$. Для хрупкого режима характерно очень близкое (в пределах точности определений) расположение поверхностей, характеризующих предел упругости и предел прочности, то есть их совпадение. Таким образом, можно утверждать, что предлагаемая функция

начальной поверхности текучести (предела упругости) при срезе (уравнение (3.24) при $k = 0$) горных пород, у которых данный предел вообще существует, то есть не совпадает с пределом прочности (идеально хрупкие породы), подтверждается экспериментальными данными (см. рис. 3.7 – 3.14).

4. При превышении некоторых значений гидростатических напряжений $\sigma_2 = \sigma_3$ (как отмечалось выше для разных пород этот предел различен), предельная поверхность для горных пород определяется не значениями параметра упрочнения $0,2 \leq k \leq 1$, а тем же уравнением (3.24) но при $k = 0$, более точно – графиком параллельным начальной поверхности текучести (см. рис. 3.10, 3.11, 3.12, 3.19, 3.24, 3.30, 3.31). То есть при пластическом деформировании начальная поверхность текучести (3.24) при $k = 0$ как бы расширяется. В этом случае упрочнение происходит без заметного увеличения объема испытываемого образца (дилатансии). Точка перехода с одного закона упрочнения на другой соответствует максимуму объемной деформации или дилатансионных изменений (рис. 3.32). Поверхность текучести (3.24) ($k = 0$) при ее использовании в качестве функции пластического потенциала, будет прогнозировать затухание пластической деформации с ростом бокового напряжения (см. рис. 3.32), поверхность текучести с непрерывно растущим параметром упрочнения k большим нуля прогнозирует ее рост. При таком значении бокового обжатия образцов на диаграмме в координатах “напряжение – деформация” исчезает максимум, соответствующий пределу прочности горной породы (рис. 3.33). В этом случае величина напряжения достигает некоторого значения (в данном примере 100 МПа) (см. рис. 3.33) и деформируется на данном уровне напряжений, а понятие остаточной прочности утрачивается. Таким образом, предельная поверхность становится параллельной поверхности идеальной пластичности (среда Рейса-Прандтля) (см. рис. 3.33), которая, в свою очередь, определяется в осях главных напряжений уравнением (3.24) при $k = 0$.

5. Итак, выше мы выделили три режима пластического деформирования и разрушения, которые условно будем называть упругопластическим, хрупким и пластическим. В первых двух случаях, наибольшее главное напряжение σ_1 ,

достигнув предельной поверхности (предела прочности) начинает снижаться (разупрочнение), а пластические деформации при этом продолжают расти. Разрушение (разделение на две части), произойдет на поверхности, характеризующей остаточную прочность. При пластическом или квазипластическом характере деформирования и разрушения, наибольшее главное напряжение σ_1 достигнув предельной поверхности не изменяется с ростом пластических деформаций, вплоть до разрушения.

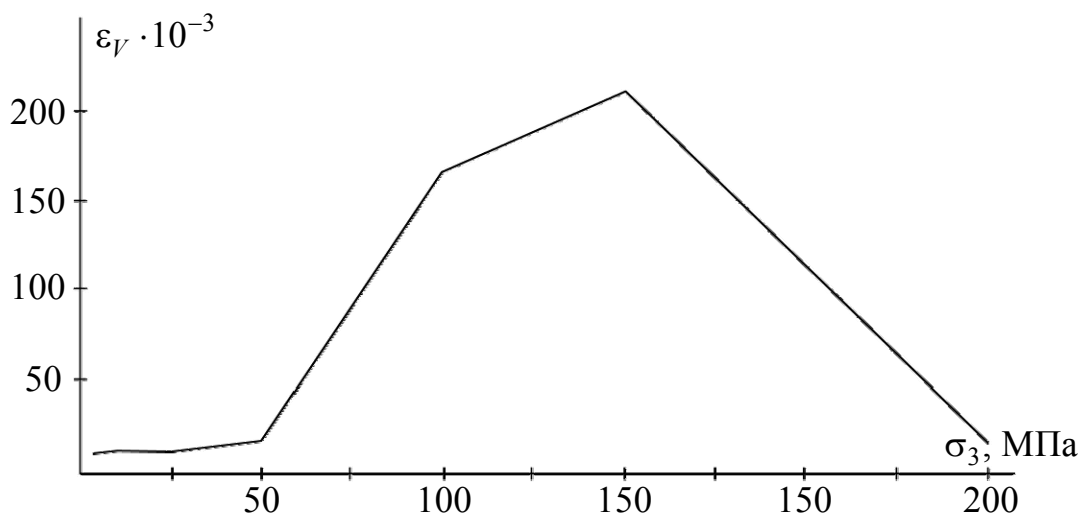


Рис. 3.32. Зависимость объемной деформации расширения мрамора от бокового давления [294]

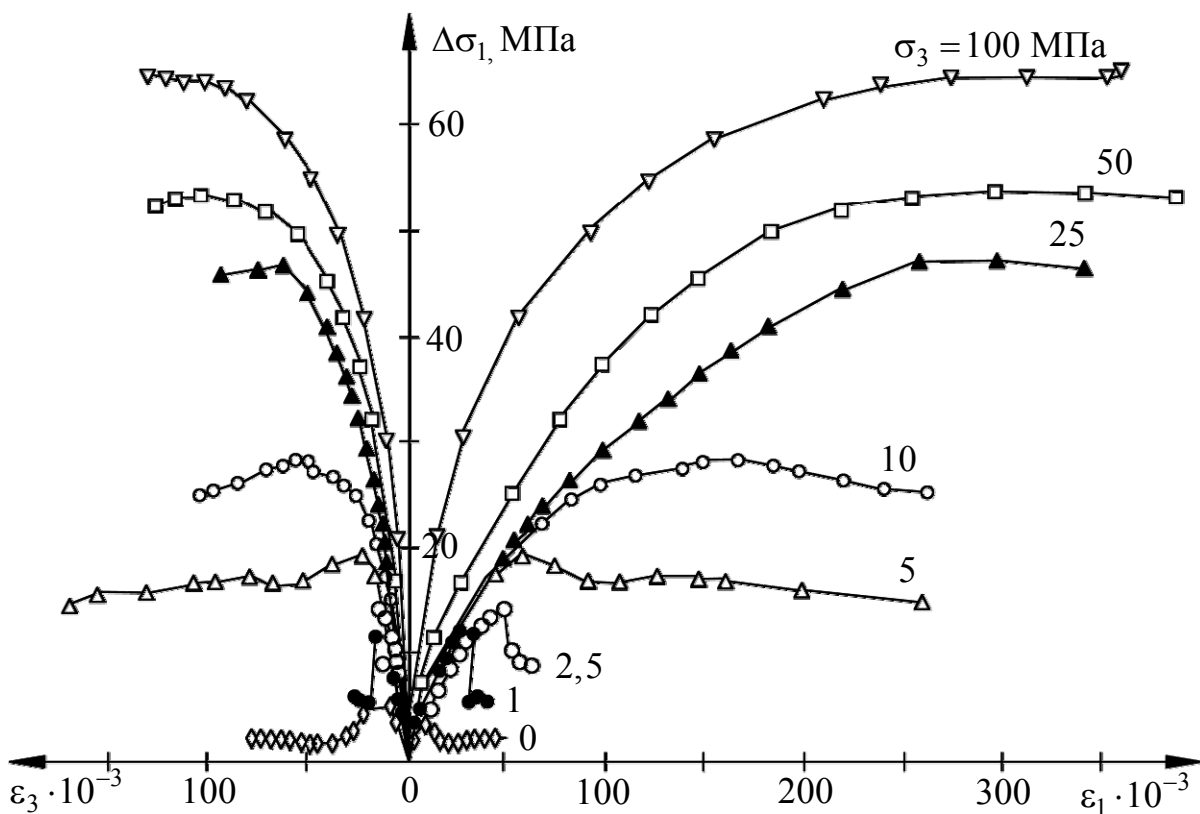


Рис. 3.33. Диаграмма деформирования бурого угля [293]

6. Параметр упрочнения k на пределе прочности оказался равным единице (до определенного значения напряжений) примерно в 30% случаях, в остальных случаях он принимал несколько меньшие значения, тем не менее, не ниже 0,2. Его среднее значение по всей выборке составило 0,6. Данный факт достаточно просто объясним. Дело в том, что уравнение (3.24) получено при условии сплошности среды во время пластического деформирования, в действительности же материал (горная порода) теряет свою сплошность при развитии процесса дилатансии. Подтверждением сказанному, является хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных для пределов упругости горных пород и искусственных материалов (см. рис. 3.7 – 3.14). Ведь до предела упругости материал является сплошным. В этой связи, большее отклонение параметра упрочнения k от единицы может свидетельствовать о большем разуплотнении материала, то есть о большем несоответствии горной породы сплошной среде. Напротив, отклонение экспериментальных данных пределов упругости в сторону занижения σ_1 (в рассматриваемых опытах такого отклонения практически не наблюдалось) может свидетельствовать о начальной неоднородности материала (горной породы) – несоответствие сплошной среде. Отклонение в сторону повышения σ_1 говорит о том, что пластическая деформация идет без каких-либо изменений структуры образца, а значит, ничем не отличается от упругой деформации. Для таких горных пород пределы упругости и прочности практически совпадают (см. рис. 3.15 – 3.24), такие горные породы близки к идеально хрупким. Таким образом, отклонения теоретических и экспериментальных данных для параметра упрочнения может служить показателем сплошности или структурной нарушенности горных пород.

7. По-видимому, теоретическое представление пластически деформирующейся горной породы сплошной средой приводит к “замедлению” процесса упрочнения, то есть практический предел прочности достигается при значениях k , несколько меньших единицы. Степень данного несоответствия определяется степенью несоответствия деформирующегося образца сплошной среде.

8. Как указывалось выше, при $k = 1$ уравнение (3.28) переходит в линейный критерий Кулона. Таким образом, критерий Кулона можно трактовать как критерий прочности на срез для идеально однородного тела. Другими словами, нелинейность истинной (экспериментальной) огибающей (паспорту прочности) придает неоднородность (поры, микротрещины, включения и т. д.). Авторы [293] выделяют целый ряд эффектов, вызванных неоднородностью, и отмечают следующее. Горные породы чаще всего представляют конгломерат связанных между собой различных зерен, что приводит к неоднородности свойств. Неоднородность является важной характеристикой горных пород. Количественные и качественные проявления фактора неоднородности особенно сильны при напряжениях, превышающих предел упругости. Ввиду неоднородности горных пород проявляются следующие эффекты: 1) сильное повышение прочности пород с ростом бокового давления; 2) увеличение пластичности с ростом бокового давления; 3) увеличение объема при осевом сжатии (эффект разрыхления) с ростом бокового давления и наличие максимума эффекта разрыхленности при определенной для данной породы величине бокового давления; 4) зависимость коэффициента поперечной остаточной деформации от величины бокового давления, при этом величина коэффициента достигает нескольких, а иногда десятков единиц (при пластическом характере разрушения стремится к 0,5); 5) зависимость угла ориентировки плоскостей скольжения (линий Чернова-Людерса) относительно главных осей от величины бокового давления; 6) падение напряжений после перехода за предел прочности (в запредельной области); 7) наличие остаточной прочности в запредельной области [293].

9. Близость параметров упрочнения k на пределе упругости и пределе прочности, а также их общее стремление к единице ($k_y \approx k_{\pi} = 1$), может служить относительным критерием удароопасности горных пород. Второе условие подразумевает наличие большой емкости для накопления потенциальной энергии деформации, а первое – низкую степень ее рассеяния в процессе упрочнения до предела прочности, в момент, когда происходит динамическое разрушение.

Таким образом, сопоставление теоретических результатов и результатов экспериментальных исследований показывает, что критерий пластичности и разрушения (3.24) адекватно описывает предельные поверхности и поверхности текучести для различных значений параметра k . При этом установлено, что для пород, обладающих выраженным пределом упругости, последний определяется уравнением (3.24) при $k_y = 0$. Фактическое значение параметра упрочнения k на пределе прочности для разных пород варьируется в пределах $0,2 \leq k_{\Pi} \leq 1$, данное значение определяет степень разупрочнения при пластическом деформировании, и, по-видимому, связано с конкретными особенностями горных пород (структура, форма и размеры зерен и т. д.). Его значение для конкретных горных пород рекомендуется определять экспериментально. Соотношения и значения параметра k на пределе упругости и пределе прочности могут служить показателем удароопасности горных пород.

На рис. 3.34 приведены графики, характеризующие изменения объемной и главных деформаций, в пластической фазе деформирования. Участок *I* характеризует фазу упрочнения, *II-ой* участок – разупрочнения, а *III-ий* участок описывает деформирования породы после полной потери сцепления, то есть остаточную прочность горной породы. Как следует из графиков, эффект дилатансии при выходе на участок остаточной прочности практически исчезает.

Участок деформации от предела упругости до предела прочности характеризуется однородностью деформации по всему объему образца. На пределе прочности однородность деформации прекращается. Процесс локализуется на наиболее слабых плоскостях сдвига, остальные плоскости из процесса исключаются, что приводит к уменьшению сечения образца, а, следовательно, к снижению общего усилия, необходимого для продолжения деформации. Отсюда и образуется максимум на диаграмме. Далее процесс продолжается при постоянно снижающейся нагрузке до полной потери сцепления по генеральной плоскости среза и выхода на участок остаточной прочности, где деформация представляет собой скольжение с трением частей образца как целых по шероховатой плоскости разрушения. Разрушение образца по одной поверхности не озна-

чает, что все время работала только одна плоскость, дело лишь в том, что она впоследствии оказалась наиболее слабой. Остальные плоскости пришли в состояние очень близкое к полной потере связности, что подтверждается рассыпанием в руках на мелкие части оставшихся частей образца при незначительном воздействии [294].

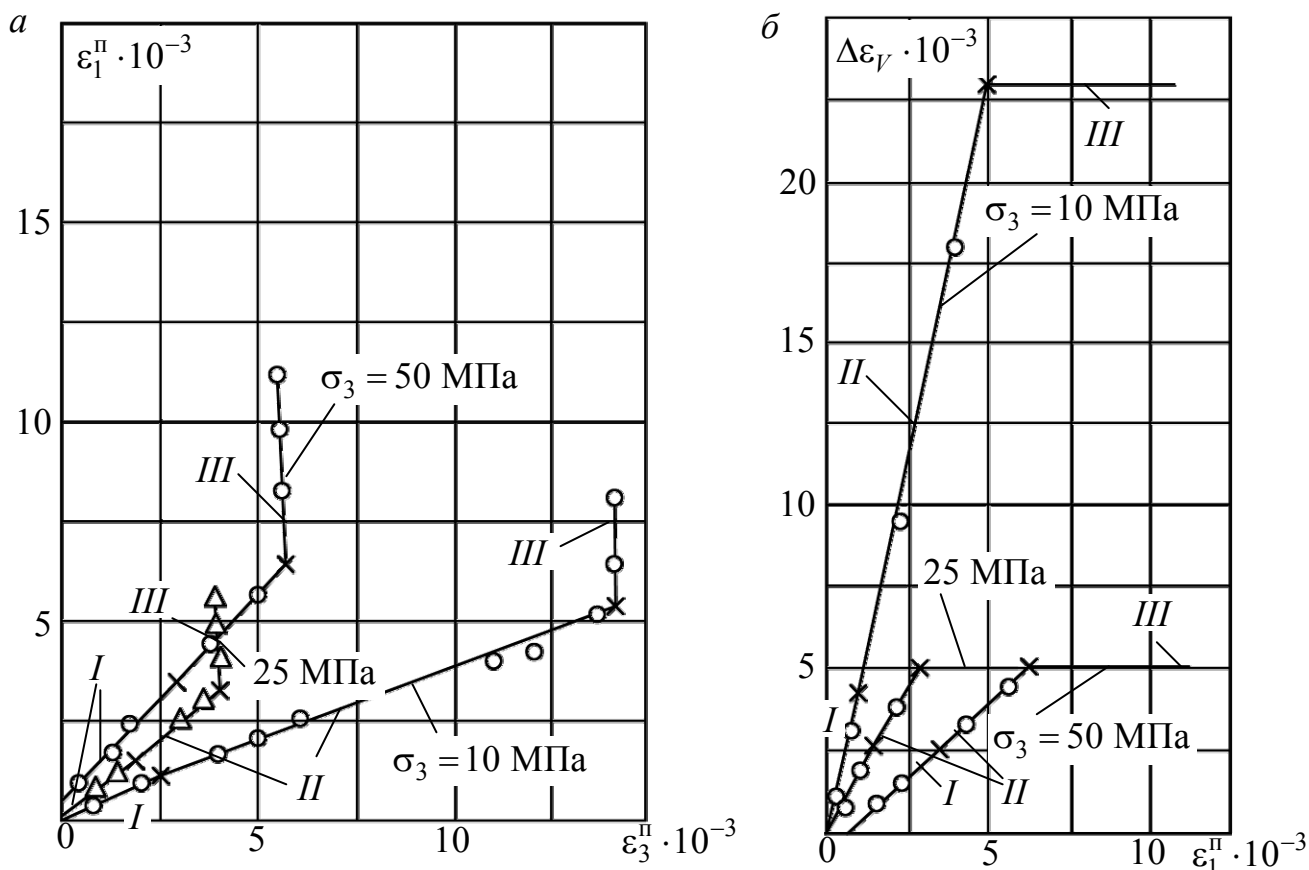


Рис. 3.34. Графики зависимостей главных пластических деформаций (а) и приращения объемной пластической деформации от осевой деформации сжатия (б) [293]

Обращает на себя внимание тот факт, что на стадии упрочнения и разупрочнения графики деформирования имеют линейный характер и практически одинаковый наклон к оси ε_1^p . Это позволило авторам [293 – 295] сделать вывод, что механизм деформирования на данных стадиях остается одним и тем же. Тангенс угла наклона этих графиков (см. рис. 3.34 а) к оси ε_1^p равен коэффициенту поперечной остаточной (пластической) деформации [293 – 295]:

$$\mu = \varepsilon_3^p / \varepsilon_1^p.$$

Очевидно, что значения коэффициента μ , превышающие единицу, характеризуют, так называемый, коэффициент дилатансии [192], определяющий степень объемных деформаций. В табл. 3.4 приведены экспериментальные [295] и расчетные (используются зависимости (3.2) и (3.14)) значения данных коэффициентов.

Таблица 3.4

Экспериментальные значения коэффициента остаточной поперечной деформации и расчетные значения коэффициента дилатансии на пределе упругости

№ п/п	Наименование породы	$\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$	$\mu = \frac{\varepsilon_3^p}{\varepsilon_1^p}$	$\left[\frac{d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p} \right]_{k=0}$	$1 + \sin \varphi$
1	Бетон	0,07	0,6	–	–
		0,116	0,5	–	–
		0,20	0,4	–	–
		0,238	0,24	–	–
2	Известняк (Эстонсланец)	0,07	0,6	–	–
		0,116	0,59	–	–
		0,192	0,44	–	–
		0,245	0,34	–	–
3	Каменная соль	0,085	0,67	–	–
		0,116	0,58	–	–
		0,208	0,57	–	–
		0,238	0,53	–	–
4	Мрамор I	0,069	1,463	1,505	1,515
		0,116	1,48	1,479	
		0,178	0,795	–	
		0,232	1,22	1,342	
		0,313	1,293	1,268	
		0,405	0,648	–	
5	Мрамор II	0,069	1,295	1,511	1,515
		0,116	1,26	1,473	
		0,178	1,036	1,439	
		0,232	1,205	1,387	
		0,321	0,908	–	
		0,408	0,555	–	
6	Талькохлорит	0,069	1,8	1,567	1,574
		0,116	1,11	1,540	
		0,178	1,205	1,490	
		0,233	0,83	–	
		0,322	0,61	–	
		0,407	0,519	–	
		0,510	0,574	–	

Продолжение табл. 3.4

7	Уголь	0,071	1,18	1,585	1,656
		0,116	1,2	1,563	
		0,20	0,68	–	–
		0,238	–	–	
8	Цемент	0,07	0,39	–	–
		0,116	0,30	–	–
		0,20	0,32	–	–
		0,238	0,16	–	–
9	Фойяит	0,069	0,79	–	1,574
		0,116	1,3	1,297	
		0,175	0,98	–	
		0,227	0,87	–	
10	Кварцевый диорит Д-2	0,068	1,04	1,528	1,682
		0,116	1,19	1,519	
		0,176	1,28	1,349	
		0,227	0,97	–	
11	Диабаз 5,7	0,069	0,88	–	1,766
		0,116	1,56	1,564	
		0,175	1,56	1,462	
		0,227	0,67	–	
12	Диабаз	0,068	1,37	1,576	1,819
		0,116	2,03	1,568	
		0,182	0,63	–	
		0,227	0,945	–	
13	Диорит 11	0,068	1,68	1,775	1,829
		0,116	1,08	1,594	
		0,175	0,57	–	
		0,227	1,12	1,458	
14	Известняк Д-6	0,069	1,25	1,832	1,777
		0,116	1,02	1,637	
		0,185	0,81	–	
		0,233	1,19	1,435	
15	Песчаник выбросоопасный	0,069	2,29	1,426	1,559
		0,116	1,5	1,390	
		0,178	1,76	1,296	
		0,227	0,667	–	
16	Песчаник не опасный по выбросам (НВО песчаник)	0,069	1,81	1,575	1,682
		0,116	1,14	1,458	
		0,178	0,953	–	
		0,227	0,762	–	
17	Песчаник Д-8	0,069	2,29	1,519	1,574
		0,116	4,15	1,499	
		0,176	1,32	1,352	
		0,232	1,335	1,312	
		0,321	–	–	
18	Песчаник П-04	0,069	4,9	1,583	1,643
		0,116	3,9	1,468	
		0,178	1,1	1,367	
		0,232	0,95	–	

Таким образом, с учетом погрешностей определения предельных значений напряжений, продольных и поперечных значений деформаций, сцепления и угла внутреннего трения горных пород, соответствие экспериментальных и расчетных значений коэффициентов дилатансии весьма удовлетворительное. Кроме того, обращают на себя внимание незакономерные колебания экспериментальных значений коэффициента поперечной деформации с ростом бокового обжатия образца, что говорит об очень серьезной изменчивости структуры и свойств образцов, то есть неравноточности испытаний. Отклонения экспериментальных значений коэффициентов от расчетных коэффициентов не носят систематического характера, они имеют разные знаки. Следует отметить, что если бы мы использовали в качестве поверхности пластического потенциала уравнение (3.24) при $k = 1$, или, так называемый, ассоциированный закон пластического течения, то различия в коэффициентах, практически для каждой породы, составили бы сотни процентов.

Таким образом, для практических расчетов пластических деформаций (упругопластическая модель), в качестве функции (поверхности) пластического потенциала рекомендуется использовать критерий (3.2).

3.7. Обобщение и анализ результатов

Полученные в данной главе результаты теоретических исследований [297 – 299] нуждаются в анализе и обобщении, в том числе, в связи с их сопоставлением с результатами экспериментальных исследований. Необходимо дать более “приземленные” разъяснения по некоторым результатам исследований.

Критерий пластического деформирования

Теоретически, параметр упрочнения k в критерии (3.24) можно представить следующим образом:

$$k = \frac{\left| d\varepsilon_3^p / d\varepsilon_1^p \right|}{\left[(1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi) \right]}, \quad (3.52)$$

где $d\varepsilon_1^{\text{п}}, d\varepsilon_3^{\text{п}}$ – приращения пластических деформаций по главным осям (скорости деформаций).

Действительно, знаменатель выражения (3.52) определяет максимально возможный коэффициент дилатансии при пластическом деформировании (ассоциированный закон пластического течения). Тогда, если теоретически рассматривать зависимость (3.24) не только в качестве поверхности текучести, но и в качестве пластического потенциала, при увеличивающемся параметре упрочнения, то на пределе прочности выражение (3.52) станет равным единице. То есть, в процессе упрочнения коэффициент дилатансии теоретически должен возрастать. В действительности же (экспериментальные данные), коэффициент дилатансии в процессе упрочнения, и даже на запредельной ветви деформации остается примерно постоянным (см. рис. 3.34). В табл. 3.4 приведены экспериментальные, теоретические (зависимость (3.2)) и аппроксимированные зависимостью (3.17) значения коэффициентов дилатансии. Теоретические значения коэффициента дилатансии рассчитывались по формуле

$$\left| d\varepsilon_3^{\text{п}} / d\varepsilon_1^{\text{п}} \right| = \frac{1}{1 - \frac{\text{tg}\varphi}{\sqrt{1 + \frac{\text{tg}\varphi\sigma_1}{C}}}}.$$

Как видно из табл. 3.4 в качестве приближенного значения коэффициента дилатансии может выступать зависимость (3.17), которая определяет верхнюю грань расчетных (формула 3.2) значений коэффициентов дилатансии. Примем, что на пределе прочности коэффициент дилатансии определяется формулой (3.17), тогда зависимость (3.52) будет иметь вид:

$$k = 1 - \sin \varphi. \quad (3.53)$$

Таким образом, с учетом формул (3.53) и (3.24), приближенное значение предела прочности горных пород при срезе определится зависимостью:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\text{tg}\varphi\sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\text{tg}\varphi(1 - \sin \varphi)\sigma_3}{C}\right)}. \quad (3.54)$$

Сопоставление зависимости (3.24) с экспериментальными данными показывает, что для горных пород и искусственных материалов с пластическим характером разрушения ($k_y \approx 0$) формула (3.54) достаточно хорошо описывает предел прочности, а для хрупких материалов ($k_y \geq 0,2$; $k_{\pi} \geq 0,3$) формула (3.54) определяет предел упругости. Однако заметим, что для хрупких горных пород предел упругости и предел прочности очень близки друг к другу. Оговоримся, что разделение горных пород на хрупкие и пластичные, с использованием k_y ; k_{π} , достаточно условное. И вообще, разделение значениями коэффициента упрочнения k пространства между теоретическим пределом упругости ($k_y = 0$) и пределом прочности ($k_{\pi} = 1$) крайне нелинейное. Так, значения напряжений при $k = 0$ и $k = 0,5$ будут отличаться весьма существенно, а при $k = 0,5$ и $k = 1$, уже не так значительно (см. рис. 3.7 – 3.31). Поэтому сравнение экспериментальных и теоретических данных по значениям коэффициента упрочнения не корректно.

Итак, подведем некоторый итог. Для определения соотношений между главными напряжениями при разрушении сплошной среды, обладающей трением и сцеплением, в предельном равновесии (выполняется критерий Кулона), рассматривалось равновесие вертикального откоса. Таким образом, наибольшее главное напряжение σ_1 моделировалось объемным весом горных пород, а по вертикальной грани откоса отыскивалось такое распределение минимальной компоненты σ_3 , при котором будет выполняться предельное равновесие. Таким образом, всю поверхность скольжения можно представить себе состоящей из образцов, находящихся в предельном равновесии, но при различных соотношениях главных напряжений. В основе всей расчетной схемы лежит линейный критерий Кулона, то есть он выполняется в каждой точке поверхности скольжения. Предварительно было доказано, что поверхность скольжения, обеспечивающая максимальную разность между сдвигающими и удерживающими силами на возможном перемещении всей призмы смещения (то есть наиболее слабая), а также обобщенная сила, формируются из условия отсутствия работы

межблоковых реакций (внутренних сил) на возможном перемещении системы (призмы смещения) при сдвиге. Что трактуется как идеальная пластичность. Таким образом, получен критерий (3.2), связывающий компоненты главных напряжений для идеально пластического материала или, определяющий начало пластических деформаций. Согласно критерию (3.2) угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению зависит от напряженного состояния:

$$\operatorname{tg}\psi = \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}.$$

Но согласно критерию Кулона, данный угол должен быть равен $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Это означает, что в пластической области нормальное напряжение на площадке среза σ_n определяется несколько иначе. И, действительно, для того, чтобы из критерия (3.2) в координатной плоскости σ_1, σ_3 получить критерий Кулона в координатной плоскости σ_n, τ , необходимо положить

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_1 \cos^2 \psi; \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\psi.\end{aligned}$$

Заметим, что в общем случае (например, сплошное упругое тело) $\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_3 \sin^2 \psi$. Такому различию в механизмах передачи воздействия от приложенного напряжения σ_3 существует вполне логичное физическое толкование, оно обосновывается расширением материала при пластическом деформировании в направлении действия минимального главного напряжения σ_3 – дилатансией. Этим обосновывается различие углов наклона площадок среза. Таким образом, для идеальной пластичности существует некоторая своя функция $\tau(\sigma_n)$ при которой на площадках, отклоненных от минимального главного напряжения на угол $\operatorname{arctg}\sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}$, выполняется критерий Кулона, то есть при таком соотношении σ_n, τ начинается пластическая деформация. Данную функ-

цию можно назвать паспортом пластичности горных пород. Легко проверить, что наиболее слабая площадка расположена под углом $\arctg\sqrt{1+\frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}$. Для этого необходимо составить условие Кулона $(\tau - \sigma_n \operatorname{tg}\varphi - C)$ при $\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \psi$, взять производную по ψ , приравнять нулю и решить полученное уравнение совместно с (3.2) относительно ψ . Условия пластичности и прочности теоретически совпадают при $k = 1$.

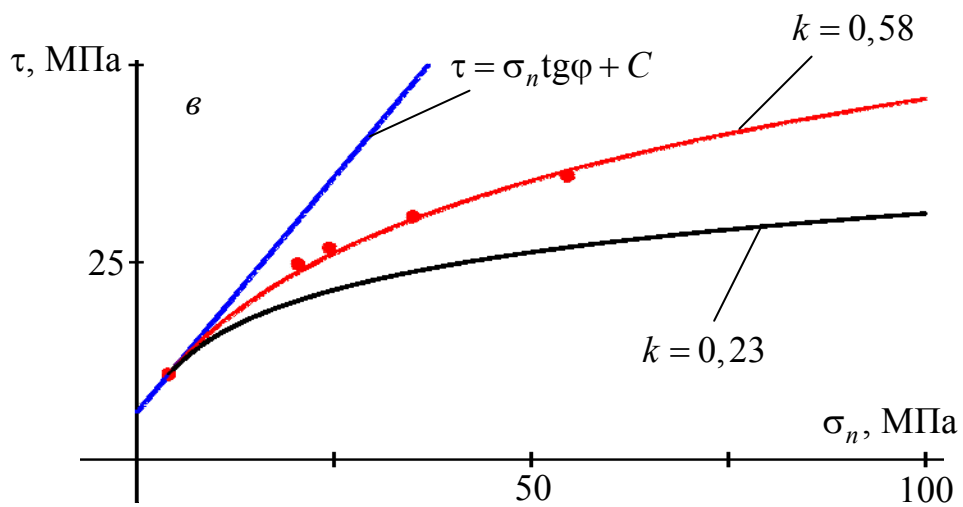
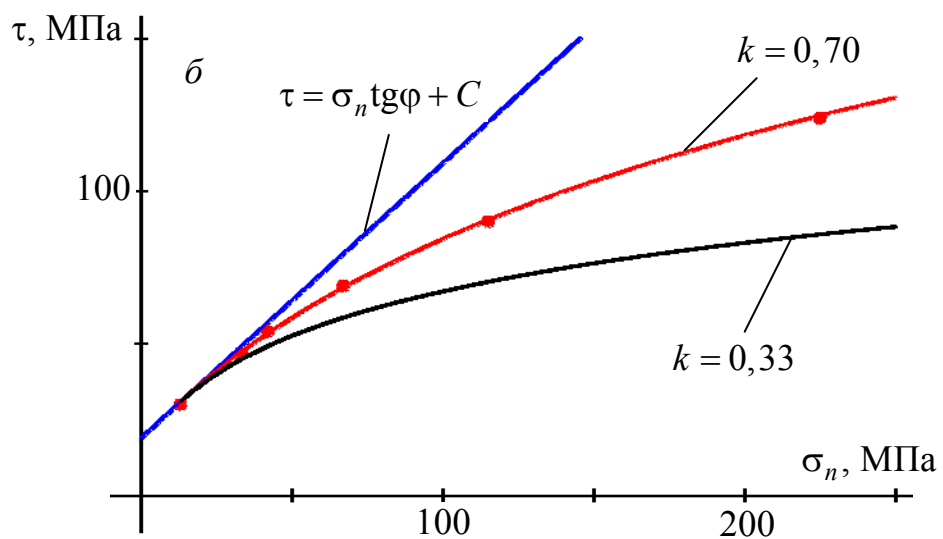
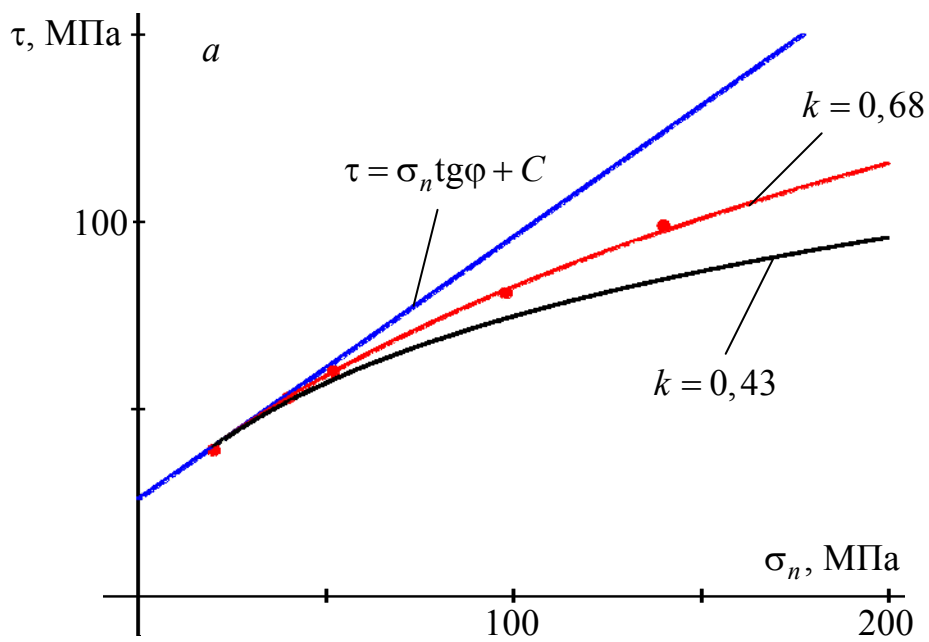
Для дальнейших рассуждений вспомним, в порядке аналогии, понятия обычного и специального предельного равновесий. Пусть в точке с напряженным состоянием σ_1, σ_3 имеются поверхности ослабления с прочностными характеристиками отличными (меньшими) от характеристик ненарушенного материала. Для ненарушенного материала угол наклона площадки среза будет равен $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ (обычное предельное равновесие). Необходимо определить углы отклонения площадок среза с меньшими прочностными характеристиками (условие специального предельного равновесия) при условии, что при заданном тензоре напряжений по всем данным площадкам будет выполнен критерий Кулона (оба условия предельного равновесия). Задача по отысканию $\tau(\sigma_n)$ для идеальной пластичности идентична данной задаче. Отличием является то, что вместо поверхностей ослабления мы имеем среду с несколько иным механизмом передачи на площадку среза силового воздействия от напряжения σ_3 , но это не принципиально, кроме того, здесь нам необходимо решить обратную задачу. Если в первом случае мы отыскиваем угол, на который будут отклоняться площадки с меньшими прочностными характеристиками (паспорт прочности с характеристиками C', φ') от площадки с углом $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ (угол излома), то теперь мы отыскиваем наоборот функцию паспорта пластичности (поверхность текучести), отвечающую за несоответствие $\sqrt{1+\frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}}$ и $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$. Другими словами, какой должна быть функция $\tau(\sigma_n)$ в идеально пластической среде, чтобы

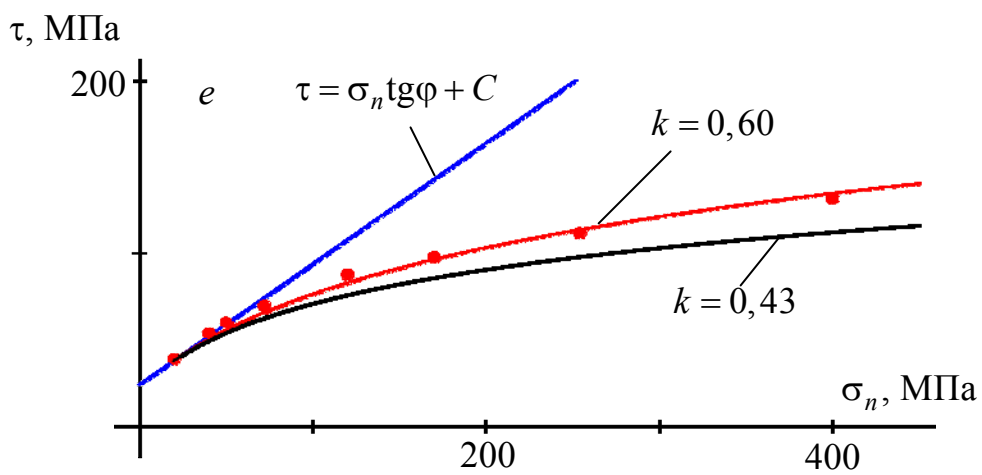
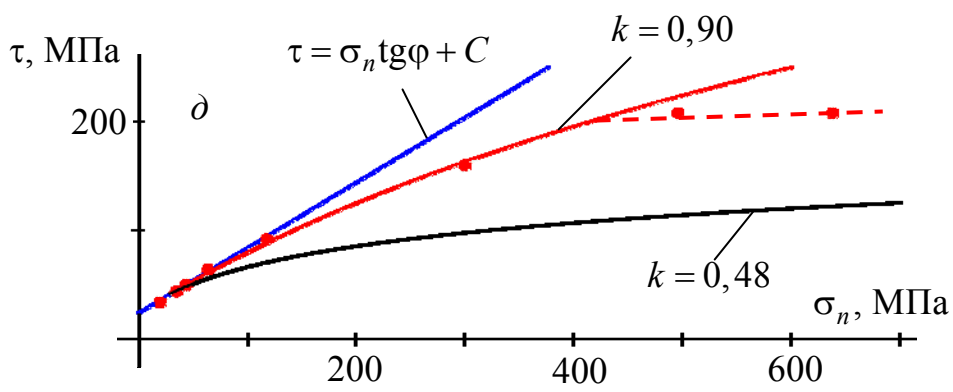
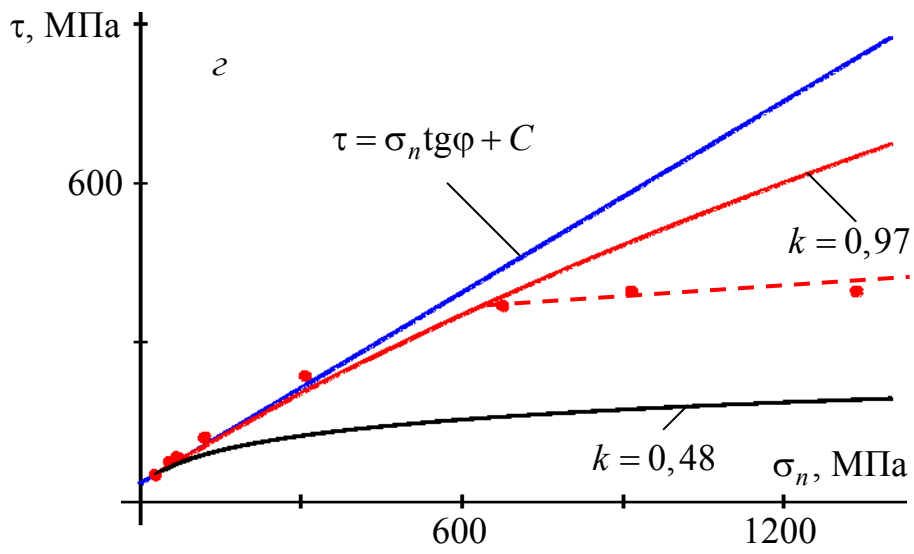
при одном и том же тензоре напряжений σ_1, σ_3 в пластической среде возникали площадки под углом $\arctg \sqrt{1 + \frac{\text{tg}\varphi\sigma_1}{C}}$, а в непластической, под углом $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$. Для этого требуем равенства нулю угла излома (3.18). Решением данного дифференциального уравнения является функция (3.21), отвечающая условию идеальной пластичности или начало пластической деформации.

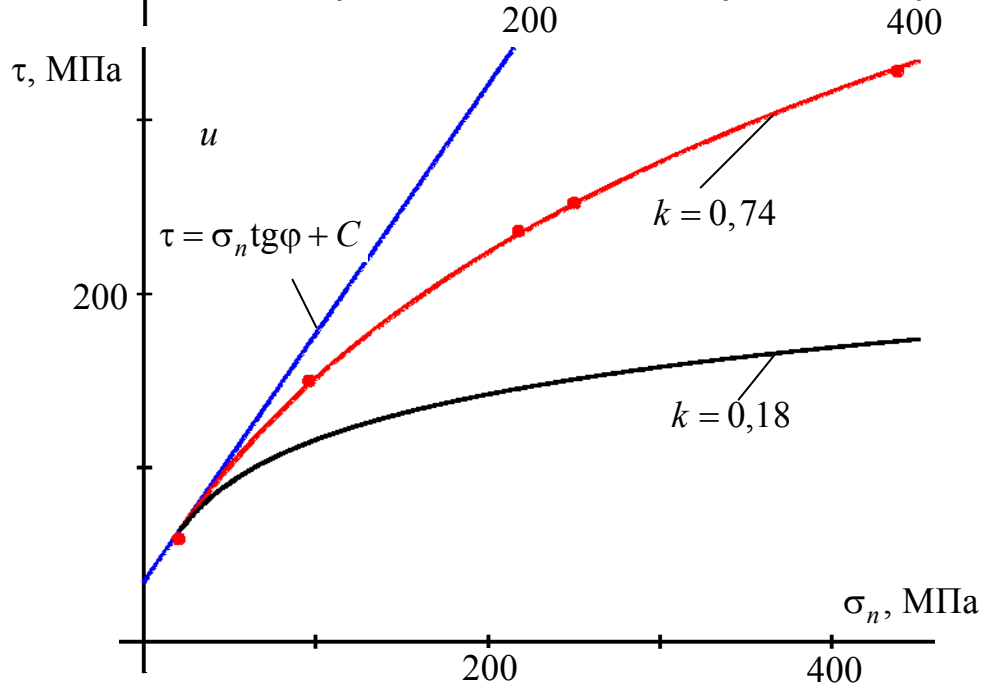
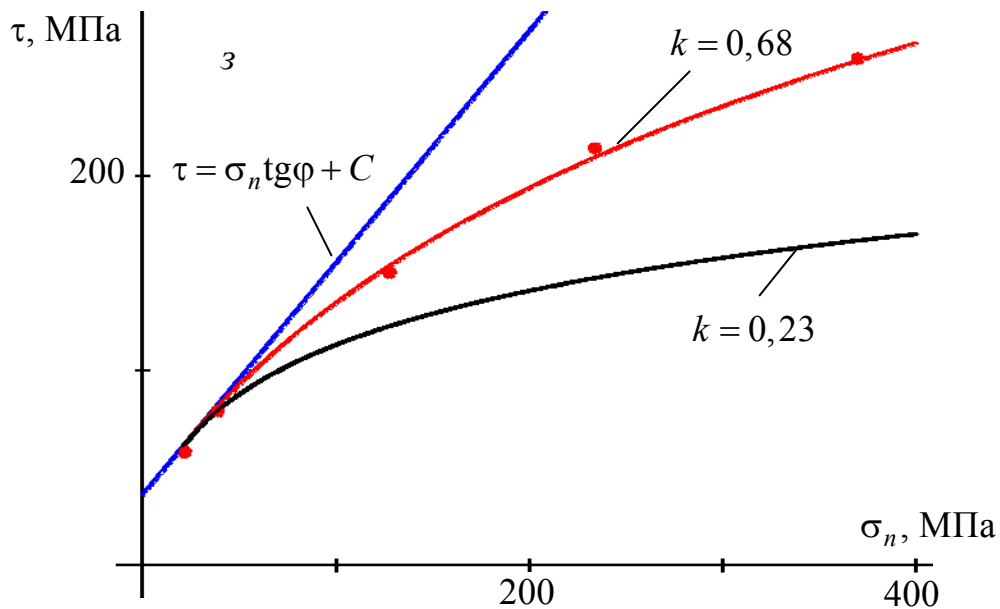
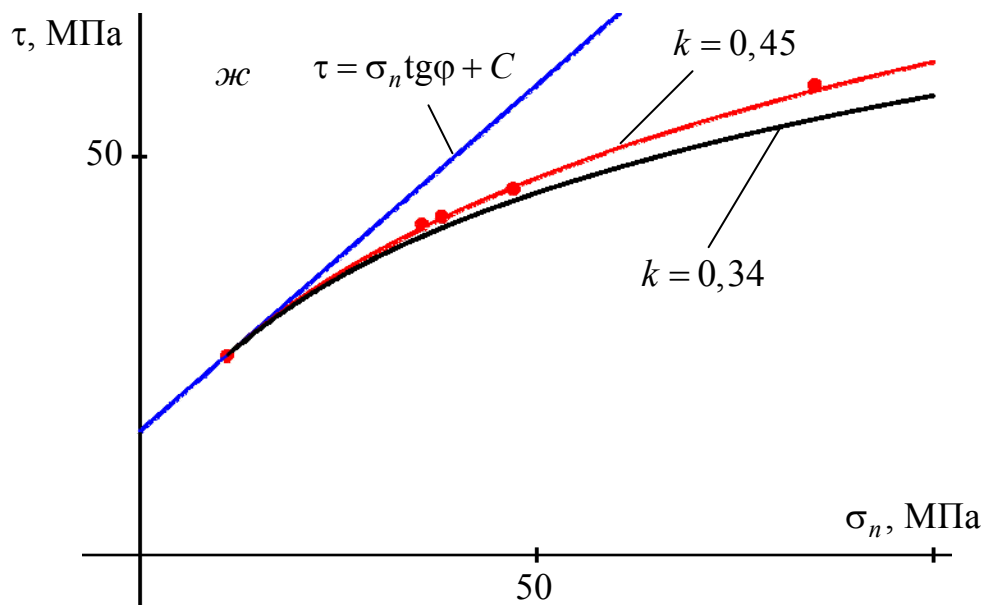
Таким образом, пластическую среду (в данном случае идеально пластическую) можно рассматривать как среду с иными прочностными характеристиками (иная огибающая), в данном случае, углом внутреннего трения.

Абсолютно идентичными рассуждениями руководствуемся при выводе уравнения (3.28), определяющего условие пластичности на стадии упрочнения ($k > 0$).

Сопоставление теоретических и экспериментальных данных показывает, что для некоторых материалов и горных пород, предел прочности достигается при значениях параметра упрочнения несколько меньших единицы ($k \leq 1$). На рис. 3.35 приведены экспериментальные данные предельных значений напряжений на площадке сдвига для некоторых искусственных материалов и горных пород [295] (красные кружки), а также их аппроксимация с использованием уравнения (3.28), при различных значениях параметра упрочнения (красная сплошная линия). Как видно из графиков, уравнение (3.28) весьма точно описывает экспериментальные данные. Однако теперь мы подошли к очень принципиальному моменту. Дело в том, что предельные экспериментальные значения напряжений на площадке среза получены построением паспорта прочности [295] с использованием кругов Мора. То есть, принципиально важно, что компоненты напряжений σ_n, τ непосредственно в эксперименте не измерялись, а получены косвенно. В процессе эксперимента [295] непосредственно определялись главные напряжения σ_1, σ_3 , используя которые (в плоскости главных напряжений), выше определены значения параметра упрочнения k , соответствующие предельным экспериментальным значениям главных напряжений, приближенно определяемые уравнением (3.53).







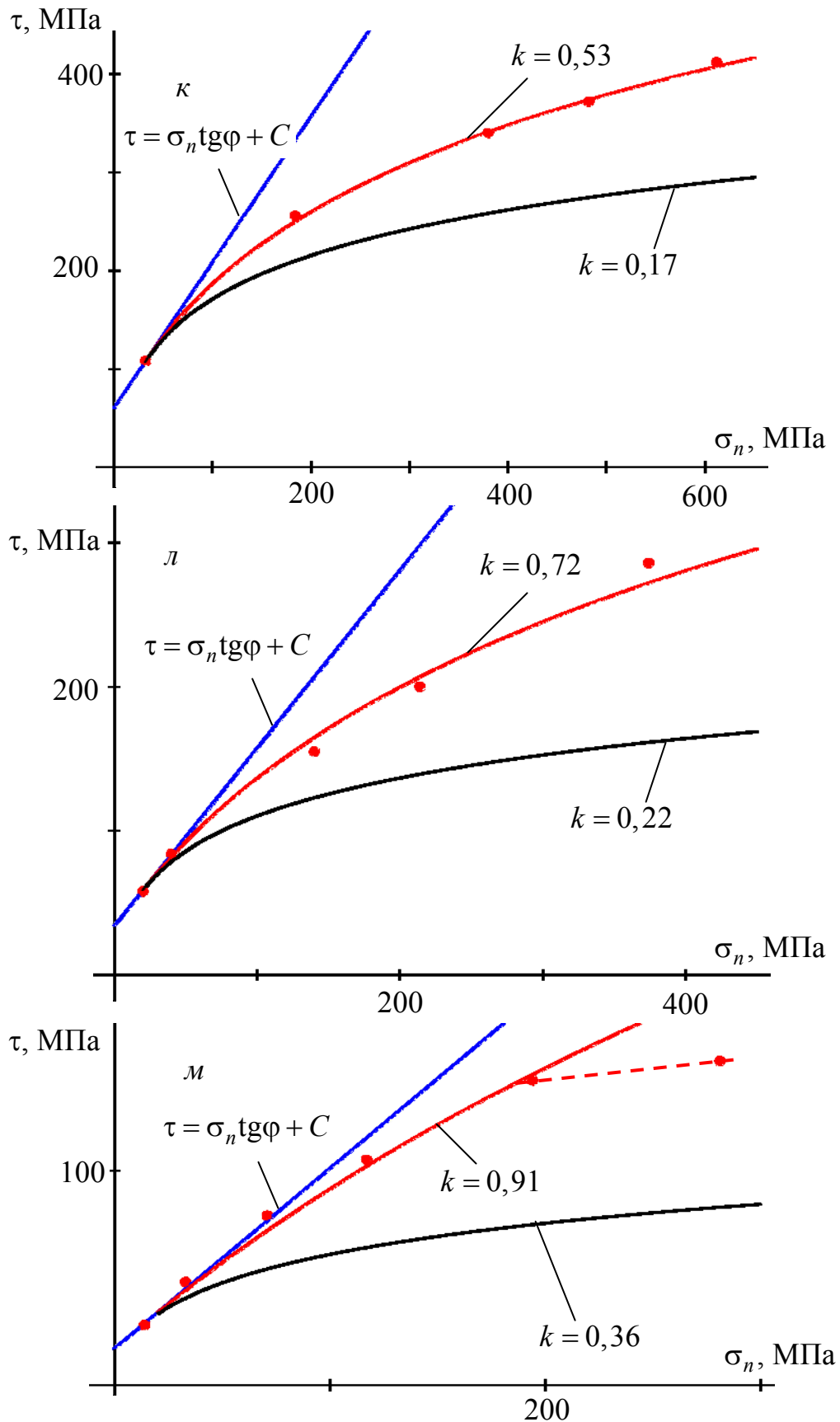


Рис. 3.35. Теоретические и экспериментальные паспорта прочности
a – бетон; *б* – известняк (Эстонсланец); *в* – каменная соль; *г* – мрамор 1; *д* – мрамор 2;
e – талькохлорит; *ж* – уголь; *з* – диабаз 5,7; *и* – диабаз; *к* – диорит 11; *л* – известняк Д-6;
м – песчаник П-04

На рис. 3.35 приведены (черная сплошная линия) паспорта прочности, построенные с использованием уравнений (3.28) и (3.53), то есть с использованием экспериментальных значений параметра упрочнения k , определенных в плоскости σ_1, σ_3 . Однако их сопоставление с экспериментальными графиками (см. рис. 3.35) (красные точки) показывает существенное несоответствие (при одинаковых характеристиках C, φ), что, тем не менее, объяснимо. И, действительно, на рис. 3.36 приведены паспорта прочности, построенные по результатам стабилметрических испытаний и испытаниями на косой срез.

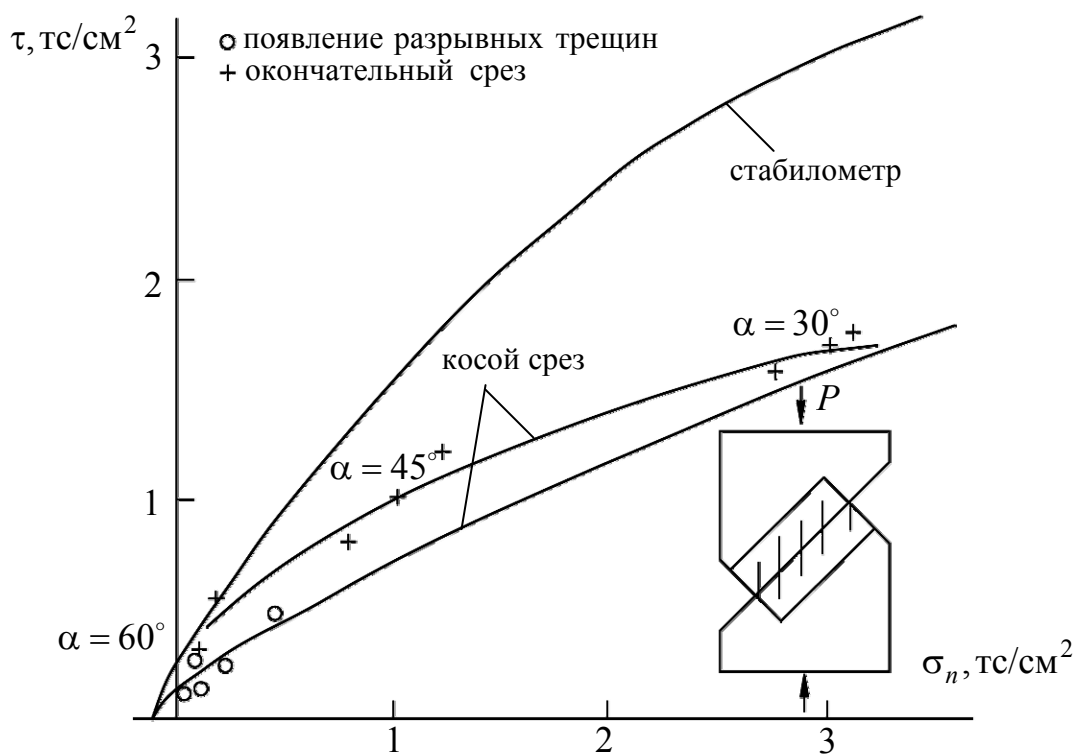


Рис. 3.36. Результаты испытания магнетита методом косого среза [192]

Паспорт прочности на косой срез ограничивает значительно меньшую область прочности, нежели его аналог при объемном испытании. Парадокс заключается в том, что при стабилметрических испытаниях определяются предельные главные напряжения σ_1, σ_3 , а паспорт строится в осях σ_n, τ , при косом срезе определяются предельные компоненты σ_n, τ , и паспорт прочности строится в этих же осях и отражает фактические экспериментальные данные. В этой связи, несоответствие данных паспортов прочности может быть объяснено только некорректным пересчетом предельных главных напряжений σ_1, σ_3 в систему ко-

ординат σ_n, τ . Неточность заключается в том, что при пересчете используются уравнения (3.26) с параметром упрочнения равным единице ($k = 1$), в действительности, он не всегда (не для всех горных пород) на пределе прочности равен единице.

Таким образом, паспорта прочности, построенные по значениям коэффициентов упрочнения k , определенных в плоскости σ_1, σ_3 (см. рис. 3.35) (черные линии), отражают связь между напряжениями на площадке среза σ_n, τ при их непосредственном определении. Заметим также, что параметры прочности C, φ от вида данной кривой не зависят, так как на начальной стадии данные паспорта совпадают.

Разворот структурных элементов при пластическом деформировании

Изменение угла наклона наиболее опасной площадки среза в зависимости от величины действующих напряжений в пластической фазе деформирования может трактоваться по-разному.

1. В каждой конкретной точке весь период упрочнения непрерывно образуются разноориентированные сколовые трещины, заполняя непрерывный числовой ряд значений.

2. В начале пластической деформации, или на ее каких либо этапах, образуются сколовые трещины, их ориентировка зависит от уровня напряженного состояния или степени упрочнения, которые при дальнейшем упрочнении разворачиваются на определенные углы, соответствующие предельному состоянию материала.

При выполнении первого условия, после проведения эксперимента наблюдались бы разноориентированные сколовые трещины или зоны массивированной дезинтеграции, чего в действительности не наблюдается. Кроме того в этом случае остается неясным механизм диссипации энергии. А вот примеров разворота структурных элементов в процессе пластического деформирования в литературе приводится достаточно много, причем для различных масштабных уровней деформаций [81, 137, 140, 141, 146, 148, 168, 210 – 215, 225]. Поэтому в

дальнейшем зависимость критического угла площадки сдвига от напряженного состояния, интерпретируется как разворот данной площадки (структурного элемента) в поле изменяющегося тензора напряжений. Сразу необходимо отметить, что имеется некоторая принципиальная сложность. Непонятно с чем ассоциировать ротационное движение при пластическом деформировании Ω и ее скорость, со стесненным поворотом, численно равным половине угла поворота вертикальной грани элементарного параллелепипеда (угловая деформация в механике сплошной среды), либо со свободным поворотом. Фрагментирование и повороты зерен при пластическом течении обуславливаются и стесненным, и свободным поворотами (деформация кристалла плюс его поворот как целого). По-видимому, ротационное движение элементов следует больше связывать со свободным поворотом. Техника отделения свободной ротации от стесненной недостаточно ясна [283].

Таким образом, согласно уравнениям (3.2), (3.6), максимальный теоретический угол разворота структурного элемента в процессе упрочнения выразится зависимостью:

$$\Omega_{\max} = \operatorname{arctg} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1^{\text{нач}}}{C}} - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right), \quad (3.55)$$

где $\sigma_1^{\text{нач}}$ – наибольшее главное напряжение соответствующее выходу материала в пластическое состояние.

Из уравнения (3.55) следует, что при увеличении начального напряженного состояния, максимальный разворот элементов при пластическом деформировании увеличивается. Чисто теоретически максимальный разворот может составлять угол $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$, однако рост максимального угла разворота от уровня напряженного состояния достаточно незначителен. Так, при $\varphi = 30^\circ$ и значениях $\sigma_1^{\text{нач}} / \sigma_{\text{сж}} = 2, 3, 4, 5$, имеем приблизительные значения соответственно $\Omega = 5, 9, 11, 13^\circ$. Как отмечают авторы [283], возможность кристаллографиче-

ских поворотов на угол $10 - 20^\circ$ была известна уже в конце 20-х годов (прошлого века).

Текущий угол разворота структурного элемента с учетом зависимостей (3.24) и (3.25) может быть представлен через величины напряжений в виде:

$$\Omega = \operatorname{arctg} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1^{\text{нач}}}{C}} - \operatorname{arctg} \frac{2(C + \operatorname{tg} \varphi \sigma_1)}{\sigma_1 - \sigma_3}. \quad (3.56)$$

Первое слагаемое в (3.56), строго говоря, в динамической постановке является постоянной. Продифференцировав дважды по времени выражение (3.56), посредством теоремы об изменении кинетического момента можно определить момент пары сил, действующий на структурный элемент при пластическом деформировании (собственный момент блока). Собственный момент блока может быть использован для построения, например, моделей нелинейных волн разломно-блоковых сред (см. выше (1.9), (1.11), (1.12)), или при совершенствовании, так называемой, среды Коссера – моментной теории пластичности.

Поворот структурных элементов в процессе пластического деформирования, на взгляд автора, является весьма информативным параметром. Данное явление может использоваться для определения ориентировки и значений компонент главных напряжений в естественных условиях. Значения углов поворота могут являться параметром, характеризующим степень пластической деформации, то есть определять время до разрушения – прогноз землетрясений или разрушения других сооружений.

Таким образом, в начале пластической деформации на некотором расстоянии друг от друга образуются площадки среза под углом ψ , определяемым уравнениями (3.2), (3.6). В процессе пластического деформирования происходит разворот этих площадок (структурных элементов), по-видимому, с образованием новых поверхностей среза и их идентичным разворотом. Когда углы наклона площадок к минимальному главному напряжению станут равными $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ (возможно несколько большими), происходит формирование генеральной поверхности (трещины) разрушения, заключающееся в концентрации пло-

щадок среза вдоль генерального разлома, которое заканчивается разрушением образца. Таким образом, сколовые трещины пластического происхождения, возможно, служат не сплошными сонаправленными поверхностями ослабления в генеральной поверхности разрушения. То есть, процесс пластического деформирования в этом смысле отличается от разрушения различной ориентировкой и протяженностью площадок среза. Если к моменту полного упрочнения материал уплотнился до степени межмолекулярного взаимодействия (пропадает трение между берегами трещин или пор), то он будет разрушаться как пластическая среда.

Теория предельного напряженного состояния

Рассмотрим вопрос идеальной пластичности – жесткопластическая модель. В геомеханике данный подход носит название метода предельного напряженного состояния или статики сыпучей среды. Данный метод подразумевает выполнение предельного условия (Кулона) в каждой точке рассматриваемой области. Однако, как было доказано выше, площадки среза могут возникать задолго до наступления условия предельного равновесия, при этом они имеют углы к минимальному главному напряжению, превышающие значение $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, то есть углы наклона поверхностей скольжения также могут превышать данное значение. Именно в этом автор видит основную методологическую неточность метода предельного напряженного состояния в постановке Кеттера, Соколовского, Голушкевича и др.

Рассмотрим плоское напряженное состояние в окрестности некоторой точки напряженного тела (рис. 3.37).

Определим напряжения на площадке, отклоненной от оси x на угол α , в случае упругой стадии деформирования материала:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x dy \sin \alpha}{dy / \sin \alpha} + \frac{\sigma_y dx \cos \alpha}{dx / \cos \alpha} - \frac{\tau_{yx} dy \cos \alpha}{dy / \sin \alpha} - \frac{\tau_{xy} dx \sin \alpha}{dx / \cos \alpha} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$\tau = \frac{\sigma_y dx \sin \alpha}{dx / \cos \alpha} - \frac{\sigma_x dy \cos \alpha}{dy / \sin \alpha} - \frac{\tau_{yx} dy \sin \alpha}{dy / \sin \alpha} + \frac{\tau_{xy} dx \cos \alpha}{dx / \cos \alpha} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha .$$

Таким образом

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha; \\ \tau &= \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha.\end{aligned}\tag{3.57}$$

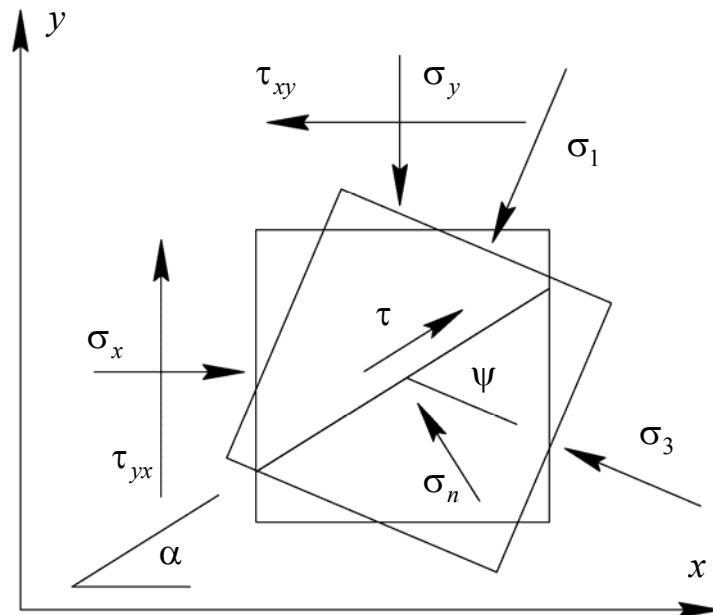


Рис. 3.37. Плоское напряженное состояние в окрестности точки

Главные напряжения выражаются через компоненты плоского тензора следующим образом:

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}.\tag{3.58}$$

При пластическом деформировании материала, механизм передачи напряжений на площадку среза более сложный (см. выше). Выразим главные напряжения через компоненты плоского тензора напряжений, для этого каждую компоненту превращаем в силу (умножаем напряжение на элемент площади, на которую действует), проецируем ее на одну из главных осей и делим на элемент площади главной площадки. После этого подставляем главные напряжения в формулы (3.26):

$$\begin{aligned}
\sigma_n = & \left[k \cos^2(\psi - \alpha) \sin^2 \psi + \sin^2(\psi - \alpha) \cos^2 \psi \right] \sigma_x + \\
& + \left[k \sin^2(\psi - \alpha) \sin^2 \psi + \cos^2(\psi - \alpha) \cos^2 \psi \right] \sigma_y - \\
& - \left[\sin 2(\psi - \alpha) (k \sin^2 \psi - \cos^2 \psi) \right] \tau_{xy}; \\
\tau = & \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos(2(\psi - \alpha)) \sin 2\psi + \tau_{xy} \sin(2(\psi - \alpha)) \sin 2\psi.
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Итак, для получения системы уравнений метода предельного напряженно-го состояния к уравнениям равновесия (2.1) необходимо, вместо (2.2), добавить уравнение (3.24), предварительно выразив в нем главные напряжения через плоские компоненты. Угол отклонения главных площадок от координатных осей $\psi - \alpha$ определяется из второго уравнения (3.59), а угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению ψ из уравнения (3.25). В разрешающее уравнение будет входить параметр упрочнения k , который может принимать любые значения от 0 до 1, в отличие от условия (2.2), где всегда $k = 1$, что соответствует критическому углу равному $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$.

Выводы по главе 3

Во второй главе было показано, что поверхность разрушения подчиняется при своем формировании тем же законам преломления, что и свет – подобие принципа Ферма. Другими словами, природа при установлении траектории распространения света и выборе поверхности разрушения тела действует единообразно. Свет, распространяясь из точки в точку, согласно принципу Ферма, отыскивает такую траекторию, на прохождение которой он затратит меньше времени. Фейнман Р. по данному вопросу высказывается следующим образом [300]. Но как удается свету выбрать свой путь? “Вынюхивает” он, что ли, соседние пути и сравнивает потом друг с другом? В некотором смысле так и происходит. Эту способность света нельзя понять в рамках геометрической оптики, поскольку она связана с понятием длины волны. Длина волны, грубо говоря, есть тот отрезок впереди лежащего пути, который свет может “почувствовать” и сравнить с соседними путями [300]. Таким образом, мы приблизились к древ-

нему философскому утверждению о дуальности мира (инь и ян) – корпускулярно-волновой дуализм. В квантовой механике он был сформулирован Н. Бором как принцип дополнительности, гласящий, что понять явление можно только применив для этого взаимоисключающие классы понятий, которые могут использоваться обособленно в зависимости от конкретных условий, но только взятые вместе дают полное знание о данном явлении. Это одно из самых фундаментальных положений современной физики [287].

Сказанное выше позволяет выдвинуть гипотезу, что дезинтеграция твердого тела в процессе пластической деформации, предшествующая разрушению, то есть образование структурных элементов, имеет целью “вынюхать” где энергетически выгоднее осуществить генеральный разлом – окончательное разрушение, а размеры структурных блоков ассоциировать с длиной волны.

В работе [301] Гареев Ф. А. пишет. Рассмотрим систему кровообращения человека. Утверждается, что общая длина кровеносных сосудов человека, включая капилляры, больше удвоенного расстояния между Землей и Луной и сердце перегоняет через себя более 5 литров крови за минуту. Удивительно эффективное устройство. Поразительно, только в 1994 г. профессором Захаровым В. было обнаружено, что кровообращение в кровеносных сосудах имеет ламинарно-спиральный (винтовой) характер. Другими словами, кровь при своем движении вперед еще вдобавок и вращается. При этом было показано, что более тяжелые и крупные частицы крови расположены около центра кровеносных сосудов, а далее с увеличением расстояния от центра расположены более мелкие и легкие частицы. Если это так, то природа изобрела очень экономный способ транспортировки вещества, более легкие и мелкие частицы крови находятся у стенок кровеносных сосудов, а самые тяжелые частицы дальше от стенок, тем самым обеспечивая минимальную потерю потребляемой энергии для транспортировки крови. Дело в том, что любые движения в жидкости всегда сопровождается трением и это трение максимально у стенок кровеносных сосудов. Поместив наиболее легкие и мелкие частицы у стенок сосудов, а самые тяжелые дальше от стенок, природа тем самым, воспользовалась условием минимально-

сти трения потока крови. И это еще не все. Все знают, что забивать гвоздь в дерево нелегко, однако буравчик входит в дерево без видимых усилий – вот вторая физическая причина минимальности трения – и кровь течет по правилу буравчика, а именно, по винтовой линии. Представляется, что если есть исток и сток, то движение между истоком и стоком должно всегда происходить по винтовой линии. Если это так, то это означает, что такой тип движения должен быть универсальным и происходить с минимальной потерей энергии. Действительно, рост многих кристаллов, форма макромолекул белков и ДНК, движения жидкостей и газов в живых организмах, а также форма галактик напоминает форму вихрей. Если предположить как рабочую гипотезу, что волны света и частицы движутся по винтовой линии так же, как частицы крови в кровеносных сосудах, то тогда корпускулярно-волновой дуализм получает простое объяснение. Поступательное движение луча или частицы по винтовой линии вперед соответствует траектории луча или частицы, а поперечные движения – волновому фронту. Так достигается единое описание волн и частиц. Таким образом, мы приходим к выводу, что принцип Гамильтона гомологичен принципу Ферма. Мы уже говорили, что принцип Ферма утверждает, что луч света для своего распространения выбирает кратчайшее время. Если это так, то это может означать, что динамические системы имеют стабильные элитные орбиты с минимальными периодами. Такие минимальные периоды обращения по замкнутым траекториям являются для периодических иерархических систем характерными величинами, они квантованы (как в микро-, так и макромире) и соизмеримы [301].

Вопрос о том, как частица находит только правильную траекторию с минимальным значением действия на ней и как луч света выбирает кратчайшее время и минимальное значение действия, остается открытым. Действительно, принцип минимального действия является интегральным, он говорит только о том, что некий интеграл, взятый от одной точки до другой, имеет минимум. Другими словами, этот принцип сообщает нам что-то обо всем пройденном пути сразу, но ничего не говорит о каждом шаге частицы или луча света. Ответ

был найден Моисеевым Н. Н., однако он чисто математический. Оказалось, что все основные уравнения физики определяют траектории, являющиеся экстремалими некоторых функционалов. Закон сохранения энергии локален по координате, импульсу и времени, то есть энергия сохраняется в любой точке пространства и в любое время. Второй закон Кеплера утверждает, что секториальная скорость есть величина постоянная в любую произвольно выбранную единицу времени, то есть этот закон тоже локален. Следовательно, частица или луч света при своем движении подчиняются этим двум законам локально и частице или лучу нет необходимости помнить всю историю своего движения [301].

Предложенный в данной главе критерий пластического деформирования твердых тел также фактически является траекторией поверхности разрушения (частицы или волны), а выдвинутый вариационный принцип является, как раз, тем функционалом, который определяет траекторию дезинтеграции тела. Предложенная зависимость по определению фундаментального параметра иерархии при дезинтеграции массивов горных пород указывает на квантовую природу их дезинтеграции, подобно формированию боровских орбит и планетарных орбит планет Солнечной системы.

По результатам выполненных исследований настоящей главы сформулированы следующие научные положения.

Научные положения.

2. В рамках модели сплошной среды, обладающей внутренним трением φ и сцеплением C , единый критерий пластичности и прочности горных пород (твердых тел) при сдвиге имеет вид:

– в компонентах главных напряжений σ_1, σ_3 :

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg}\varphi k \sigma_3}{C}\right)};$$

– в компонентах напряжений на площадке среза τ, σ_n :

$$\tau = C(1 + \sin\varphi) + \frac{1+k}{1-k} C \sin\varphi \ln \left| \frac{(1-k)\sigma_n + 2kC \cos\varphi}{(1+k)C \cos\varphi} \right|,$$

определяющий при

$k = 0$ – функцию пластического потенциала и начальную поверхность текучести (предел упругости) для горных пород с пластическим характером разрушения;

$0 \leq k \leq 1$ – предел прочности горных пород и предел упругости для горных пород с хрупким характером разрушения ($k \approx 1 - \sin \varphi$);

$k \rightarrow 1$ – теоретическую предельную поверхность или предел прочности при сдвиге (срезе), совпадающую с критерием Кулона (Coulomb, 1773).

3. На защиту выносится вариационный принцип дезинтеграции горных пород, определяющий функцию поверхности (траекторию) разрушения. Форма поверхностей сдвиговой дезинтеграции в твердых телах (горных породах) определяется максимальной работой внешних $\sum V$ и объемных $\sum (W - U)$ сил на относительном перемещении частей тела при срезе, при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание данных поверхностей $\sum 2\eta$:

$$\frac{\int_N V(x, y, y') dn + \int_S [W(x, y, y') - U(x, y, y')] dS}{\int_L 2\eta(x, y, y') dl} \rightarrow \max .$$

4. При отсутствии притока энергии извне, сдвиговая дезинтеграция в замкнутой плоской системе может происходить только за счет накопившейся в теле энергии, при этом разрушение или появление трещины на любом масштабном (иерархическом) уровне наступает тогда, когда отношение среднего расстояния между образующимися трещинами, к их среднему размеру достигает значения:

$$\lambda = 4 \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = 2,8_{\varphi=0} \div 3,7_{\varphi=\pi/4} .$$

4. ГЕОМЕХАНИКА ПОДЗЕМНЫХ РАЗРАБОТОК

4.1. Об исходном напряженном состоянии массива

Определение первоначального уровня естественных напряжений массива горных пород является одной из приоритетных и фундаментальных задач горного дела, геомеханики, геодинамики, геологии и физики Земли. В геомеханике и горном деле знание распределения начальных полей напряжений необходимо, прежде всего, для расчета напряженно-деформированного состояния элементов систем разработки, определения их размеров, формы и расположения, обеспечения их устойчивости, а также определения нагрузок на крепь горных выработок. Вертикальная составляющая поля начальных напряжений с теоретической точки зрения определяется весом горных пород и глубиной ее расположения, что также подтверждается результатами экспериментальных исследований, в том числе в условиях тектонической активности. Поэтому дальнейшие рассуждения будут относиться к горизонтальной составляющей напряжений.

Первоначальное поле напряжений является суммой гравитационных и тектонических составляющих. В свою очередь гравитационная компонента поля начальных напряжений может быть представлена в виде суммы двух составляющих, которые условно можно назвать «упругая» и «пластическая». Под упругой составляющей поля начальных гравитационных напряжений следует понимать напряжение, вызванное невозможностью бокового (горизонтального) расширения пород под действием вертикальной компоненты (А. Н. Динник). Пластическая составляющая поля горизонтальных гравитационных напряжений создается под действием формирования в массиве призмы смещения, то есть возникновения поверхностей скольжения (подобно давлению на подпорную стенку). Поверхности (площадки) скольжения возникают, начиная с некоторой глубины, зависящей от прочностных свойств и объемного веса массива горных пород. Для определения пластической составляющей горизонтальных напряжений необходимо располагать условием равновесия призмы смещения и геометрией наиболее опасной поверхности скольжения в массиве. Таким образом, определение пластической (жесткопластической) составляющей компоненты го-

ризонтовых напряжений сводится к установлению закона распределения нормальных напряжений с глубиной, что было получено выше.

Как указывалось выше, горизонтальная компонента начальных гравитационных напряжений, складывается из упругой и пластической (жесткопластической) составляющих, поэтому выражение для ее определения, с учетом (3.2), будет иметь вид:

$$\sigma_r = \lambda\gamma h + \gamma h - 2C\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}} = \frac{1}{1-\nu}\gamma h - 2C\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}}, \quad (4.1)$$

где ν – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона); σ_r – горизонтальная компонента начальных гравитационных напряжений; $\lambda = \frac{\nu}{1-\nu}$ – коэффициент бокового распора.

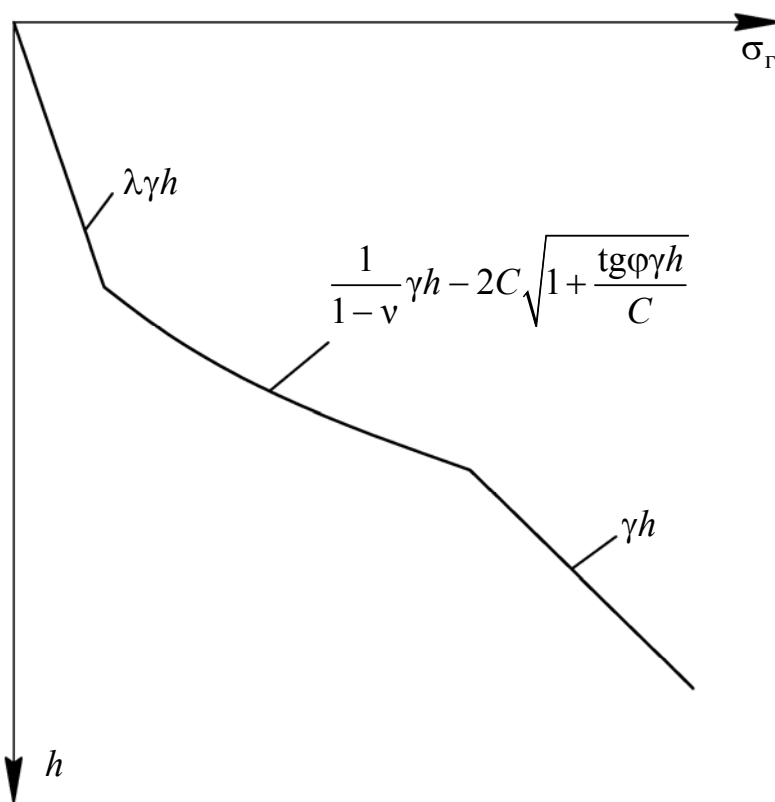


Рис. 4.1. Теоретическое распределение начального поля горизонтальных напряжений

Таким образом, до глубины H_{90} распределение гравитационной компоненты горизонтальных напряжений происходит согласно закону А. Н. Динника. Ниже этой глубины на поле упругих напряжений накладывается поле пластиче-

ских напряжений, а закон их общего распределения описывается уравнением (4.1). В силу пассивности как упругой, так и пластической компонент горизонтального поля гравитационных напряжений, обусловленных собственным весом пород γh , превысить значение последнего они не могут (без тектонической составляющей). Общая эпюра распределения горизонтальной компоненты гравитационного поля напряжений представлена на рис. 4.1.

Предлагаемый закон распределения естественного поля горизонтальных напряжений качественно подтверждается экспериментальными исследованиями [177, 275, 302] (рис. 4.2).

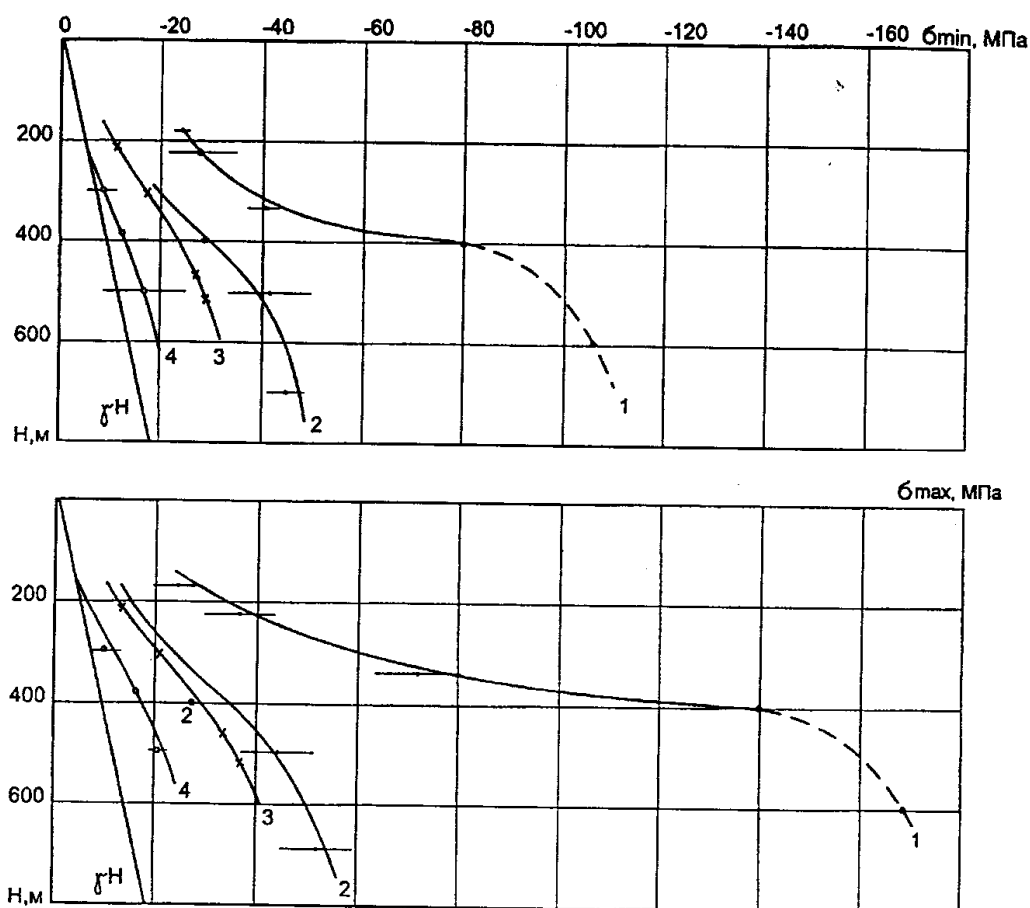


Рис. 4.2. Распределение гравитационно-тектонических напряжений с глубиной [275]

Отметим, что для учета тектонической компоненты горизонтальных напряжений к правой части уравнения (4.1) необходимо прибавить ее значение.

4.2. Метод определения угловых параметров процесса сдвижения

Еще более полвека назад С. Г. Авершин говорил, что теория сдвижения пород под влиянием горных разработок остается недостаточно развитой по сравнению с результатами экспериментальных исследований в этой области. Сложность же и важность задач, связанных с явлением сдвижения горных пород, требует не меньшей теоретической их разработки.

Основной проблемой в развитии теоретического направления науки, на взгляд автора, помимо многофакторности протекания самого процесса сдвижения является сугубо прикладной и эмпирический характер используемых параметров процесса сдвижения. Так, например, один из главных параметров процесса сдвижения – угол сдвижения, определяется без всякой физической привязки к геометрии и механике явления, а его значение устанавливается по величинам вертикальных и горизонтальных (критических) деформаций на дневной поверхности, опасных для инженерных сооружений. Таким образом, уже сама постановка задачи по определению параметров процесса сдвижения требует привлечения тех или иных средств измерений (инструментальные наблюдения и т. д.). Однако следует признать, что выбор параметров процесса сдвижения оправдан ввиду прикладного характера проблемы. Пожалуй, единственным параметром процесса сдвижения, имеющим вполне понятный физический смысл, является угол разрыва. Под углом разрыва понимается внешний относительно выработанного пространства угол, образованный на главных сечениях мульды сдвижения горизонтальной линией и линией, соединяющей границу выработанного пространства с наиболее удаленной от него видимой трещиной на дневной поверхности (рис. 4.3). Трещины на дневной поверхности появляются в результате действия растягивающих напряжений и являются следствием формирования в массиве призмы смещения. Из последнего утверждения, очевидно, что многие разработки в области устойчивости откосов будут также справедливы для изучения процесса сдвижения.

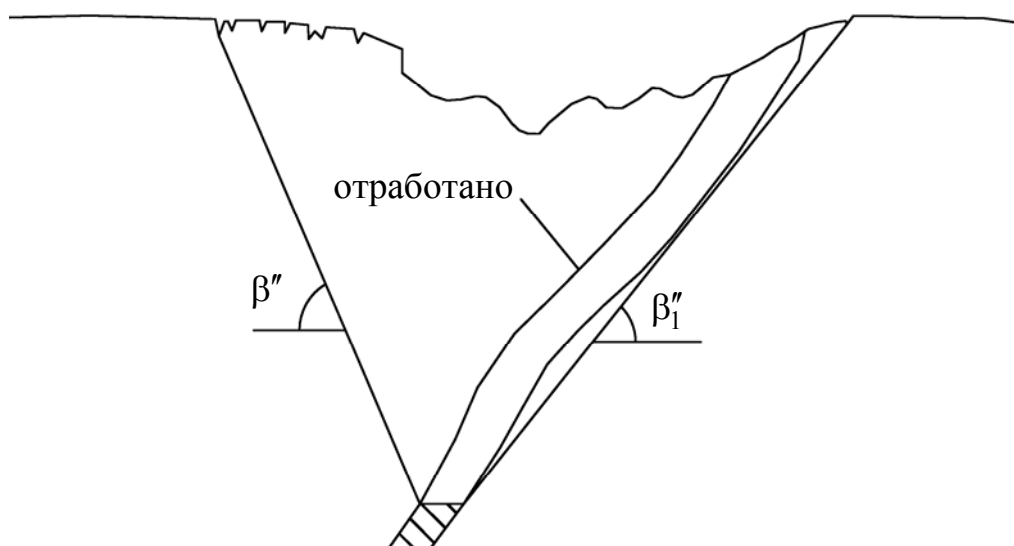


Рис. 4.3. Углы разрывов

При расчете устойчивости карьерных откосов в качестве механических характеристик используются показатели паспорта прочности Кулона. В условиях же подземной разработки зависимости параметров процесса сдвижения от прочностных характеристик пород исследованы недостаточно, поэтому пользуются преимущественно одним показателем – коэффициентом крепости по шкале М. М. Протоdjяконова. В отношении углов разрыва можно сказать следующее [303 – 310]:

1) значения углов разрыва, как и углов сдвижения, достаточно стабильны с изменением глубины разработки, именно данный факт позволяет использовать их в качестве параметров процесса сдвижения;

2) по поводу влияния глубины разработки на значение углов разрыва имеется противоречивая информация: по одним сведениям углы разрыва с глубиной уменьшаются, по другим – увеличиваются;

3) на величины углов разрыва большое влияние оказывает слоистость и трещиноватость, в тех случаях, когда в массиве имеются системы трещин с падением в сторону выработанного пространства и угол падения превышает угол трения, значение углов разрыва стремится к значению угла падения системы трещин;

4) значения величин углов разрыва рекомендуется принимать на 5 – 10 градусов выше соответствующих углов сдвига в коренных породах и на 15 – 20 градусов граничных углов, данное обстоятельство связывается с тем, что углы разрыва, сдвига и граничные зависят от одних и тех же факторов;

5) при увеличении углов падения залежи и вмещающих пород значения углов разрыва (граничных, сдвига) снижаются, в случае угла β'' по линейному закону (считается, что угол δ'' не зависит от угла падения залежи);

6) численные значения углов разрыва колеблются в широких пределах – 40 – 90 градусов, для однородных и изотропных массивов они могут достигать 70 – 85 градусов.

Д. М. Казикаев [311] проводит аналогию между процессом сдвига и оползневыми явлениями на открытых горных работах, а главным связующим звеном считает криволинейную поверхность скольжения (рис. 4.4), отмечая, что ее аналитическое описание не представляется возможным.

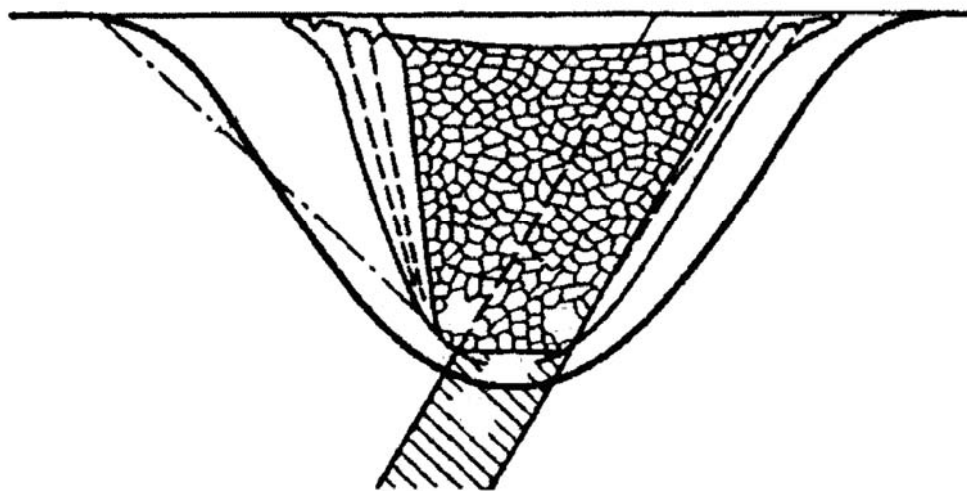


Рис. 4.4. Зоны и области процесса сдвига

Поверхность скольжения в массиве отделяет зоны обрушения и сдвига от зоны плавных сдвигов или деформаций без разрыва сплошности. Определение формы и положения этой границы (поверхности скольжения) является важнейшей фундаментальной задачей геомеханики, однако в литературе, за редким исключением, такая задача не ставится в принципе. Аналитическому

описанию геометрии поверхности скольжения в условиях сдвижения пород под влиянием подземной разработки препятствуют, по меньшей мере, две объективные проблемы:

1) отсутствие теоретического способа обоснования геометрии поверхности скольжения, впрочем, как и статически обоснованного критерия устойчивости, при расчете устойчивости карьерных откосов;

2) согласно теории предельных напряженных состояний, максимальный угол наклона поверхности скольжения не может превышать значения $\pi/4 + \varphi/2$ (φ – угол внутреннего трения), однако углы разрывов могут заметно превышать данную величину.

Дело в том, что при расчете устойчивости откосов большинство исследователей не считают целесообразным математически строго обосновывать геометрию поверхности скольжения, уповая на относительно небольшую погрешность при оценке коэффициента запаса устойчивости. В действительности же геометрия поверхности разрушения в массиве представляет не только прикладной, но и научный интерес.

Применим рассмотренную выше теорию для определения угловых параметров процесса сдвижения. Пусть имеется залежь полезного ископаемого с углом падения $\alpha = 60^\circ$. Физико-механические характеристики массива горных пород $\varphi = 30^\circ$; $C = 10 \text{ т/м}^2$; $\gamma = 2,5 \text{ т/м}^3$. Формализация приводит к задаче построения поверхностей скольжения для различных глубин разработки. Предельная высота свободного откоса для рассматриваемых условий $H = 52,4 \text{ м}$. То есть, начиная с этой глубины, для равновесия призмы смещения необходимы дополнительные внешние удерживающие силы. Их роль выполняют междуэтажные и междукammerные целики или обрушенные в выработанное пространство горные породы. Вследствие их податливости возникают деформации земной поверхности в виде уступов и раскрытых трещин. На рис. 4.5 представлены поверхности скольжения со стороны лежачего бока залежи для высоты

$H = 230,3$ м и $H = 639,1$ м, что соответствует нагрузкам на целики, равные 10000 т и 100000 т соответственно.

Углы разрывов, полученные для рассматриваемых поверхностей скольжения со стороны лежачего бока залежи, составили: $\beta_1'' = 54,8^\circ$ и $\beta_1'' = 55,9^\circ$ (см. рис. 4.5). Дальнейшее увеличение глубины не приводит к заметному увеличению угла разрыва, а причиной его незначительного увеличения с глубиной является наличие вертикальной трещины отрыва. Таким образом, аналитически продемонстрирована стабильность угла разрыва с увеличением глубины разработки.

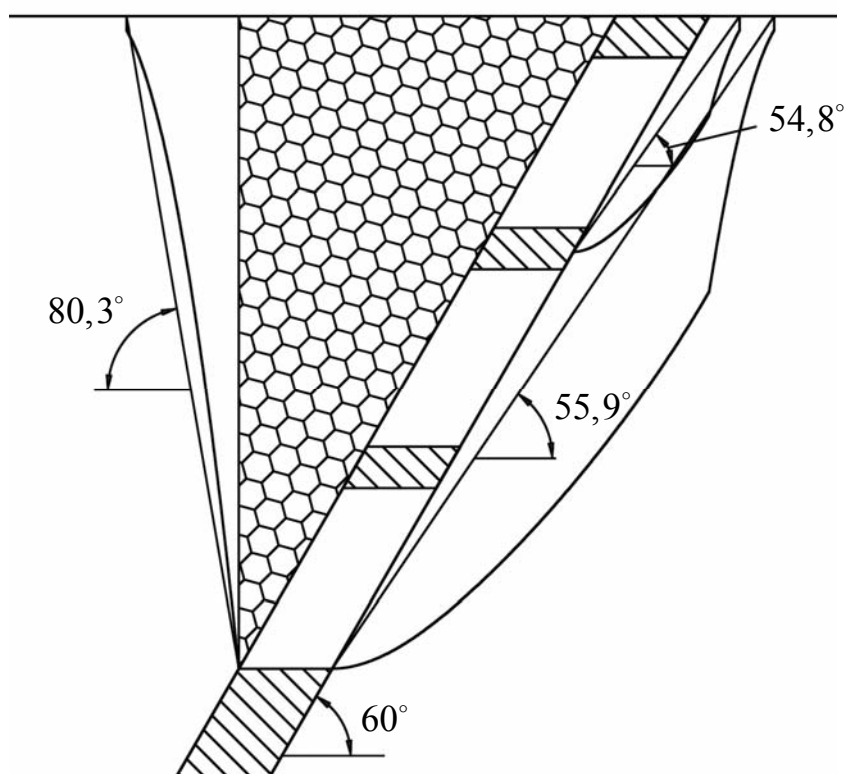


Рис. 4.5. Определение углов разрыва

Если нависающие над выработанным пространством породы со стороны висячего бока залежи будут отделяться от массива, образуя вертикальный откос (см. рис. 4.5), поверхность скольжения будет целиком выпуклой, а угол разрыва $\beta'' = 80,3^\circ$.

Породы, расположенные за пределами поверхности скольжения, находятся в зажатой среде и деформируются без разрыва сплошности. Их деформации могут быть изучены с использованием геомеханических моделей сплошных сред методом конечных элементов. Граничными условиями для определения углов сдвига и размеров мульды сдвига являются напряжения, действующие вдоль поверхности скольжения, которые без труда могут быть определены. На рис. 4.6 показаны граничные условия, а также типовое поле смещений узлов конечно-элементной модели и изолинии максимальных деформаций.

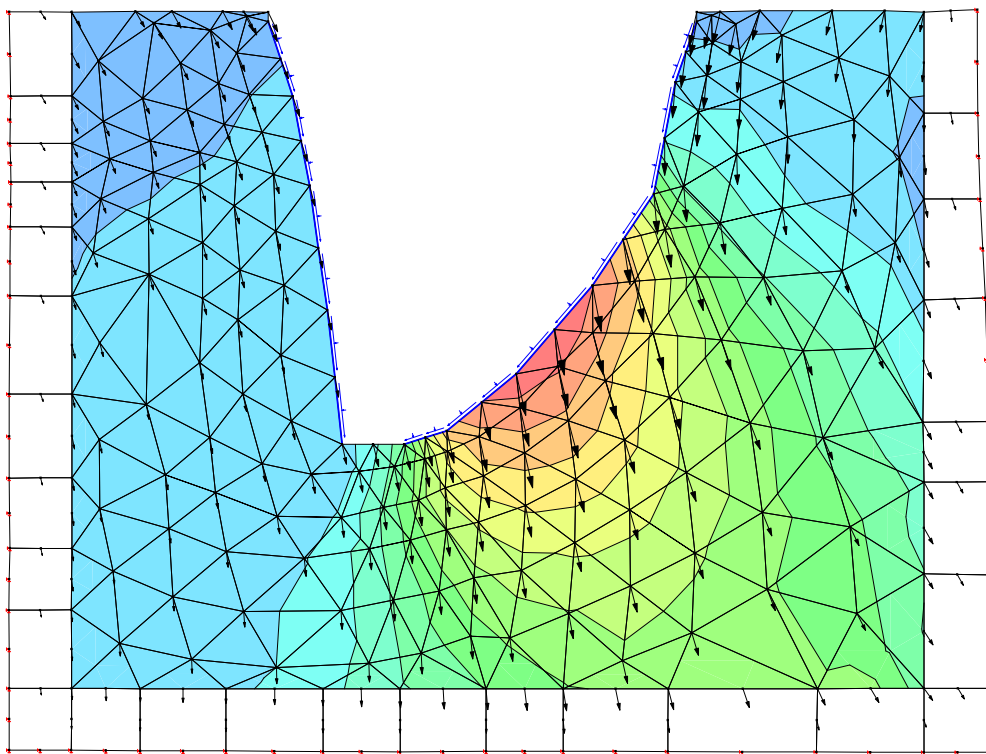


Рис. 4.6. Определение граничных углов и углов сдвига

Следует отметить, что нормальная составляющая реакции вдоль поверхности скольжения вычисляется по-разному для различных частей поверхности скольжения, в зависимости от используемых функционалов. Для достоверного определения деформаций массива и земной поверхности к полю смещений, полученному в результате формирования призмы смещения, необходимо прибавить поле, вызванное первичной разгрузкой массива, а также вычесть поле перемещений от действия начальных гравитационных напряжений.

Рассмотренный выше пример относится к однородным и изотропным массивам и в этом смысле является идеализированным. Однако для случая анизотропных и неоднородных массивов методика прогнозирования сдвижений и деформаций, а также определения параметров процесса сдвижения остается неизменной. Разница будет состоять в геометрии (форме и положении) наиболее опасной поверхности скольжения, теория определения которой для анизотропных и неоднородных массивов изложена выше.

В случае если на месторождении поставлены инструментальные наблюдения за сдвижением земной поверхности, появляется возможность определения прочностных и деформационных характеристик горного массива методом обратных расчетов. По значениям углов разрыва (ширины призмы обрушения) оцениваются параметры паспорта прочности, прежде всего, величина сцепления массива. А по деформациям в периферийных частях мульды сдвижения могут быть установлены деформационные параметры.

Для предельной высоты свободного откоса угол разрыва в лежащем боку залежи определяется формулой:

$$\beta_1'' = 90^\circ - \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}\alpha + a/H), \quad (4.2)$$

где α – угол падения залежи (откоса); a – ширина призмы обрушения; H – предельная высота свободного откоса.

Используя номограмму устойчивости плоских однородных откосов (см. рис. 2.16) и график для определения ширины призмы обрушения (см. рис. 2.17), по формуле (4.2) вычислим значения угла разрыва и построим номограмму для его определения (рис. 4.7).

Для рассмотренного выше примера угол разрыва при высоте, равной предельной высоте свободного откоса ($H = 52,4$ м), составил $\beta_1'' = 56,6^\circ$. Таким образом, угол разрыва с глубиной сначала снизился, а потом несколько возрос.

То есть, если считать, что угол разрыва с глубиной не изменяется (что можно считать в первом приближении доказанным), то графики (см. рис. 4.7)

справедливы для любой глубины. Анализ данных графиков позволяет сделать следующие выводы.

1. Зависимость между углом разрыва в лежащем боку залежи и углом ее падения на интервале углов падения залежи, превышающих предельный угол, очень близка к прямолинейной.

2. Зависимость между углом разрыва в лежащем боку залежи и углом внутреннего трения горных пород весьма слабая. Данный результат является достаточно неожиданным, однако в рамках рассмотренной выше теории он достаточно просто объясним. Выше было показано, что при увеличении угла откоса поверхности скольжения для различных углов внутреннего трения стягиваются в единую поверхность (см. рис. 2.15), поэтому и ширина призмы обрушения для одного угла падения залежи становится независимой относительно углов внутреннего трения.

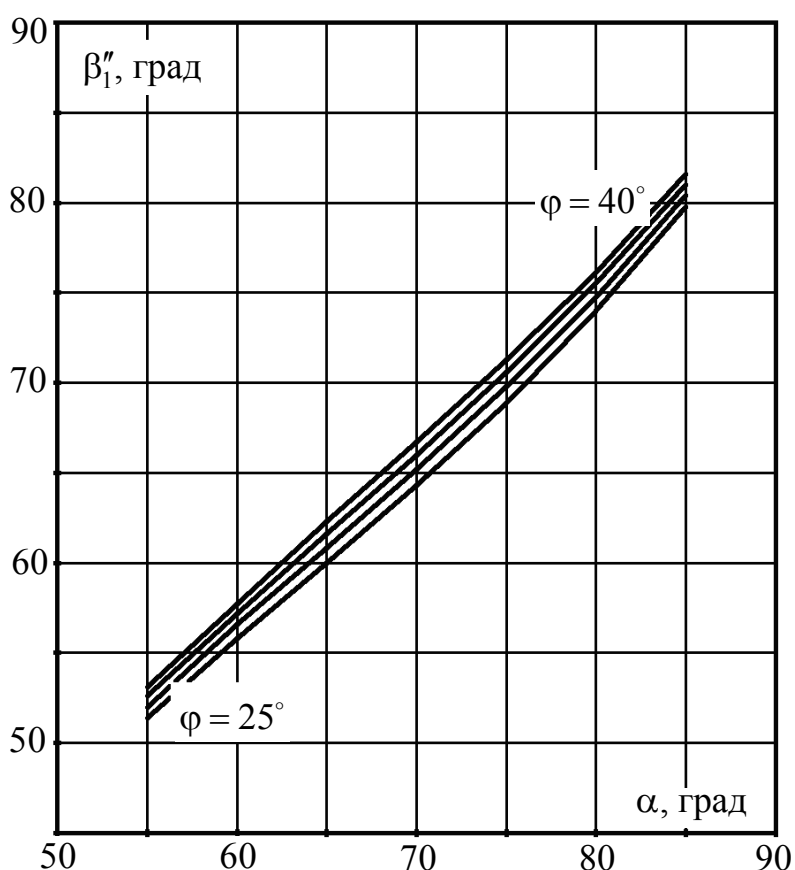


Рис. 4.7. Зависимость угла разрыва от угла падения залежи

В работе [307] приводится достаточно большое количество эмпирических зависимостей углов разрыва и сдвижения от угла падения залежи. Причем за-

зависимости имеют линейный вид. В нашем случае зависимость угла разрыва в лежащем боку от угла откоса также можно описать линейной регрессией с коэффициентом корреляции, равным 0,99, и средней квадратической ошибкой менее одного градуса.

Заметим, что производить расчет сдвижений и деформаций с постановкой граничных условий на границе зоны обрушения впервые предлагал А. Д. Сашурин [306]. Границей в том случае являлась прямая (коническая поверхность в объемном случае по А. Д. Сашурину), а граничным условием выступало нормальное давление, создаваемое обрушенными породами. Таким образом, предлагаемая методика подразумевает уточнение геометрии самой границы, и значений нормальных и касательных напряжений, действующих на ней, однако только для плоской задачи.

Предлагаемая методика определения параметров процесса сдвижения применима и в случае действия тектонических полей напряжений. В этом случае, как отмечалось выше, меняется геометрия поверхности скольжения. Кроме того, в этом случае, при поставленных маркшейдерских наблюдениях за процессом сдвижения, проведением математического моделирования появляется возможность определения значений тектонических (общих) компонент напряжений, обратным расчетом. Заметим, что определять компоненту тектонического поля напряжений в направлении в крест простирания залежи по результатам маркшейдерских наблюдений за процессом сдвижения предлагал А. Б. Макаров [312].

Процесс сдвижения и, соответственно, параметры процесса сдвижения в очень сильной мере определяются устойчивостью массива горных пород. Рассмотрим схему процесса сдвижения (рис. 4.8). В случае если породы, расположенные непосредственно над выработанным пространством (область 1 см. рис. 4.8) создают должный подпор боковым породам (область 2 см. рис. 4.8), то угол разрыва, вероятнее всего, будет определяться границей зоны террас (см. рис. 4.8). В противном случае, область сдвижений с разрывом сплошности будет увеличена на определенную величину (область 3 см. рис. 4.8). Если и далее по-

роды не создадут необходимого подпора, то углы разрывов снова уменьшаются. Разумеется, этому уменьшению имеется предел (угол внутреннего трения).

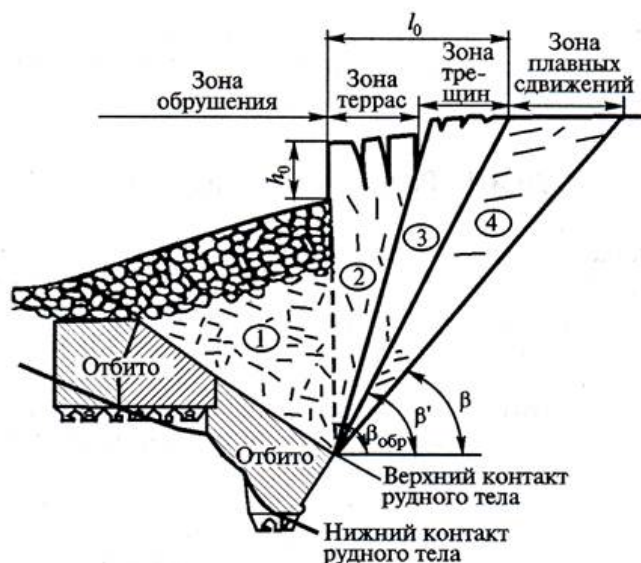


Рис. 4.8. Формирование областей и зон сдвижения [неизвестный источник]

Таким образом, выше продемонстрировано, что угол разрыва, а соответственно и углы сдвижения и граничные углы, будут принимать некоторые дискретные значения при заданной и постоянной глубине. Если в качестве начального угла разрыва принять $\beta'' = 90^\circ$ (см. рис. 4.8), а оставшийся массив рассматривать как плоский откос, то для рассмотренного выше примера, при $H = 639,1$ м, будем иметь следующий дискретный числовой ряд возможных приближенных значений $\beta'' = 80, 75, 70, 65, 61, 57, 54^\circ$ (см. рис. 4.7).

4.3. Определение нагрузок на крепь горизонтальной горной выработки

В настоящее время большинство задач подземной геомеханики, а также расчеты конструктивных элементов подземных сооружений производятся численными методами с использованием программного обеспечения. Чаще всего используют методы механики сплошной среды, а решение конкретных задач осуществляют методом конечных элементов. Современные программные продукты позволяют решать задачи практически любой степени сложности. Однако данный подход также имеет некоторые недостатки. Во-первых, при данном

подходе мы *a priori* накладываем на среду (горный массив) некоторые ограничения: сплошность, упругость, пластичность и т. д. Во-вторых, чем сложнее геомеханическая модель, тем большим количеством параметров среды необходимо располагать для проведения расчетов. Данные параметры для горных массивов трудноопределимы, особенно, если речь идет о трещиноватом массиве. В-третьих, имеются сложности с постановкой граничных условий. Вместе с тем, задача по установлению вертикальной нагрузки (заданной нагрузки) на крепь горизонтальной выработки имеет и теоретический интерес, она так и не нашла своего окончательного аналитического решения.

Развитая выше теория расчета устойчивости откосов может использоваться для расчета нагрузок на крепь подземных горных выработок. Расчетная схема подразумевает жесткопластическую модель горного массива, давление на крепь выработки вызывается сползающим по некоторой поверхности скольжения объемом горных пород и весом столба вышерасположенного горного массива.

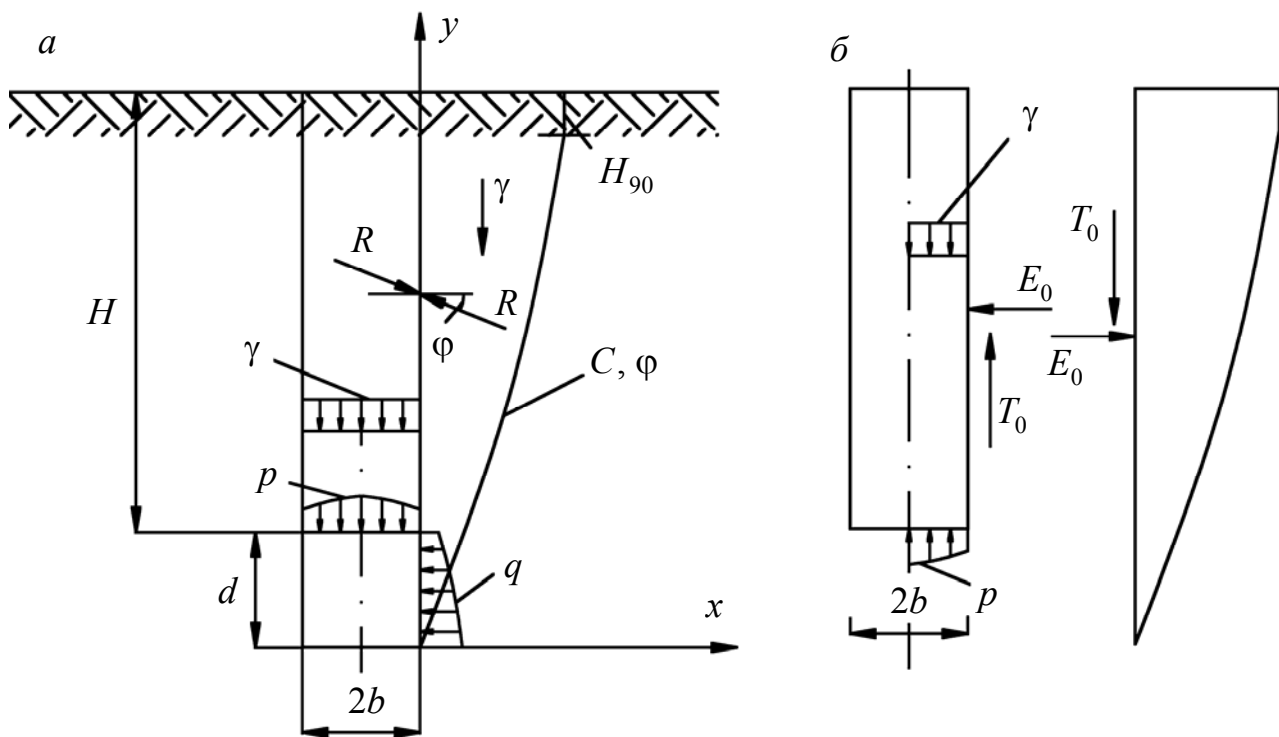


Рис. 4.9. Нагрузка на крепь горизонтальных выработок:
 а – расчетная схема; б – действие сил и реакций связи

Механизм воздействия горных пород на крепь горизонтальной горной выработки в плоской постановке задачи представляется следующим образом. Столб горных пород, находящийся над горной выработкой, под действием собственного веса стремится ее заполнить (рис. 4.9, а). Если мысленно удалить столб пород, заменив его действиями реакций связи (принцип освобожденности от действия связей), то по его краям будут образовываться две призмы смещения вертикальных откосов. Перемещению столба пород препятствуют касательные реакции T_0 призм смещения. В силу симметрии задачи будем рассматривать одну из них (рис. 4.9, б). Если мысленно убрать призмы смещения и освободить столб породы, расположенный над выработкой, от действия реакций связей, то направление его свободного движения будет совпадать с таковым же, но при действии реакций. Тогда согласно принципу Гаусса, равнодействующая \vec{R} будет совершать экстремальную работу на путях отклонения истинного движения от свободного при выполнении на противоположной вертикальной грани столба породы условия:

$$|T_0| = \operatorname{tg}\varphi E_0. \quad (4.3)$$

Рассмотрим сначала задачу по определению нагрузки на крепь выработки в сыпучей среде, то есть $C = 0$. Как отмечалось ранее, поверхность скольжения в этом случае будет представлять собой плоскость, наклоненную к горизонту на угол $\pi/4 + \varphi/2$. Условие равновесия призмы смещения будет иметь вид:

$$E_0 + fT_0 = \int_0^{h/\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \gamma \left(h - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)x \right) \sqrt{1+f^2} dx, \quad (4.4)$$

где $h = H + d$ – переменная.

Решаем совместно уравнения (4.3) и (4.4) относительно реакции T_0 :

$$T_0 = \frac{\gamma \sin \varphi}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} (H + d)^2. \quad (4.5)$$

Из уравнения равновесия породного столба на ось y , при условии равномерного распределения нагрузки по ширине выработки b , ее интенсивность, согласно уравнению (4.5), определится формулой:

$$p = \gamma H - \frac{\gamma \sin \varphi}{2b \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)} (H + d)^2. \quad (4.6)$$

Очевидно, что вертикальная нагрузка не может быть отрицательной, а также убывать с глубиной, с другой стороны, из формулы (4.6) следует: нагрузка описывается уравнением квадратной параболы, определим ее максимальное значение:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dH} = 0 \Rightarrow H_{p \rightarrow \max} &= \frac{b \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \varphi} - d; \\ p_{\max} &= \gamma \left(\frac{b \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - 2d \sin \varphi}{2 \sin \varphi} \right). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Нагрузка достаточно быстро с глубиной достигает своего максимального значения (4.7). Начиная с этой глубины, нагрузка перестает зависеть от глубины расположения выработки и определяется только ее параметрами, для сыпучих пород – углом внутреннего трения и объемным весом.

Перейдем к определению нагрузки на крепь выработки в связных породах. На основе выражений (2.33), (3.1) условие равновесия призмы смещения будет иметь вид:

$$E_0 + fT_0 = \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma h}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp, \quad (4.8)$$

Тогда, согласно (4.3), (4.8), нагрузка на крепь выработки будет определяться выражением:

$$p = \gamma H - \frac{2C^2}{b\gamma f(1+f^2)} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp. \quad (4.9)$$

Аналогично для связных пород определяем максимальное значение нагрузки, для этого берем производную выражения (4.9) по глубине H . Не прибегая к интегрированию, можно воспользоваться правилом Лейбница [313]:

$$\frac{d}{dH} \int_{u(H)}^{v(H)} F(p, H) dp = \int_{u(H)}^{v(H)} \frac{\partial}{\partial H} F(p, H) dp + F(v(H), H) \frac{dv}{dH} - F(u(H), H) \frac{du}{dH}.$$

Очевидно, первое и третье слагаемые в нашем случае будут равны нулю. Таким образом, производная выражения (4.9):

$$\begin{aligned} & \gamma - \frac{2C^2}{b\gamma f(1+f^2)} \left(\left(\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}} \right)^3 - 2f \left(1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C} \right) - \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}} \right) \times \\ & \times \left(\frac{f\gamma}{2C} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}}} \right) = \gamma - \frac{C}{b(1+f^2)} \left(\left(1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C} \right) - 2f \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}} - 1 \right) = 0. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Решаем уравнение (4.10):

$$\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+d)}{C}} = \frac{\sin\varphi + \sqrt{1 + \frac{\gamma b}{C}}}{\cos\varphi} = r \quad (4.11)$$

или

$$H_{p \rightarrow \max} = \frac{4C}{\gamma} \frac{\sin^2\varphi + \sin\varphi \sqrt{1 + \frac{\gamma b}{C}} + \frac{\gamma b}{2C}}{\sin 2\varphi} - d. \quad (4.12)$$

Подставляем (4.11), (4.12) в уравнение (4.9). В итоге получим максимальную среднюю нагрузку на крепь горизонтальной горной выработки в связной среде в виде:

$$p_{\max} = 4C \frac{\sin^2 \varphi + \sin \varphi \sqrt{1 + \frac{\gamma b}{C} + \frac{\gamma b}{2C}}}{\sin 2\varphi} - \gamma d - \frac{2C^2 \cos^3 \varphi}{\gamma b \sin \varphi} \times \left(\frac{r^4 - \operatorname{tg}^4 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}{4} - \frac{2 \operatorname{tg} \varphi \left(r^3 - \operatorname{tg}^3 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right)}{3} - \frac{r^2 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)}{2} \right). \quad (4.13)$$

Итак, при условии $H < H_{90}$ площадок скольжения не возникает, поэтому вертикальная нагрузка определяется полным весом столба вышележащих пород $p = \gamma H$. На глубинах $H_{90} < H < H_{p \rightarrow \max}$ вертикальная нагрузка по-прежнему возрастает с глубиной и определяется из уравнения (4.9). Если глубина заложения выработки $H > H_{p \rightarrow \max}$, нагрузка постоянна, максимальна и определяется уравнением (4.13). Очевидно, что вертикальная нагрузка не может быть отрицательной, а также убывать с глубиной. Кроме того, заметим, что минимальное значение нагрузки на глубинах, превышающих H_{90} , не может быть менее γH_{90} .

Физическим смыслом точки максимума является равенство интенсивностей касательных нагрузок от действия собственного веса столба пород и реакции связи от действия призмы смещения. Таким образом, до глубины $H_{p \rightarrow \max}$ интенсивность касательной реакции τ меньше величины γb , что и обуславливает вертикальную нагрузку на крепь, то есть ее рост. После этой точки $\tau = \gamma b$, и превысить это значение τ не может ввиду своей реактивности (пассивности).

Согласно зависимости (4.13), с увеличением сцепления массива растет максимальная вертикальная нагрузка на крепь, что нельзя считать абсурдом. Действительно, в данной расчетной схеме сцепление является удерживающей призму смещения силой. Чем больше его величина, тем меньше реактивный отпор на столб пород и, следовательно, больше нагрузка на крепь.

Интересно сравнить полученные результаты с известными аналогами [277, 314].

Вертикальная средняя нагрузка:

По Bierbaumer:

$$p = \frac{\gamma b}{2 \operatorname{tg} \varphi},$$

по П. М. Цимбаревичу:

$$p = \frac{\gamma \left(b + d \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right)}{\operatorname{tg} \varphi},$$

гипотеза свода М. М. Протодьяконова:

$$p = \frac{2\gamma b}{3f_1},$$

где f_1 – коэффициент крепости.

Модель опускающегося столба пород (Yanssen, 1895) и (Kötter, 1899):

$$p_{H \rightarrow \infty} = \frac{\gamma b - C}{\lambda \operatorname{tg} \varphi},$$

где $\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu}$ – коэффициент бокового распора; μ – коэффициент поперечной деформации.

Необходимо сделать ряд критических замечаний. Первые три формулы получены исходя из гипотезы свода равновесия. Как отмечает А. А. Борисов [315]: “... гипотеза свода в большей своей части базируется на предположениях и допущениях, порой совершенно не обоснованных”. Ее применение ограничивается массивами, практически не сопротивляющимися отрыву. С этой точки зрения модель опускающегося столба пород более обоснованна, однако в ней принято допущение о предельном кулоновском равновесии по боковым граням столба. При таком допущении и отсутствии крепи выработка будет разрушена при любых ее размерах, что в действительности не наблюдается. Кроме того, для обоснования нормальных напряжений по боковым граням столба пород привлекается модель распределения напряжений А. Н. Динника. То есть отсутствует единый методологический подход при обосновании расчетной схемы. С одной стороны модель жесткопластическая, а с другой – упругая.

4.4. Расчет элементов систем подземной разработки

Основным методом расчета параметров целиков (камер) является метод предельных нагрузок. Данный метод заключается в расчете нагрузок, действующих на целик, и определении его несущей способности.

В простейшем случае по назначению целики можно разделить на предохранительные и опорные. Предохранительные целики оставляют для охраны (невозможности подработки и разрушения) каких-либо объектов на земной поверхности (здания, сооружения, природные объекты и т. д.) или под землей (тело полезного ископаемого, камеры специального назначения и т. д.). Опорные целики оставляются для поддержания всячего бока залежи и препятствуют обрушению горного массива в выработанное пространство. Данные целики применяются, как правило, при камерных системах разработки. К опорным целикам также относятся так называемые потолочины камер (междуэтажные целики). Информацию по опыту применения опорных целиков и способам их расчета можно получить, ознакомившись со следующими работами [308, 309, 311, 315 – 323].

В общем случае среднее значение сжимающего напряжения в целике можно представить в виде произведения первоначального нормального напряжения (напряжение нетронутого массива) и коэффициента концентрации напряжений. Так, например, если падение залежи близко к горизонтальному, то начальное поле вертикальных напряжений можно оценить как γH , а коэффициент концентрации равен отношению суммарной площади целиков и камер к площади целиков. В случае вертикального падения залежи, очевидно, необходимо использовать горизонтальную компоненту первоначального поля напряжений. При более детальном исследовании необходимо учитывать тот факт, что зачастую не вся вышележащая толща формирует нагрузку на целики. Это учитывается введением коэффициента нагрузки (коэффициент снижения нагрузки) на целики. Несущая способность целика определяется с учетом прочности на сжатие, коэффициента структурного ослабления, коэффициента формы, коэффициента запаса прочности и коэффициента длительной прочности.

Формирование нагрузки на целики при пологом и крутом залегании происходит по-разному. Если в первом случае нагрузка обуславливается весом вышележащих пород и в пределе определяется его полным значением, то для крутого залегания нагрузка формируется в результате сползания пород в лежащем и висячем боку, подобно оползневым явлениям в карьерах, а также весом вышележащего массива. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать методики расчета нагрузок на крепь отдельно для пологопадающих и крутопадающих залежей.

Целики в выработанном пространстве оставляют через некоторый интервал, называемый предельным пролетом камеры. Превышение размеров данного пролета приведет к самообрушению кровли камеры. Для оценки устойчивости кровли камер различной конфигурации в плане используют принцип эквивалентного пролета. Данный принцип гласит: всякую камеру можно заменить эквивалентной выработкой бесконечной длины, кровля которой будет обладать той же устойчивостью, что и кровля камеры. Пролет такой выработки бесконечной длины называется эквивалентным и определяется выражением:

$$l_{\text{экв}} = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

где a, b – пролеты камеры в двух направлениях (например, по простиранию и падению).

При расчете нагрузок на целики в случае пологого залегания выделяют два режима работы целиков (два подхода): режим заданной нагрузки от веса вышележащей толщи (целики работают в независимом режиме) и режим заданных вертикальных смещений (целики работают в совместном с кровлей режиме). Данные режимы и определяют генеральное допущение методики обоснования нагрузок на целики.

Считается, что режим заданной нагрузки реализуется на обширных залежах при больших пролетах подработки и небольшой глубине. Традиционно считается, что данное условие формализуется соотношением (условие полной подработки) [319]:

$$\frac{L}{H} \geq 1,$$

где L – пролет выработанного пространства; H – глубина разработки.

Принцип определения нагрузок на целики, исходя из полного веса вышележащих пород, предложен Турнером в 1884 г. В 1941 г. советский ученый-горняк, академик Л. Д. Шевяков его усовершенствовал. Сейчас данный принцип расчета целиков называется принципом Турнера-Шевякова.

Шевяков Л. Д. предложил следующее условие прочности [319]:

$$SH\gamma_M + S_{\text{ц}}h\gamma_{\text{ц}} \leq S_{\text{ц}}\sigma_{\text{сж}}, \quad (4.14)$$

где S – площадь выработанного пространства, приходящаяся на один целик; H – глубина от кровли камеры до поверхности; γ_M – средний объемный вес пород вышележащего массива; $S_{\text{ц}}$ – площадь горизонтального сечения опорного целика; h – высота целика; $\gamma_{\text{ц}}$ – объемный вес пород целика; $\sigma_{\text{сж}}$ – прочность пород целика на одноосное сжатие с учетом структурного ослабления, коэффициента длительной прочности и коэффициента запаса прочности.

Если исходить из предположения однородности и изотропности пород целика, а также того, что не весь столб пород передает нагрузку на целики, то расчетные формулы для определения размеров целиков будут иметь вид:

– столбчатые целики [318]:

$$S_{\text{ц}} = \frac{S}{\left(\sigma_{\text{сж}}^{\text{ц}} / \sigma - 1\right)},$$

где $\sigma = K_{\text{к}}K_{\text{н}}\sigma_{\text{ос}}$ – величина средних напряжений, действующих в целике; $K_{\text{к}}$ – коэффициент концентрации напряжений (для горизонтального залегания

$K_{\text{к}} = \frac{S + S_{\text{ц}}}{S_{\text{ц}}}$); $K_{\text{н}} = \frac{\sum N}{(\gamma HS_{\text{пан}})} \leq 1$ – средний коэффициент нагрузки (понижения нагрузки) для всех целиков в выемочной единице (панели, блоке); $\sum N$ – суммарная нагрузка на все целики в панели; $S_{\text{пан}}$ – площадь панели; $\sigma_{\text{ос}}$ – величина

первоначальных нормальных осевых напряжений; $\sigma_{сж}^н = K_{\phi} \sigma_{сж}$; K_{ϕ} – коэффициент формы целика.

– ленточные целики [318]:

$$b = \frac{a}{\left(\sigma_{сж}^н / \sigma - 1\right)},$$

где a, b – соответственно ширина камеры и ленточного целика.

Средний коэффициент нагрузки K_n исследователями института ВНИМИ, на основе обобщения результатов наблюдений за деформациями целиков, рекомендуется определять в зависимости от отношения ширины панели L (плоская задача) к глубине заложения камер H из табл. 4.1 [318].

Таблица 4.1

Ориентировочные экспериментальные значения коэффициента нагрузки (ВНИМИ)

L / H	K_n
0,8 – 1,0	1,0
0,5 – (0,8 – 1,0)	0,7
< 0,5	(0,4 – 0,7)

Во многих случаях вертикальная нагрузка на целики обусловлена массой лишь части налегающей толщи. В 1960 г. Гулевич Г. Е. предложил, а Борщ-Компониц В. И. теоретически обосновал и экспериментально подтвердил новый подход к управлению горным давлением при камерно-столбовой системе разработки [317]. Сущность метода состоит в том, что массивные опорные целики, располагаемые по определенной сетке, воспринимают на себя основную нагрузку и разгружают междукамерные целики. Данная разгрузка появляется вследствие того, что массивные целики являются более жесткими (об этом речь пойдет ниже) и, кроме того, имеют более выгодную форму. Помимо этого появляется возможность отнести массивные целики к местам с наиболее бедным содержанием полезного компонента в руде. Таким образом, при проведении геометризации свойств горного массива появляется возможность эффективного проектирования отработки запасов.

Считается, что на залежах с ограниченными пролетами L на большой глубине H (при $L/H < 1$) нагружение междукамерных целиков происходит в режиме заданных вертикальных смещений. В этом случае можно говорить об упругом и совместном деформировании кровли и целиков.

Рассматривая основную кровлю (основная кровля – первый мощный и прочный слой (порода-мост), который залегает над непосредственной кровлей и имеет шаг самопроизвольного обрушения в несколько раз больше шага обрушения непосредственной кровли (8 – 10 м)) [315] в качестве балки (плиты), подпертой деформируемыми опорами (междукамерные целики) и нагруженной распределенной нагрузкой (весом пород выше основной кровли), методом сил (метод строительной механики, используемый для решения статически неопределимых задач), вычисляется нагрузка на каждый целик из условия совместных деформаций кровли и целиков. Данное решение впервые было предложено профессором Руппенейтом К. В. в 1961 году [319].

В силу того, что задача имеет упругую постановку, нагрузка на целики будет зависеть от упругих характеристик целиков. Поясним это на простом примере [319].

Используя закон Гука для одноосного напряженного состояния, вычислим нагрузку на целик:

$$N = \frac{\Delta ES_{ц}}{h}, \quad (4.15)$$

где Δ – абсолютное укорочение размеров целика в процессе деформирования (сближение или конвергенция кровли и почвы); E – модуль упругости пород целика.

Величину $\frac{ES_{ц}}{h}$ называют жесткостью целика. Тогда, согласно зависимости (4.15), нагрузка на целик пропорциональна его жесткости и величине сжатия. Это означает, что целики, отстоящие дальше от кромки массива, массивных или панельных целиков, несут большую нагрузку, причем, чем жестче целик, тем он несет большую нагрузку.

Необходимо отметить, что расчет по схеме К. В. Руппенейта является достаточно громоздким, однако на сегодняшний день существуют компьютерные программы для его реализации. Помимо этого расчет по методике К. В. Руппенейта возможен только при правильной геометрической форме выработанного пространства (прямоугольник – плита), при сложной форме залежи приходится вводить дополнительные допущения.

Так в работе [324] нагрузку на целик для сложных форм залежей рекомендуется определять по приближенной формуле:

$$N_i = \frac{G_i \sqrt[4]{1 - (x_i/x_0)^2} \sqrt[4]{1 - (y_i/y_0)^2}}{\sum \left(G_i \sqrt[4]{1 - (x_i/x_0)^2} \sqrt[4]{1 - (y_i/y_0)^2} \right)} \cdot \sum N, \quad (4.16)$$

где N_i – нагрузка на i -й междукамерный целик, имеющий жесткость G_i и координаты x_i, y_i ; x_0, y_0 – полупролеты выработанного пространства по длине и ширине.

Суммарную нагрузку на все целики в панели определяют через средний коэффициент нагрузки, который, в свою очередь, рекомендуют определять через комплексный показатель по формуле [324]:

$$K_H = 0,44 \ln \left[l_{\text{экв}} G / (0,75d/h + 1) \right] - 2,17,$$

где G – среднее отношение площади поперечного сечения целика к высоте; d/h – среднее отношение диаметра целика к высоте.

Аналогично величине среднего коэффициента нагрузки вводится понятие коэффициента нагрузки на целик:

$$K_H^{\text{ц}} = \frac{N}{(\gamma H S_{\text{ц}})},$$

однако в отличие от среднего коэффициента нагрузки на панель, коэффициент нагрузки на целик может быть как больше, так и меньше единицы.

Анализируя вышесказанное, отметим, что граница применимости принципа Турнера-Шевякова, или выполнения, так называемого условия полной подработки ($L/H = 1$), весьма условна и нуждается в уточнении. Кроме того, не

обоснованы физические предпосылки явления снижения средней нагрузки на панель.

Будем рассматривать в качестве выемочной единицы панель, а в качестве ее основного параметра – ширину L . Поставим задачу по определению средней нагрузки на панель. Над панелью залегают породы, высота столба которых H . Если мысленно отбросить породы по боковым граням этого столба, то междукамерные целики будут воспринимать полный вес вышележащих пород, то есть средний коэффициент нагрузки будет равен единице ($K_n = 1$). Таким образом, явление снижения средней нагрузки относительно полного веса вышележащих пород может быть объяснено только воздействием удерживающих сил по боковым граням столба пород. Другими словами, формирующиеся в бортах столба призмы смещения создают дополнительные удерживающие усилия, которые и снижают нагрузку от полного веса столба пород на междукамерные целики. Таким образом, средняя нагрузка на панель формируется идентично нагрузке на горизонтальную горную выработку. Используя формулы (4.9), (4.12), (4.13), построим графики зависимости (рис. 4.10) среднего коэффициента нагрузки от параметров: $\gamma b/C$, $C/\gamma H$, φ (пустотелые точки – $\varphi = 35^\circ$; залитые – $\varphi = 30^\circ$), при этом пренебрегаем высотой выработки.

Как видно из графиков, угол внутреннего трения очень слабо влияет на средний коэффициент нагрузки (конечно, здесь рассматриваются скальные породы с достаточно высоким углом внутреннего трения). Асимптотическая сходимость коэффициента нагрузки к единице лишь при достаточно больших пролетах выработки (панели) была очевидна из постановки задачи (см. выше). Безусловно, сложнейшей проблемой является определение величины сцепления массива вдоль поверхности скольжения. Если для бортов карьеров величина $C/\gamma H$, как правило, не превышает 0,02, то о таковой же величине для зажатого массива с нераскрытыми трещинами судить весьма и весьма сложно. И, действительно, при понижении горных работ в карьере происходит разгрузка естественных полей напряжений и, соответственно, разуплотнение прибортового массива с закономерным снижением его сцепления. В рассматриваемом же на-

ми случае призма смещения зажата и, соответственно, величина сцепления достаточно велика, вплоть до значений прочности ненарушенного трещинами массива (сцепление образца).

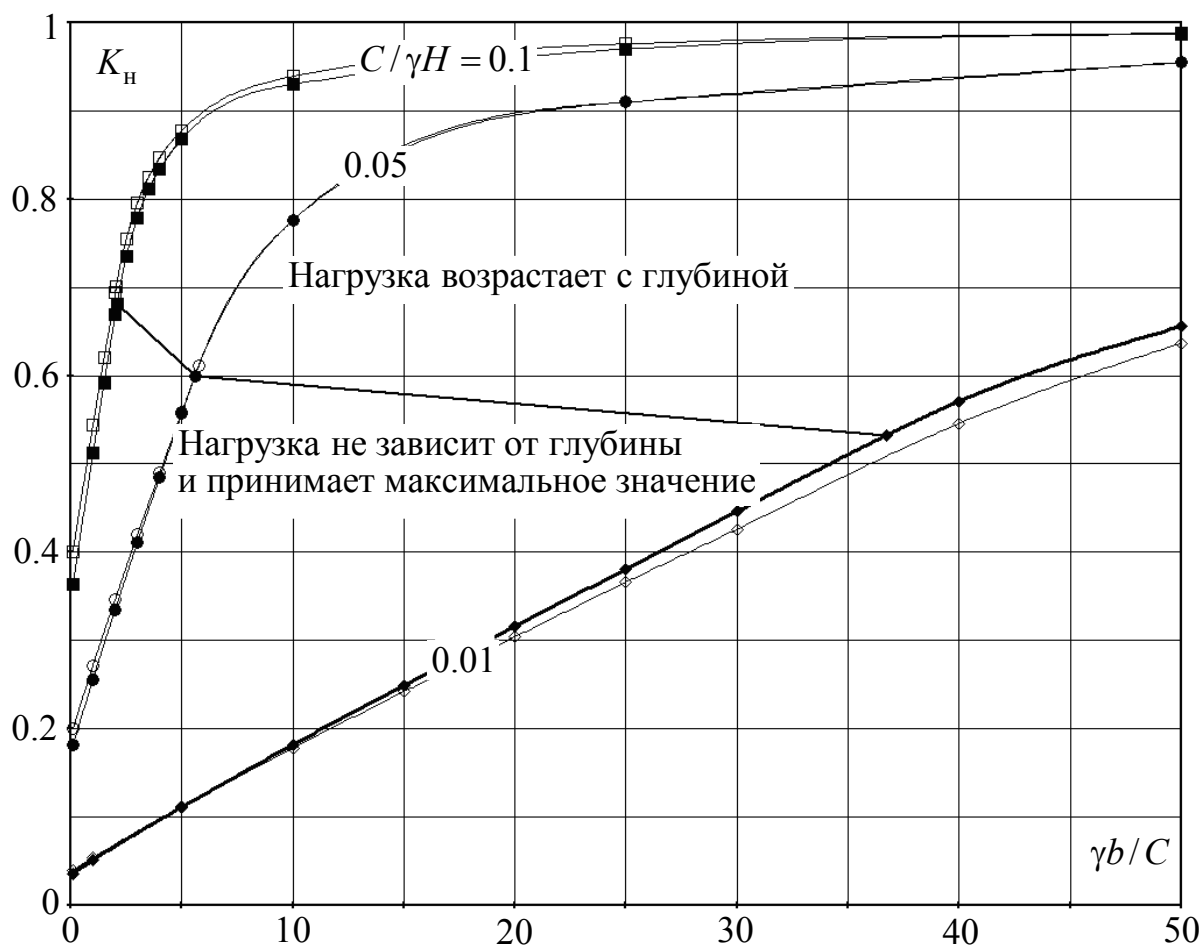


Рис. 4.10. Зависимость коэффициента нагрузки от физико-механических характеристик пород, глубины и размеров выработки

Используя графики (см. рис. 4.10), построим зависимости среднего коэффициента нагрузки от отношения $2b/H = L/H$ (рис. 4.11). На рисунке квадратики – $C/\gamma H = 0,1$, кружки – $C/\gamma H = 0,05$, ромбики – $C/\gamma H = 0,01$.

Интересно сравнить значения среднего коэффициента нагрузки, получаемые согласно графику (см. рис. 4.11), со значениями (см. табл. 4.1). Отметим, что имеется достаточно хорошая сходимость теоретических значений коэффициента нагрузки с экспериментальными, и это с учетом того, что в натуральных шахтных условиях измерялась косвенная величина – деформация целиков, с последующим пересчетом на коэффициент нагрузки через сложно определяемый показатель для массива – модуль упругости.

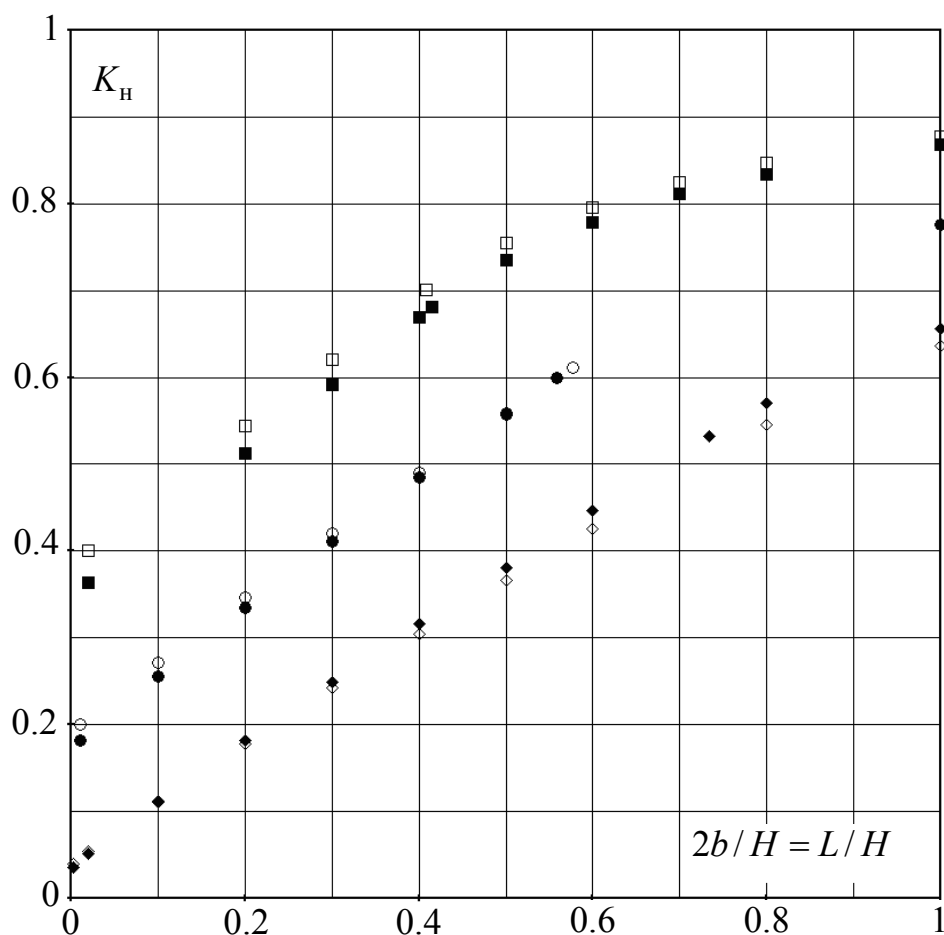


Рис. 4.11. Зависимость коэффициента нагрузки от отношения ширины панели к глубине разработки

Как отмечалось выше, в случае наклонных и крутопадающих залежей нагрузка на целики формируется в результате совместного воздействия вышележащего (над панелью) массива пород и сползающих пород висячего и, возможно, лежащего боков залежи.

Иливицкий А. А., используя идею Борисенко С. Г., предложил схему определения предельных размеров междукамерных целиков и потолочин для крутопадающих рудных залежей (рис. 4.12) [317].

А. А. Иливицкий рассматривал два случая.

1. Угол падения рудного тела близок к 90° .
2. Угол падения отличается от 90° (однако, надо полагать, согласно расчетной схеме, угол падения превышает угол внутреннего трения).

В первом случае междукамерные целики находятся в состоянии двухосного сжатия, однако расчет рекомендуется вести только по вертикальной нагрузке согласно зависимости (для однородных пород):

$$\left(1 + \frac{l}{x}\right) \gamma H + \gamma h = \frac{\sigma}{n},$$

где n – коэффициент запаса; σ – допускаемое напряжение.

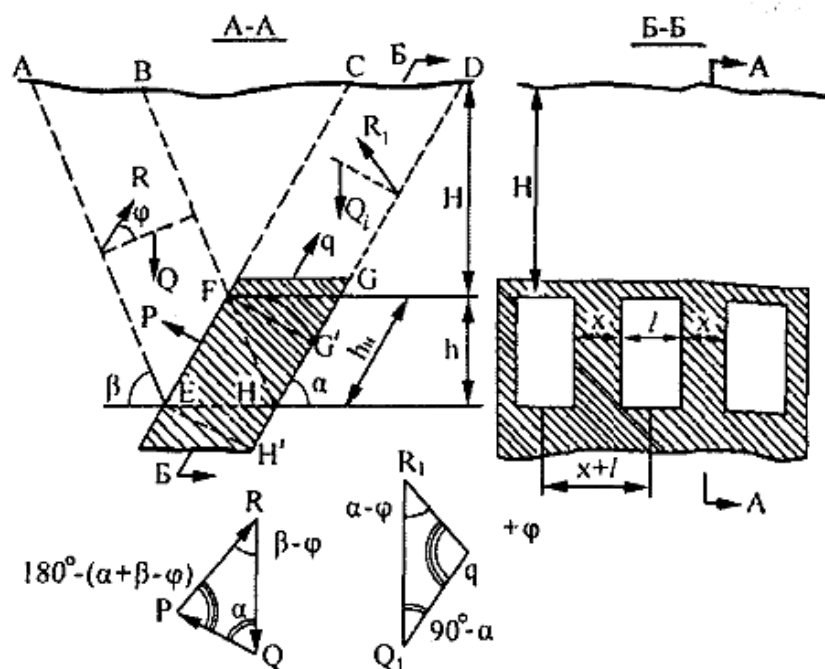


Рис. 4.12. Схема к расчету междукамерных целиков и потолочин по С. Г. Борисенко и А. А. Иливицкому [311]

При залегании рудного тела, резко отличающегося от вертикали, расчет предлагается вести на вертикальное и горизонтальное давление по формулам:

$$P = \frac{\gamma h \left(H + \frac{1}{2} h \right) (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \sin(\beta - \varphi)}{\sin(\alpha + \beta - \varphi)};$$

$$q = \frac{\gamma H m \sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha \cos \varphi},$$

где m – мощность рудного тела; β – угол сдвижения.

Величины действующих в целике напряжений выражаются соответствующими зависимостями:

$$\frac{P \sin \alpha}{h} \left(1 + \frac{l}{x} \right) = \frac{\sigma}{n};$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} \left[\frac{q}{m} \left(1 + \frac{l}{x} \right) + \gamma h \right] = \frac{\sigma}{n}.$$

Вместе с очевидными преимуществами метода имеется и ряд существенных недостатков. Наиболее значимые из них:

1. Считается, что целики находятся под давлением разрушенных пород и потерянной руды, заполнивших выработанное пространство, а также давлением, вызванным сдвижением вмещающих пород.

2. Напряжения по площади целика распределены равномерно.

3. Поверхность сдвижения (скольжения) призмы $ABFE$ принимается плоской.

4. Поверхность скольжения призмы $ABFE$ принимается наклоненной к горизонту под углом сдвижения, хотя правильнее было бы принять этот угол равным углу разрыва.

5. Необоснованна реакция между рассматриваемыми призмами смещения.

Рассмотрим наклонную залежь и в ее пределах одну из панелей (рис. 4.13). Пространство в пределах панели поддерживается междукамерными целиками. Как и в случае горизонтального залегания залежи (горизонтальной горной выработки), в бортах столба пород, расположенных над выработкой формируются призмы смещения (см. рис. 4.13). Однако, в отличие от горизонтального залегания, призмы смещения слева и справа имеют различные размеры, а, соответственно, с различными силами воздействуют на породный столб.

Определим среднюю нагрузку, действующую на всю панель. Под нагрузкой будем понимать нормальную и касательную (по отношению к пласту, рудному телу и т. д.) составляющие суммарного вектора.

Вертикальная и горизонтальная составляющие силовой нагрузки соответственно будут иметь вид (см. рис. 4.13):

$$\begin{aligned} P_{\text{верт}} &= 2b\gamma H - T_{\text{л}} - T_{\text{п}}; \\ P_{\text{гор}} &= E_{\text{л}} - E_{\text{п}}. \end{aligned} \tag{4.17}$$

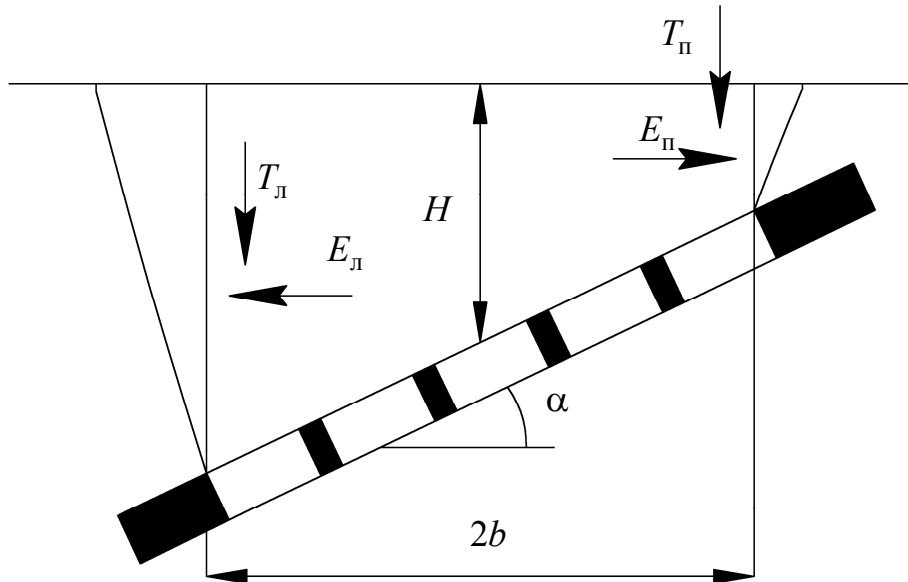


Рис. 4.13. Схема к расчету средней нагрузки на междукammerные целики для наклонных залежей

Таким образом, нормальная и касательная нагрузки определяются соответственно зависимостями:

$$\begin{aligned} \sum N' &= P_{\text{верт}} \cos \alpha + P_{\text{гор}} \sin \alpha; \\ \sum S' &= P_{\text{верт}} \sin \alpha - P_{\text{гор}} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Отметим, что из второго выражения (4.18) следует, что касательная составляющая нагрузки на междукammerные целики может быть направлена в различные стороны, например, при высоком уровне горизонтальных тектонических (измеренных) напряжений и относительно небольшом угле падения.

Предположим, что имеем условие полной подработки, а начальное горизонтальное напряжение в окрестности выработки равно $\lambda\gamma H$. Тогда условие смены знака касательных напряжений будет иметь вид:

$$2b\gamma H \sin \alpha - \frac{\lambda\gamma}{2} \left((H + b \operatorname{tg} \alpha)^2 - (H - b \operatorname{tg} \alpha)^2 \right) \cos \alpha = 0.$$

Решая данное уравнение, получим $\lambda = 1$. Таким образом, при $\lambda < 1$ для целика будет характерен сбросовый характер разрушения, а при $\lambda > 1$ – взбросовый. К идентичным выводам приходит Макаров А. Б. в монографии [319] (рис. 4.14).

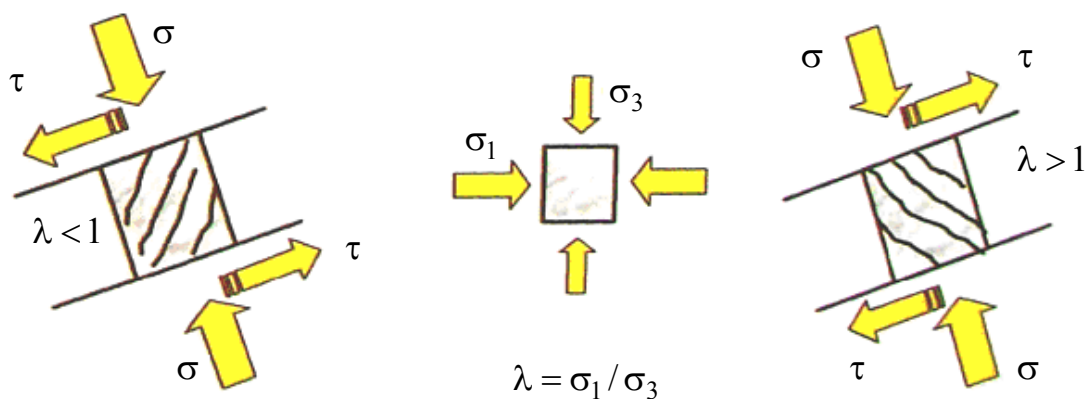


Рис. 4.14. Механизм разрушения целиков в зависимости от вида напряженного состояния [319]

Важно отметить, что полученное условие не зависит от угла падения залежи. Заметим также, что взбросовый характер разрушения целиков должен являться индикатором повышенных тектонических напряжений в массиве.

Взбросовый характер разрушения приводит к тому, что целики, оформленные вертикально за счет структурных особенностей массива и сложного напряженного состояния, приобретают форму с боковыми поверхностями, наклоненными примерно по нормали к пласту. При этом целики теряют 30 – 40 % несущего сечения и переходят в категорию частично разрушенных (рис. 4.15) [319]. В этой связи очень важно правильно оформить целик. Оптимальный угол наклона оси целика к пласту (со стороны падения) рекомендуется определять по формуле [318]:

$$\beta = 90^\circ + \alpha - \text{arctg}(\lambda \text{tg} \alpha).$$

Вернемся к расчету нагрузок на целики в случае наклонного залегания залежи. Согласно выражениям (4.17), (4.18) и (4.3), нормальная нагрузка на целики, без учета мощности залежи, определяется по формуле:

$$\sum N' = 2b\gamma H \cos \alpha - (T_{\text{л}} + T_{\text{п}}) \cos \alpha + (T_{\text{л}} - T_{\text{п}}) \text{ctg} \varphi \sin \alpha. \quad (4.19)$$

Необходимо обратить внимание на то, что хоть в уравнении (4.19) величины касательных реакций можно вынести за скобки, делать этого не следует. Дело в том, что разность первых двух членов в правой части уравнения не

должна убывать с глубиной. То есть до определенной глубины она возрастает, а потом принимает постоянное значение, не зависящее от глубины.

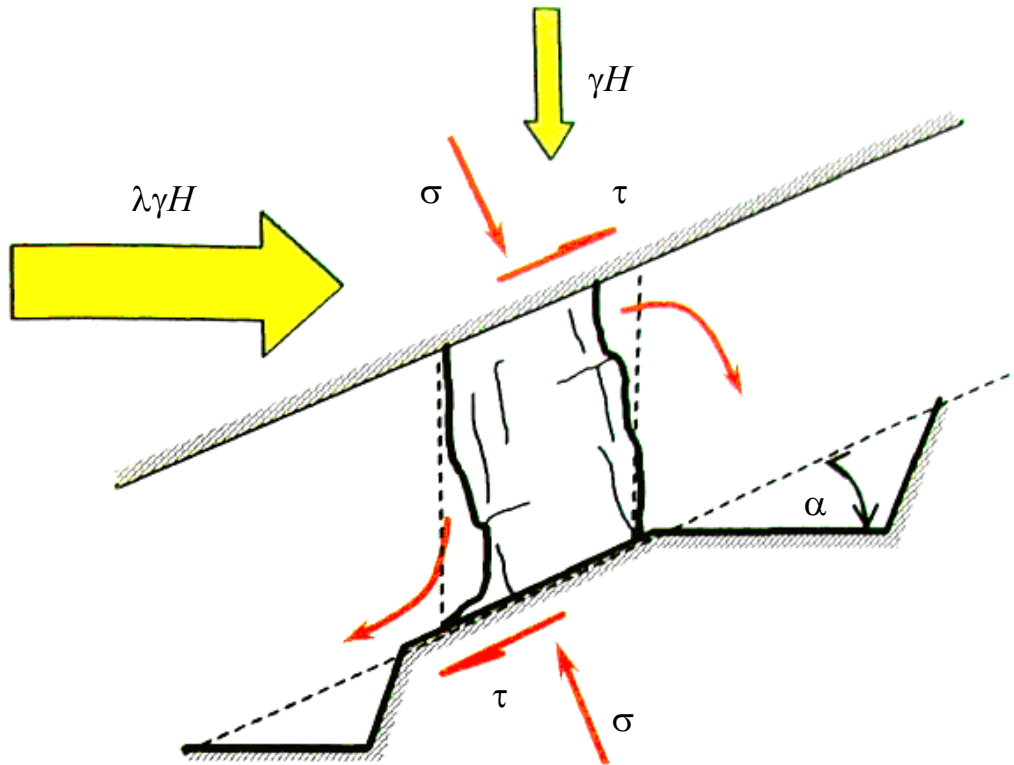


Рис. 4.15. Характер разрушения целиков при наклонном залегании залежи и взбросовом характере напряженного состояния [319]

Используя уравнения (4.8), (4.19), запишем зависимость для определения средней нормальной нагрузки на целики в панели при наклонном залегании залежи:

$$\begin{aligned} \sum N' = & \gamma H 2b \cos \alpha - \frac{2C^2 \cos \alpha}{\gamma f (1+f^2)} \times \\ & \times \left(\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^{\sqrt{1+\frac{f\gamma(H+b\operatorname{tg}\alpha)}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp + \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^{\sqrt{1+\frac{f\gamma(H-b\operatorname{tg}\alpha)}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp \right) + \\ & + \frac{2C^2 \sin \alpha}{\gamma f^2 (1+f^2)} \left(\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^{\sqrt{1+\frac{f\gamma(H+b\operatorname{tg}\alpha)}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp - \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^{\sqrt{1+\frac{f\gamma(H-b\operatorname{tg}\alpha)}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp \right). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Разделив в выражении (4.20) обе части на первое слагаемое в правой части, перейдем к коэффициенту нагрузки для наклонных залежей в случае, когда нагрузка еще зависит от глубины:

$$K'_H = 1 - \frac{C}{\gamma H} \frac{C}{\gamma b} \frac{1}{f(1+f^2)} \left(\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^C \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+b\operatorname{tg}\alpha)}{C}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp + \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^C \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H-b\operatorname{tg}\alpha)}{C}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp \right) +$$

$$+ \frac{C}{\gamma H} \frac{C}{\gamma b} \frac{\operatorname{tg}\alpha}{f^2(1+f^2)} \left(\int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^C \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+b\operatorname{tg}\alpha)}{C}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp - \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^C \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H-b\operatorname{tg}\alpha)}{C}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp \right). \quad (4.21)$$

Заметим, что в отличие от своего аналога, коэффициента нагрузки для горизонтальных залежей K_H , коэффициент нагрузки для наклонных залежей K'_H может принимать значения, большие единицы. Это обусловлено горизонтальными силами со стороны призм смещения. Кроме того, помимо рассматриваемых нормальных нагрузок на целики будут действовать еще и касательные, которые также негативно влияют на их устойчивость. Из зависимости (4.21) также следует инвариантность коэффициента нагрузки относительно величин $\frac{C}{\gamma H}$ и $\frac{\gamma b}{C}$.

Влияние угла падения залежи (относительно горизонтального залегания) может быть оценено при помощи коэффициента влияния угла падения залежи:

$$K_\alpha = \frac{K'_H}{K_H}.$$

Взяв производную по H от первых двух слагаемых (4.20) и приравняв ее нулю, определим глубину, начиная с которой вертикальная нагрузка максимальна и прекращает зависеть от глубины:

$$\frac{\gamma H}{C} - \frac{\gamma b}{C} \frac{(1+f^2)}{f} = \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H+b\operatorname{tg}\alpha)}{C}} + \sqrt{1 + \frac{f\gamma(H-b\operatorname{tg}\alpha)}{C}}. \quad (4.22)$$

Положив в уравнении (4.22) $\alpha=0$, получим уравнение, определяющее предельную глубину для горизонтального залегания залежи (4.11). Необходимо отметить, что глубина, полученная по формуле (4.22), отличается от глубины, полученной по формуле (4.11), незначительно. То есть влияние угла падения залежи на предельную глубину достаточно ничтожно.

На рис. 4.16 в качестве примера представлены графики, определяющие зависимость коэффициента влияния K_α от угла падения залежи, степени подработки и физико-механических свойств горных пород.

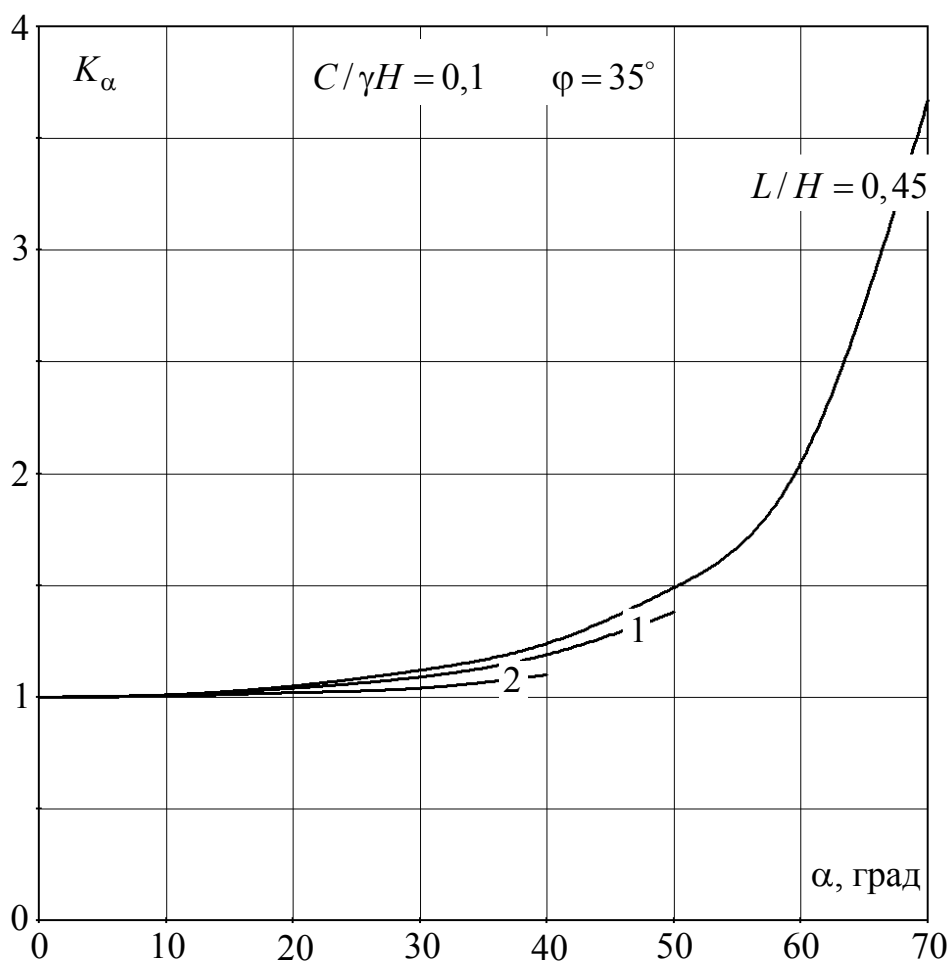


Рис. 4.16. Графики зависимости коэффициента влияния угла падения залежи от угла ее падения, степени подработанности массива и его физико-механических характеристик

Анализ графиков показывает:

1. С увеличением степени подработки коэффициент влияния угла падения уменьшается.

2. Коэффициент влияния возрастает при снижении величины $\frac{C}{\gamma H}$ или сцепления массива, особенно это проявляется для крутых углов. Данный факт объясняется снижением удерживающих сил вдоль поверхностей скольжения.

3. С ростом угла падения залежи увеличивается коэффициент влияния угла падения, причем наиболее интенсивный рост коэффициента начинается при $\alpha > 60^\circ$. Это объясняется тем, что при этих значениях углов падения залежи в формировании общей нагрузки на целики все большее участие принимают именно горизонтальные реакции (а не вертикальные от веса столба), формирующиеся под действием призм смещения.

Перейдем к рассмотрению вопроса о формировании нагрузок на междукамерные целики для крутопадающих залежей. Под крутопадающими будем понимать такие залежи, угол падения которых превышает так называемый предельный угол падения, то есть такой угол, при котором начинается сдвижение пород лежащего бока залежи (рис. 4.17).

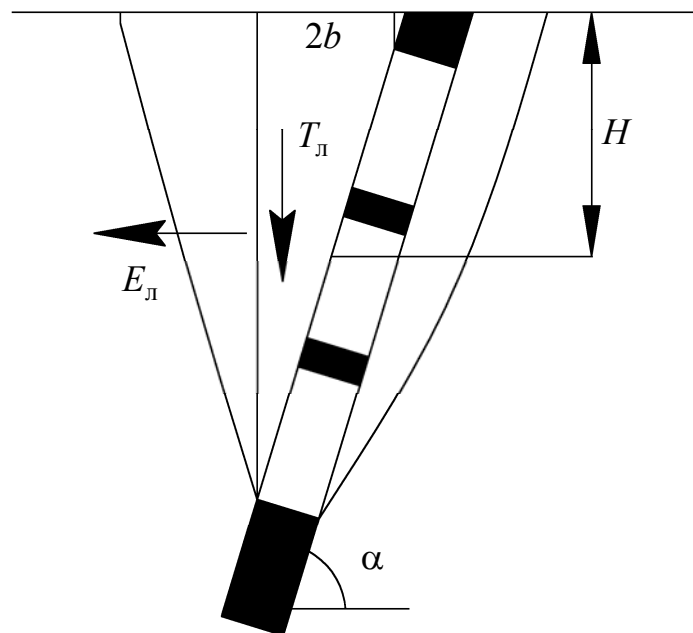


Рис. 4.17. Схема к расчету средней нагрузки на междукамерные целики для крутопадающих залежей

Из рис. 4.17 видно, что в принципе расчетная схема для крутопадающей залежи ничем не отличается от схемы с наклонным залеганием (см. рис. 4.13).

Пожалуй, единственным отличием является практически полное отсутствие призмы смещения в борте породного столба со стороны восстания (если рассчитывается первая со стороны восстания панель). В этой связи действием реакций E_{Π}, T_{Π} в практических расчетах можно пренебречь. Поэтому выражения (4.17) примут вид:

$$P_{\text{верт}} = 2b\gamma H - T_{\text{л}};$$

$$P_{\text{гор}} = E_{\text{л}}.$$

Во всем остальном расчет ничем не отличается от расчета нагрузок на целики наклонных залежей. В частном случае, когда залегание залежи вертикальное, нагрузка на целики определяется по формуле $\sum N' = P_{\text{гор}} = E_{\text{л}}$.

Таким образом, угол падения залежи является весьма существенным фактором при формировании нагрузок на целики. Как следует из проведенных исследований, нагрузка на целики наклонных пластов может в разы превышать нагрузку на целики горизонтальных залежей.

4.5. Механизм формирования вертикального горного давления в поле действия тектонических напряжений

Очень часто при разработке месторождений помимо гравитационных полей напряжений в массиве действуют тектонические поля, причем зачастую они значительно (в разы) превышают гравитационные. Установление значений тектонических напряжений и ориентировки главных осей напряжений является сложной фундаментальной научной и прикладной задачей.

При проведении выработок происходит разгрузка естественных полей напряжений. При открытой разработке месторождений разгрузка напряжений ведет к деформированию прибортовых массивов. Форма карьеров меняется в плане (эллипсообразность), изменяется профиль бортов карьеров, происходит разуплотнение массива и, как следствие, снижение величины сцепления трещиноватых горных массивов. Однако вследствие больших масштабов данные явления визуально не заметны и приводят к локальным разрушениям (отслоениям). Кроме того, снижается устойчивость борта карьера в целом.

При подземной разработке, в силу относительно небольших размеров выработок, проявление тектонических напряжений иное. При неблагоприятной ориентировке выработок разгрузка напряжений может приводить к разрушению выработок или к аккумуляции потенциальной энергии деформации с последующим преобразованием в горный удар. В монографии [319] описывается следующий пример. При проведении кольцевого откаточного штрека руднора клетового ствола (рудник Расвумчорр ОАО «Апатит» (Хибинский массив)) на глубине 600 м наблюдались разрушения кровли с образованием характерного шатрового свода в интервале AB (рис. 4.18). При использовании обычных графических построений, существует возможность определения направления действия максимальных напряжений и критических углов ориентировки выработок (см. рис. 4.18). В идеальном случае оси выработок необходимо ориентировать по направлению действия максимальных напряжений, особенно на удароопасных месторождениях.

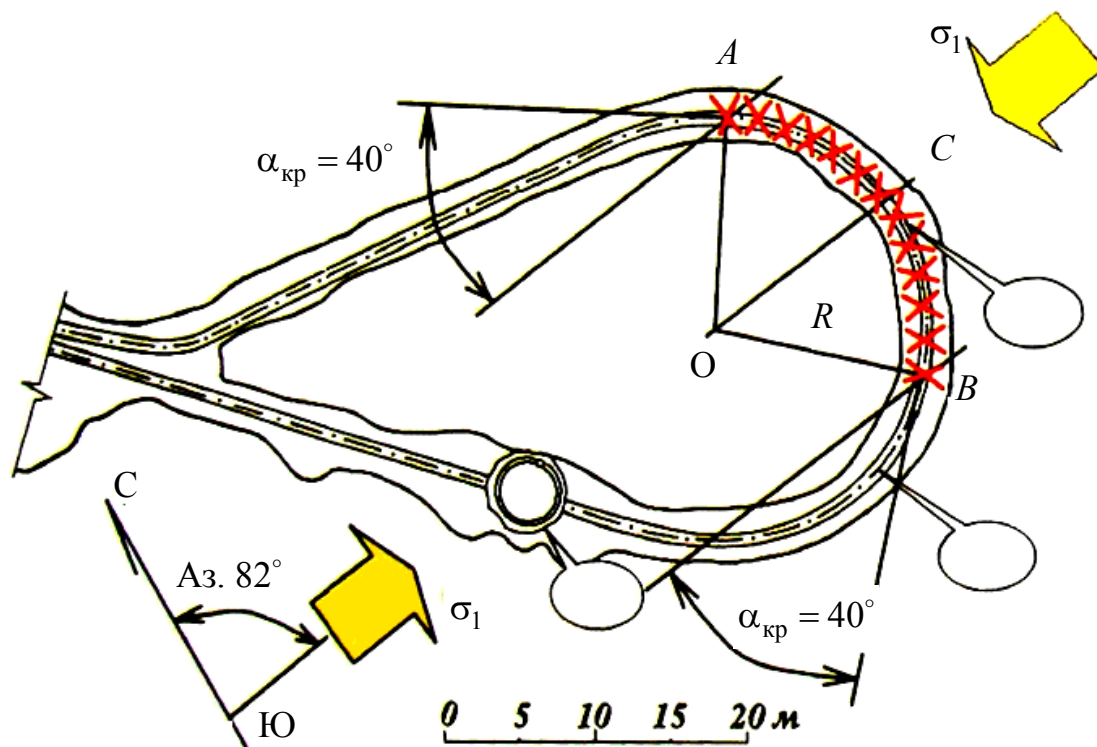


Рис. 4.18. Определение направления действия в массиве максимальных главных напряжений [319]

Тектонические (активные) напряжения часто представляют в виде:

$$\sigma_T = \lambda \gamma H,$$

где λ – коэффициент пропорциональности, численно равный отношению горизонтальной составляющей поля тектонических напряжений к вертикальной. Численное значение коэффициента λ некоторые авторы для тектонических регионов оценивают величиной 1 – 10 (если тектоники нет, то будем считать $\lambda = 0$).

Для определения значения равнодействующей тектонической силы необходимо проинтегрировать тектоническое напряжение по глубине:

$$E_T = \int \lambda \gamma H dH = \lambda \gamma H^2 / 2.$$

Рассмотрим, каким образом формируется нагрузка на целики (выработки) в поле действия гравитационно-тектонических напряжений. Используя выражение (4.8) для горизонтальной выработки (панели) и пренебрегая ее высотой (мощностью тела), касательная реакция между призмой и породным столбом определяется по формуле:

$$T_0 = \frac{2C^2}{\gamma f^3} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma H}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp - \frac{\lambda \gamma H^2}{2f}.$$

Таким образом, условие равновесия призмы смещения и столба горных пород над выработкой в условиях действия тектонической составляющей поля напряжений будет иметь вид:

$$p = \gamma H - \frac{2C^2}{\gamma f^3 b} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma H}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp + \frac{\lambda \gamma H^2}{2fb}. \quad (4.23)$$

Как и раньше, нагрузка не может превышать величины γH и не может убывать с глубиной. Используя выражение (4.23), получим зависимость, определяющую средний коэффициент нагрузки:

$$K_H = \frac{p}{\gamma H} = 1 - \frac{C}{\gamma H} \frac{C}{\gamma b} \frac{2}{f^3} \int_{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma H}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp + \frac{\lambda}{2f} \frac{\gamma H}{C} \frac{C}{\gamma b}. \quad (4.24)$$

Положим в уравнении (4.24) $K_H = 1$, $\varphi = 35^\circ$ и исследуем влияние коэффициента λ на величину горного давления (рис. 4.19). Анализируя графики, делаем вывод о том, что если в массиве действуют горизонтальные тектонические напряжения, превышающие вертикальные ($\lambda \geq 1$), то для любых физико-механических характеристик горного массива и отношения L/H расчет средней вертикальной нагрузки на горную выработку (целики в панели) необходимо производить исходя из полного веса столба вышележащих пород, то есть $K_H = 1$. Другими словами, если распределение горизонтальных напряжений превышает уровень гидростатического поля, то необходимо принять $K_H = 1$, при любых размерах выработанного пространства.

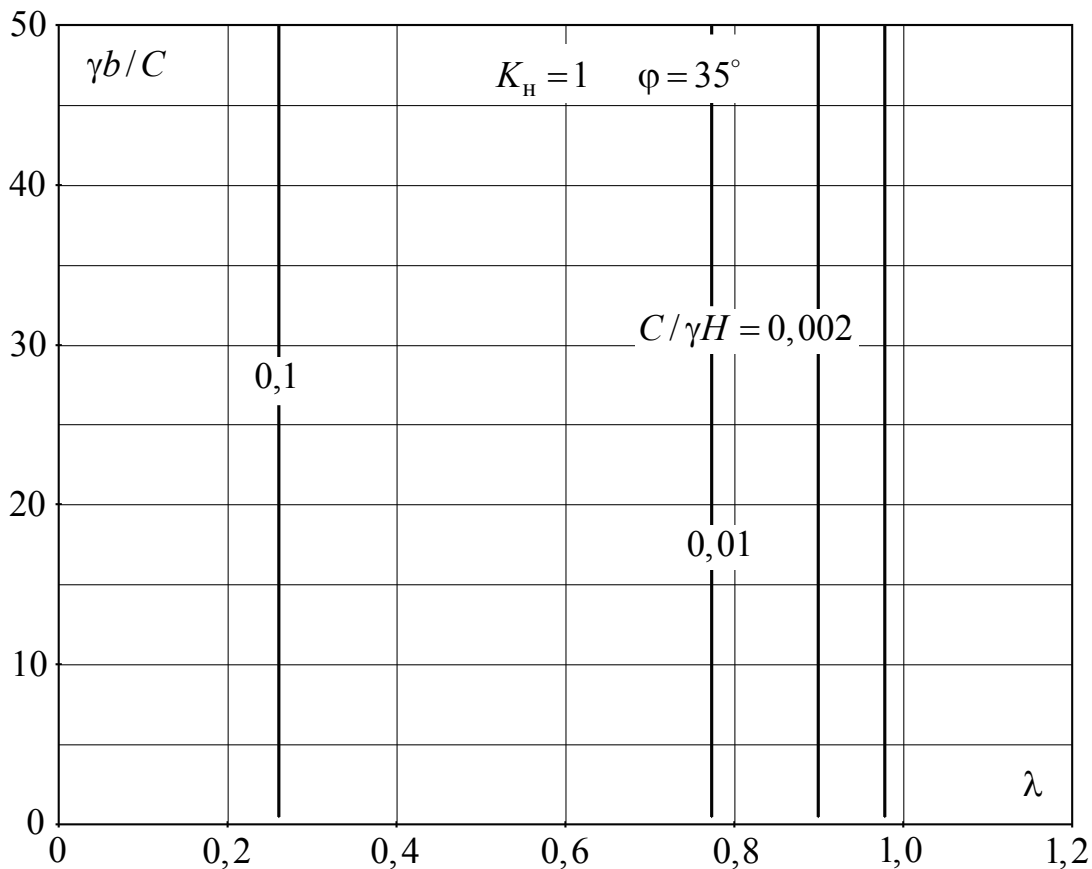


Рис. 4.19. Графики влияния тектонического напряжения на величину вертикального горного давления

Таким образом, механизм формирования вертикального горного давления в поле действия горизонтальных тектонических (активных) напряжений заключается в том, что они создают дополнительное горизонтальное (нормальное) усилие, удерживающее призмы смещения в бортах столба пород, расположенных над выработанным пространством. При этом снижается касательная составляющая реакции между призмой и породным столбом, которая удерживает столб пород, тем самым увеличивая нагрузку на целики, крепь и т. д. При некоторой величине активных тектонических напряжений, создаваемого ими усилия становится достаточно для удержания призмы смещения в равновесии без участия касательной составляющей реакции (между призмой и породным столбом), которая, в свою очередь, снижала вертикальную нагрузку.

Говоря о нагрузке, необходимо оговориться. Отыскиваемая нами нагрузка равна той силе, которую необходимо приложить к породному столбу, чтобы он находился в равновесии после подработки. Если этой силы не будет (выработка без крепи, отсутствие целиков и т. д.), то это еще не значит, что столб пород обрушится. В процессе деформирования (смещения столба вниз) по боковым граням породного столба произойдет перераспределение касательной реакции вплоть до ее максимального значения, равного пределу кулоновской прочности на срез.

В том случае, когда нагрузка на целики определяется полем тектонических напряжений, то есть вертикальная компонента равна γH , а горизонтальная $\lambda \gamma H$, то для наклонных залежей влияние угла падения на величину нормальной нагрузки на целики в панели (коэффициента нагрузки) можно выразить через коэффициент. Коэффициент влияния угла падения залежи определяется по формуле [319]:

$$K_{\alpha} = 0,5(1 + \lambda + (1 - \lambda) \cos 2\alpha).$$

Таким образом, тектонические поля напряжений определяют не только граничные условия в горизонтальной плоскости, но также способствуют повышению вертикального горного давления.

Выводы по главе 4

На основе разработанной во второй главе теории, дано новое решение актуальных научных и прикладных задач.

1. Получены зависимости, определяющие начальное напряженное состояние нетронутого горного массива с учетом пластической (а не только упругой, по А. Н. Диннику) составляющей гравитационных напряжений. Таким образом, предлагается новый подход к обоснованию величины горизонтального поля гравитационных напряжений.

2. Предлагается аналитический метод прогнозирования угловых параметров процесса сдвижения (углы разрыва, сдвижения, граничные) в сплошном квазиоднородном массиве, основанный на определении положения границы областей сдвижения с разрывом сплошности горного массива (собственно сдвижений) и деформаций массива без разрыва сплошности (собственно деформаций). Аналитически доказана стабильность углов разрыва с глубиной. Указывается на причины слабой зависимости углов разрыва, а соответственно и углов сдвижения от физико-механических (прочностных) свойств горного массива. С другой стороны, в подтверждение экспериментальных данных указывается на почти функциональную линейную связь углов разрыва со стороны лежащего бока залежи от угла ее падения.

3. Получены зависимости, определяющие нагрузку на крепь горизонтальных горных выработок. Доказывается, что максимальная нагрузка на крепь инвариантна относительно глубины.

4. Обоснован и исследован механизм формирования нагрузки на целики. Исследовано влияние на величину нагрузки физико-механических свойств горных массивов, угла падения залежи, глубины и степени подработки.

5. Обоснован механизм увеличения вертикального горного давления на горные выработки, конструктивные элементы систем разработок (целики) в поле действия тектонических (активных) напряжений.

5. РАСЧЕТНЫЕ ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГОРНЫХ МАССИВОВ

5.1. Общие сведения

Пожалуй, самой загадочной и абстрактной величиной в геомеханике является величина сцепления трещиноватого горного массива. Трещины отдельности (кливаж) придают горному массиву структуру кирпичной кладки и делают массив в каждой конкретной точке анизотропным. Сцепление по направлению, совпадающему с трещиной отдельности, может на два порядка отличаться от прочности структурного элемента (блока, куска, образца). Кроме того, элементы залегания систем трещин в горном массиве меняются с глубиной горных работ и по площади шахтных и карьерных полей. Также меняются и прочностные характеристики трещин и структурных блоков. Несмотря на это, нашей задачей является определение сцепления массива размером в сотни и даже первые тысячи метров.

Объективному установлению свойств массива препятствуют, по меньшей мере, три проблемы.

1. Высокая изменчивость показателей свойств ненарушенных пород, то есть образцов (коэффициенты вариации лабораторных определений свойств горных пород могут достигать сотен процентов).

2. Весьма маленький объем выборки при определении свойств пород.

3. Процессы, происходящие при разрушении откосов с блочным строением, подобны процессам, происходящим в очаге землетрясений. Описание процесса разрушения блочных сред с трещинами отдельности, имеющими сложную геометрию (фрактал), и чрезвычайно сложный характер деформирования, на сегодняшний день, несколько затруднено, хотя серьезные научные проработки по данному вопросу уже имеются. В этой связи приходится довольствоваться лишь эмпирическими зависимостями, прогнозирующими результат с неизвестной точностью, либо определять величину сцепления массива посредством обратных расчетов. В принципе, величина сцепления трещиноватого горного массива является надуманной, но очень удобной, например, для оценки

устойчивости откосов. Ведь сцепление – это характеристика среза, а срез подразумевает плоскую поверхность. Но разрушение горного массива происходит по законам иерархически блочных сред, то есть с вращением и трансляционным движением структурных элементов. Таким образом, абстрактная величина сцепления полностью определяется уровнем нашего знания вопросов нелинейных процессов, происходящих в иерархически блочных средах, включая ротацию при деформировании и медленные волны и др. Однако, в силу ограниченности наших знаний, для практических целей прибегают к созданию эмпирических зависимостей.

Источником первой проблемы является сложнейший генезис месторождений полезных ископаемых, а также процессы физического и химического выветривания, метаморфизма, тектонической активности и др. Прежде всего это относится к рудным месторождениям. Если провести аналогию, например, между образцами горных пород и кирпичами (и те и другие фактически являются строительным материалом соответственно для горняков и строителей), то станет очевидным, что у строителей о высоких показателях изменчивости свойств кирпича не может идти даже речи, так как он производится практически из одного и того же материала (глины) при совершенно одинаковых условиях (температура, давление и др.).

При разработке месторождений полезных ископаемых происходит изменение (перераспределение) естественных полей напряжений вокруг горных выработок в радиусе десятков километров в плане и километров по глубине, образуется депрессионная воронка с размерами, в десятки километров. Таким образом, для прогнозирования протекания геомеханических процессов нам необходимо располагать свойствами горных пород в радиусе влияния разработок. Рассмотрим следующий пример. Пусть имеется среднее по размерам месторождение глубиной 500 метров, с размерами шахтного поля в плане 3000×1000 метров. И пусть в пределах шахтного поля было отобрано и испытано на одноосное сжатие 1000 образцов (достаточно много), средний размер стандартного образца составляет $40 \times 40 \times 40$ мм. Определим долю выборки от генеральной

совокупности как отношение объемов выборки к объему генеральной совокупности. Порядок этой величины составит 10^{-10} . При этом рассматривалась не область влияния, а лишь непосредственно область ведения горных работ.

Используя такой мизерный объем выборки, нам необходимо произвести прогноз свойств горных пород, характеризующих всю генеральную совокупность (весь массив). А если учесть чрезвычайно высокую изменчивость свойств горных пород, даже в пределах одной литологической разности, то становится очевидной весьма низкая представительность получаемых результатов.

Трудности прогнозирования свойств, описанные выше, относились лишь к ненарушенным трещиноватостью массивам, последняя же и определяет в геомеханике, на взгляд автора, самую большую проблему. Дело в том, что скальные и полускальные горные породы, которые и сопровождают в своем большинстве разработку месторождений, являются, при отсутствии сплошных трещин, достаточно прочными. Поясним это на примере.

Как известно, М. М. Протоdjяконов разделил все горные породы по степени сопротивляемости технологическим воздействиям (буримость, взрываемость, экскавируемость, абразивность, твердость, и т.д.) на двадцать классов. Для скальных горных пород коэффициент крепости в среднем можно принять $f = 15$. Известно, что между коэффициентом крепости и пределом прочности на одноосное сжатие существует корреляционная связь:

$$f = \frac{\sigma_{сж}}{1000}.$$

Заметим, что по этой зависимости коэффициент крепости горных пород может достигать значений $f = 35$. Представим предел прочности на сжатие, т/м²:

$$\sigma_{сж} = \gamma H,$$

где γ – объемный вес налегающей толщи; H – предельная глубина расположения рассматриваемого куска горной породы.

Таким образом, выразим из рассмотренных выражений предельную глубину, на которой произойдет разрушение ненарушенного образца:

$$H = \frac{1000f}{\gamma}.$$

Примем приближенно $\gamma = 3 \text{ т/м}^3$, откуда $H = 5000 \text{ м}$. Таким образом, даже при одноосном сжатии образец средней крепости на глубинах ведения горных работ (в России до 2000 м) разрушен не будет. Другими словами, при такой прочности можно выстроить вертикальный борт карьера высотой $H = 5 \text{ км}$, на практике же он на два порядка меньше. Из этого примера отчетливо видна негативная роль трещиноватости.

5.2. Сцепление массива скальных трещиноватых горных пород

Основными механическими характеристиками при расчете предельных параметров элементов систем горных разработок являются сцепление и угол внутреннего трения. Что касается погрешностей прогнозирования механических характеристик горных пород, отметим, что ошибка оценки угла внутреннего трения редко превышает 2 – 3 градуса. Иначе обстоит дело с определением величины сцепления массива горных пород. При ее обосновании разными методами результаты могут отличаться между собой в 2 – 4 раза [8], что делает расчет и найденные предельные параметры сооружений недостоверными.

Величину сцепления трещиноватого горного массива можно выразить следующим образом:

$$C_m = C_k p_k + C' p', \quad (5.1)$$

где C_m, C_k, C' – соответственно сцепления массива, структурного блока (куска, образца) и по трещине отдельности; p_k, p' – соответственно вероятности (частоты) разрушения структурных элементов и трещин вдоль поверхности разрушения (скольжения).

В действительности, если обратиться к экспериментальным данным, например к исследованиям Д. Н. Кима [325], то даже если трещины расположены перпендикулярно и параллельно прилагаемой нагрузке (нормально секущая трещиноватости), то есть срез происходит по поверхности, не совпадающей с

поверхностями трещин, то снижение сцепления все равно происходит. Однако это снижение незначительно, то есть величины сцеплений массива и куска имеют один порядок, а если учесть достаточно большие значения величины сцепления куска скальной породы, то задача по определению условий снижения прочности в этом случае теряет актуальность. Таким образом, далее рассматривается случай снижения прочности массива вследствие более низкой прочности трещины на срез и частичного совпадения поверхности скольжения (разрушения) с поверхностями трещин. В этом случае величина сцепления массива снижается относительно куска на 1-2 порядка.

Учитывая, что в любой точке поверхности скольжения разрушается либо трещина отдельности, либо структурный блок, то есть $p_k + p' = 1$, из формулы (5.1) получим:

$$C_m = (C_k - C')p_k + C'. \quad (5.2)$$

Таким образом, задача по определению величины сцепления массивов горных пород сводится к определению вероятности разрушения структурных блоков вдоль поверхности скольжения. Отметим, что, согласно формуле (5.2), величина p_k имеет смысл коэффициента структурного ослабления λ :

$$\lambda = \frac{(C_m - C')}{(C_k - C')}. \quad (5.3)$$

Используя данный подход к обоснованию величины сцепления трещиноватых массивов Г. Л. Фисенко [15] рекомендует формулу:

$$C_m = \frac{(C_k - C')}{1 + a' \ln(HW)} + C', \quad (5.4)$$

где $a' = 0,5 \div 10$ – коэффициент, зависящий от характера трещиноватости (определяется из таблицы); H – размер рассматриваемого массива (высота борта карьера, целика); W – интенсивность трещиноватости, величина, обратная среднему размеру структурного блока.

Автором в кандидатской диссертации [257] получена подобная зависимость:

$$C_M = \frac{C_K - C'}{1 + \frac{\operatorname{tg}\left(50^\circ + 3(\vartheta'_{\max} - \varphi)\right)\left(1 - \frac{C'}{C_K}\right)(HW - 1)}{HW}} + C', \quad (5.5)$$

где ϑ'_{\max} – максимальный из углов падения в выработанное пространство систем трещин, но трещины со сдвиговым характером разрушения.

Кроме того, определена область значений углов падения систем трещиноватости и соотношений сцепления по трещине к сцеплению структурного блока, при которых необходимо принимать

$$C_M = C'.$$

Как видно, формулы (5.4) и (5.5) получены из более общих зависимостей (5.2) и (5.3), а их принципиальное различие состоит в способе обоснования вероятности разрушения структурных блоков вдоль поверхности скольжения. Еще раз отметим, что формулы (5.4) и (5.5) получены из предположения, что поверхность разрушения будет совпадать либо с трещиной, либо с целиковой частью массива, то есть поверхность скольжения является плоской. В действительности процесс разрушения более сложный.

В работе [326] предпринята попытка обосновать вероятность разрушения структурного блока в каждой точке поверхности скольжения. То есть в каждой точке поверхности скольжения сравнивались обобщенные силы при разрушении по трещинам, с заданными углами их падения, и при разрушении структурного блока (куска). Однако, как было показано выше, поверхность скольжения выбирает тот “путь”, который обеспечивает ей максимум разности сдвигающих и удерживающих сил на возможном перемещении (максимум обобщенной силы) всей призмы смещения, то есть всей механической системы.

Когда массив нетрещиноватый, поверхность скольжения будет криволинейной и монотонной, в трещиноватом же массиве поверхность разрушения будет ломаной. Таким образом, задача по определению величины сцепления состоит в определении такой поверхности разрушения, с учетом поверхностей

трещин, которая обеспечивала бы максимум обобщенной силы при обязательном выполнении условия предельного равновесия. Как видно из последней формулировки, задачи по определению сцепления трещиноватого массива и его предельных параметров совпадают, то есть фактически величина сцепления массива становится незначимой.

Как было показано выше, в случае прямолинейной поверхности ослабления, каковой можно считать трещину отдельности или разрушенный структурный блок, обобщенная сила определяется выражением:

$$\sum_{i=1}^n \left(\gamma h (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi) - C (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \right) \Delta, \quad (5.6)$$

где n – количество трещин и структурных блоков, пересекаемых поверхностью скольжения; C – сцепление структурного блока или трещины, в зависимости от того, что будет разрушено в конкретной точке поверхности скольжения; φ – угол внутреннего трения структурного блока или угол трения по трещине, в зависимости от того, что будет разрушено в конкретной точке поверхности скольжения; γ – объемный вес горных пород; h – глубина рассматриваемой точки; β – угол падения трещины или площадки среза структурного элемента в горном массиве; Δ – ширина отсека (средний размер структурного элемента).

Таким образом, пусть массив разбит на структурные блоки некоторым количеством систем трещин, необходимо определить наиболее слабую поверхность скольжения, совпадающую с поверхностями трещин и поверхностями разрушения структурных элементов. То есть, требуем максимума выражения (5.6) при одновременном выполнении условия предельного равновесия. Другими словами, подбираем, например, такое значение объемного веса, при заданной высоте откоса, чтобы условие (5.6) было равно нулю.

Целевая функция в этом случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
& \left(\gamma h_1 (\operatorname{tg} \beta'_1 - \operatorname{tg} \varphi') - C' (1 + \operatorname{tg}^2 \beta'_1) \right) \Delta & & \left(\gamma h_2 (\operatorname{tg} \beta'_2 - \operatorname{tg} \varphi') - C' (1 + \operatorname{tg}^2 \beta'_2) \right) \Delta \\
& \text{или} & + & \text{или} & + \dots + \\
& \left(\gamma h_1 (\operatorname{tg} \beta_{k1} - \operatorname{tg} \varphi_k) - C_k (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{k1}) \right) \Delta & & \left(\gamma h_2 (\operatorname{tg} \beta_{k2} - \operatorname{tg} \varphi_k) - C_k (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{k2}) \right) \Delta \\
& & & & (5.7) \\
& \left(\gamma h_n (\operatorname{tg} \beta'_n - \operatorname{tg} \varphi') - C' (1 + \operatorname{tg}^2 \beta'_n) \right) \Delta \\
& + & \text{или} & \rightarrow \max \\
& \left(\gamma h_n (\operatorname{tg} \beta_{kn} - \operatorname{tg} \varphi_k) - C_k (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{kn}) \right) \Delta.
\end{aligned}$$

Условие предельного равновесия:

$$\sum_{i=1}^n \left(\gamma h_i (\operatorname{tg} \beta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_i) \right) \Delta = 0. \quad (5.8)$$

Углы падения трещин β' будем считать известными из полевых данных. Возможность разрушения структурного блока в массиве определяется минимальной глубиной. Однако прочность структурных блоков скальных массивов достаточно велика, о чем уже говорилось выше. С другой стороны, если прочность структурных блоков соизмерима с прочностью трещинных участков, то в этом случае коэффициент структурного ослабления будет принимать достаточно большие значения и в его обосновании теряется смысл.

Максимальное значение обобщенной силы в точке при определенном угле наклона площадки среза может не дать максимума целевой функции. Таким образом, необходимо установить некоторое правило для выбора той или иной площадки скольжения в точке, чтобы целевая функция была максимальна.

Выражения (5.7), (5.8) представляют собой задачу динамического программирования. Задача динамического программирования сводится к нахождению оптимальной стратегии посредством определения экстремума некоторого критерия оптимальности.

На рис. 5.1 представлена схема к решению задачи динамического программирования. Таким образом, на каждом $(i-1)$ -м шаге выбирают именно ту площадку среза (трещину отдельности либо площадку среза структурного эле-

мента), которая, совместно с одной из площадок на i -м шаге, обеспечит экстремум (максимум) целевого выражения (5.6), (5.7) для двух шагов, то есть сумма обобщенных сил на двух участках будет максимальной [327].

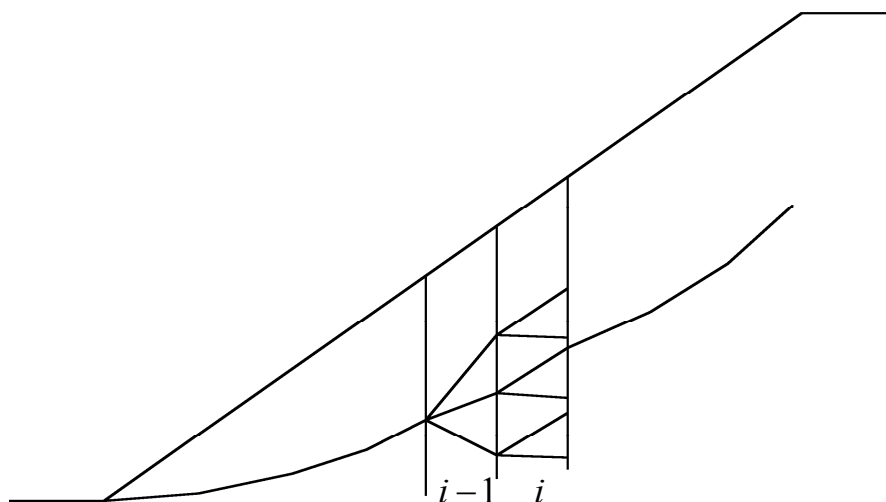


Рис. 5.1. Схема к решению задачи определения наиболее слабой поверхности скольжения в трещиноватом горном массиве

Порядок построения поверхности разрушения и определения величины сцепления трещиноватого горного массива следующий. Вся расчетная область разбивается вертикальными линиями на n отсеков, ширину которых можно принять равной среднему размеру структурного элемента в горном массиве. В каждом отсеке вычисляют значения обобщенной силы для всех систем трещин и для критической площадки разрушения структурного блока. Для смежных отсеков составляются попарные суммы обобщенных сил с общим числом:

$$(r + 1) \times (m + 1),$$

где r, m – количество систем трещин в $(i - 1)$ -м и i -м отсеках.

Полученные суммы сравниваются. Максимальное значение суммы будет указывать на систему трещин (или структурный блок) в $(i - 1)$ -м отсеке, обеспечивающую экстремум целевому выражению (5.7). Повторяя описанную операцию, отстраивают всю ломаную поверхность разрушения. После построения поверхности скольжения появляется возможность оценить средневзвешенное значение величины сцепления вдоль поверхности разрушения, т. е. величину

сцепления массива. Массив при этом должен находиться в предельном равновесии.

В заключение отметим, что метод динамического программирования уже применялся для нахождения потенциальной поверхности скольжения в однородном откосе [72, 73], однако критерий оптимизации не обосновывался и представлял собой сумму сдвигающих и удерживающих сил на площадку среза (критерий алгебраического сложения сил).

5.3. Нормативное значение коэффициента запаса устойчивости

Приведем некоторые определения.

Коэффициент устойчивости n – это коэффициент, полученный методом алгебраического сложения сил по произвольной поверхности скольжения. Его численное значение определяется отношением суммы всех удерживающих откос сил к сумме всех сил, его сдвигающих.

Коэффициент запаса устойчивости n_3 – это показатель, с помощью которого сдвигающая сила вдоль плоскости (в пределах элементарного блока) скольжения уравнивается с предельным сопротивлением сдвигу. Данный коэффициент выражается методами предельного равновесия.

Необходимый или *нормативный* коэффициент запаса устойчивости n_n – это коэффициент, который вводится в прочностные характеристики массива (высоту откоса и др.). Под данным коэффициентом следует понимать специальный корректив, вводимый в расчет с целью исправить все возможные погрешности, которые мы могли сделать, выполняя данный расчет.

Ввиду значительной изменчивости и неполной изученности, с целью учета всех факторов, влияющих на устойчивость горного массива, в средневзвешенные показатели вводится нормативный коэффициент запаса устойчивости. Назначение оптимальной величины нормативного коэффициента запаса устойчивости имеет очень большое значение, так как эта величина является границей

между экономической эффективностью работы карьера и безопасностью работы с точки зрения устойчивости откосов.

Теоретическому исследованию вопроса о запасе устойчивости посвящено много работ. Однако единого мнения о структуре нормативного коэффициента запаса и его величине при оценке устойчивости бортов карьеров до настоящего времени нет. Также остается открытым вопрос о том, в какие величины (параметры) необходимо вводить запас.

Выделяются два направления в назначении нормативного коэффициента запаса устойчивости.

Первое направление – это статистический метод определения нормативного коэффициента запаса в зависимости от ошибок исходных данных, входящих в расчеты. При этом значение общего запаса устойчивости вводится в прочностные характеристики массива пород. Большие работы в этом направлении проведены под руководством Г. Л. Фисенко (ВНИМИ), а также другими авторами.

Коэффициент устойчивости рассматривается как отношение удерживающих откос сил к сумме всех сил сдвигающих:

$$n = \frac{f \sum N + C_m L}{\sum T};$$
$$1 = \frac{\frac{f}{n_H} \sum N + \frac{C_m L}{n_H}}{\sum T},$$

где f – коэффициент внутреннего трения; $\sum N$, $\sum T$ – суммы нормальных и касательных сил, т; C_m – сцепление массива, т/м²; L – длина поверхности скольжения, м.

То есть устойчивое равновесие вдоль поверхности скольжения рассматривается как предельное равновесие с новыми прочностными характеристиками массива. Здесь необходимо отметить, что в качестве базового метода расчета принят метод алгебраического сложения сил. При использовании наиболее обоснованных методов – предельного равновесия, в которых коэффициент за-

паса не выражается в явном виде, необходимо производить сравнение его численного значения с нормативным коэффициентом запаса устойчивости.

Авторы некоторых работ, в которых рассматривается нормативный коэффициент запаса устойчивости, предлагают его обоснование на основе вероятностных методов. Здесь нормативный коэффициент запаса является не абсолютным критерием, а инструментом анализа и показывает чувствительность устойчивости массива к изменению тех или иных определяющих факторов.

Обобщая идеи Стрелецкого Н. С. [328], Н. К. Звонарев [329] представляет нормативный коэффициент запаса в виде произведения частных коэффициентов n_i . Из предположения, что каждый из них характеризуется нормальным законом распределения с плотностью

$$y_i = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a_i)^2}{2\sigma_i^2}},$$

где a_i – среднее значение n_i ; σ_i – стандарт или среднее квадратическое отклонение.

Определяется нормативный (общий) коэффициент запаса, который также будет характеризоваться нормальным законом распределения. При этом его среднее значение и среднеквадратическое отклонение

$$\begin{aligned} a_0 &= a_1 \cdot a_2 \dots a_n; \\ \sigma_0 &= \sqrt{a_2 \dots a_n \sigma_1^2 + \dots a_1 \dots a_{n-1} \sigma_n^2}. \end{aligned} \tag{5.9}$$

Правилами [26] для определения нормативного коэффициента запаса устойчивости рекомендуется использовать первую из формул (5.9). Причем частные значения a_i определяют следующие факторы:

- надежность определения механических характеристик пород (угла внутреннего трения и сцепления, а также угла трения и сцепления по естественным поверхностям ослабления);
- погрешности определения положения наиболее напряженной поверхности скольжения;
- способ учета гидрогеологических факторов;

– точность способа расчета устойчивости откосов.

Величину необходимого коэффициента запаса в зависимости от стадии освоения месторождения и способа получения исходных характеристик, входящих в расчеты, Правилами [26] предлагается определять, согласно табл. 5.1.

Таблица 5.1

Рекомендуемые величины нормативного коэффициента запаса устойчивости

Стадия освоения месторождения (степень надежности исходных данных)	<i>n</i>		Примечание
	нерабочий борт (срок стояния > 10 лет)	рабочий борт	
Проектирование (по данным бурения скважин и методом аналогий)	1,5	≥ 1,4	При трещиноватых, тектонически нарушенных вмещающих породах
	1,3	≥ 1,2	При слабых песчано-глинистых разностях
Эксплуатация (по данным изучения массива пород в обнажениях и анализу деформаций)	1,3	≥ 1,2	–
Ликвидация (постановка борта в предельное положение по данным длительных инструментальных наблюдений за состоянием откосов)	1,2	≥ 1,1	–

Кроме того, немаловажную роль при выборе нормативного коэффициента запаса играет наличие на земной поверхности в пределах призмы возможного обрушения охраняемых зданий и сооружений.

В практических расчетах математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормативного коэффициента запаса устойчивости необходимо рассматривать как:

$$\begin{aligned} \bar{n}_n &= \psi(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n); \\ \sigma_{n_n} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

где $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ – математические ожидания случайных аргументов; σ_{x_i} – средние квадратические отклонения случайных аргументов.

Очевидно, что когда откос находится в предельном состоянии $\bar{n}_H = 1$, а нормативный коэффициент выражается зависимостью

$$n_H = 1 + t_b m,$$

где t_b – коэффициент, соответствующий заданной надежности b ; m – общая погрешность расчетных условий, ее отличие от $\sigma_{x_i}^-$ заключается в том, что в

нее могут также входить ошибки некоторых факторов, не входящих в выраже-

ние для \bar{n}_H . $m = \sqrt{\sigma_{n_H}^2 + \sum m_i^2}$.

Заметим, что некоторые авторы предлагают вводить нормативные коэффициенты запаса отдельно для трения и сцепления:

$$C_p = C_m - l_C;$$

$$\varphi_p = \varphi - l_\varphi,$$

где l_C , l_φ – половина доверительного интервала соответственно для сцепления и трения.

Мнения о величинах t_b и m у разных исследователей расходятся. Звонарев Н. К. считает, что необходимо выбирать ту надежность, при которой разность между возможной экономией от уменьшения объема вскрыши и возможными расходами по ликвидации последствий оползней будет наибольшей и рекомендует величины нормативного коэффициента запаса (табл. 5.2).

В. И. Зобнин [330] коэффициент надежности определяет как функцию, зависящую от категории борта и срока его стояния:

$$t_b = ab,$$

где a – коэффициент, учитывающий категорию борта; b – коэффициент, учитывающий продолжительность стояния борта.

Величину нормативного запаса в зависимости от надежности Н. К. Звонарев рекомендует определять согласно табл. 5.2.

Значения надежности и величины запаса по Н. К. Звонареву

Наименование борта	Надежность, %	Величина нормативного коэффициента запаса
Рабочий борт	87	$a_o + 1,12m$
Борта погашения	91	$a_o + 1,32m$
Нерабочие борта при автомобильном транспорте	95	$a_o + 1,60m$
Нерабочие борта при железнодорожном транспорте	98	$a_o + 1,80m$

Арсентьев А. И. [331] отмечает, что рациональный уровень риска должен устанавливаться исходя из взаимодействия оценки экономических и психологических (конъюнктурных) последствий риска. Для обоснования риска он вводит понятие функции опасения и рассматривает четыре отношения к риску – смелое, равное, осторожное, никакого риска. Каждое отношение описывается своей функцией опасения, которая в конечном итоге и определяет рациональный уровень риска.

Как отмечается в статье [79], “требуемый уровень надежности зависит от ответственности сооружения и определяется в основном из опыта или методом экспертных оценок”. В. И. Речицкий, например, рекомендует для скальных оснований плотин уровень надежности 0,984 – 0,997.

Различия в определении общей погрешности m заключается в количестве учтенных при ее расчете случайных факторов.

Отдельного рассмотрения требует методика обоснования нормативного коэффициента запаса устойчивости, предложенная Б. Д. Полововым [332, 333].

Вычисляется общая вероятность деформирования откоса по формуле

$$P_d = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3) \dots,$$

где P_1 – вероятность деформирования горных пород вследствие случайного характера физико-технических и структурных параметров прибортового массива; P_2 – вероятность деформирования горных пород по фактору локальной обвод-

ненности; P_3 – вероятность деформирования горных пород, вызванная необна-
руженными поверхностями ослабления.

Вероятность P_1 выражается отношением

$$P_1(n_n < 1) = \frac{1 - \Phi\left(\frac{1 - \bar{n}_n}{\sigma_{n_n}}\right)}{2}, \quad (5.11)$$

где Φ – символ интеграла вероятности.

Значения нормативного коэффициента запаса и его ошибки в отношении (5.11) определяются формулами (5.10).

Варьированием случайных входных параметров добиваются минимума одной из нижеследующих целевых функций, которые отражают важные экономические и социальные критерии устойчивости откосов:

$$P_d \sum Y + \sum Z \rightarrow \min;$$

$$(1 - P_n) P_d \sum Y + P_n P_d \sum Z + Z_n \rightarrow \min,$$

где $\sum Y$ – ущерб от деформаций карьерных откосов; $\sum Z$ – затраты на противодеформационные мероприятия; P_n – надежность контроля за состоянием откосов; Z_n – затраты на контроль.

Отметим, что все рассмотренные выше методики основаны на нормальном законе распределения.

Развивая идеи Б. Д. Половова, А. А. Смирнов [47] показывает, что задачи устойчивости откосов в условиях риска могут решаться методом Монте-Карло. Помимо этого указывается на возможность решения задачи при произвольных законах распределения входных случайных аргументов. Это, например, достигается разложением функции случайных аргументов в ряд Грамма-Шарлье, реализующий произвольный закон распределения.

Второе направление. Отличительной особенностью второго направления является попытка вводить нормативный коэффициент запаса устойчивости непосредственно в параметры откоса – высоту, угол наклона, величину заложения и т. п.

Окатов Р. П. [334], ссылаясь на С. И. Попова и А. М. Демина, утверждает: “Совершенно очевидно, что предельная высота откоса с учетом нормативного коэффициента запаса определится как”:

$$h_3 = \frac{h_p}{n_H}.$$

В. Е. Коновалов и В. А. Гордеев [335] рассматривают случайную величину – индекс устойчивости, которая численно равна отношению предельно допустимой высоты откоса к высоте откоса, для которой рассчитывается вероятность обрушения. Предельная высота определяется формулой Токмурзина О. Т. для однородных откосов. Описывая индекс устойчивости логнормальным законом распределения, они определяют вероятность обрушения откоса в зависимости от его величины (например, когда индекс устойчивости равен 1, вероятность обрушения равна 0,5). Дисперсия распределения оценивается формулой ошибки функции случайных коррелированных аргументов.

Анализируя рассмотренные методы назначения нормативного коэффициента запаса устойчивости, констатируем, что наиболее обоснованной из них является методика, предложенная Б. Д. Полововым. Она позволяет в результате вероятностного анализа принять оптимальное техническое решение.

На сегодняшний день практику введения запаса устойчивости (прочности) в механические характеристики пород откоса можно считать общепринятой. Однако правомерность введения одинаковых значений нормативного коэффициента запаса в сцепление и коэффициент внутреннего трения и вообще правомерность введения запаса в коэффициент внутреннего трения, нужно поставить под сомнение ввиду следующих причин:

1. Различная точность определения механических характеристик пород откоса.
2. Неодинаковое участие в обеспечении устойчивости сцепления и угла внутреннего трения.
3. При введении запаса в коэффициент внутреннего трения изменяется не только расчетное значение, но также форма призмы смещения. Между тем в

Правилах [26] указывается: “При построении поверхности скольжения в исходные характеристики прочности пород предварительно вводится коэффициент запаса”.

4. При введении запаса в величину трения для обводненных откосов неопределенно занижается значение негативного влияния гидростатического давления.

В работе [336] автором показано, что при различных точностях определения основных прочностных характеристик горных пород, одной и той же вероятности разрушения откоса соответствует множество пар нормативных коэффициентов запаса устойчивости, вводимых в величины сцепления и коэффициент внутреннего трения, и, как следствие, – различные значения предельного значения угла откоса. Таким образом, можно подобрать такие значения коэффициентов запаса, вводимых в сцепление и коэффициент внутреннего трения, чтобы угол откоса был максимален, при этом вероятность (риск) разрушения останется постоянной. Данный факт подтверждает справедливость высказываний, изложенных в пунктах 1, 2.

Утверждения, приведенные в пунктах 3, 4, и вовсе подтверждают неправомерность введения нормативного коэффициента запаса устойчивости в величину коэффициента внутреннего трения.

Таким образом, нормативный коэффициент запаса устойчивости должен вводиться только в величину сцепления. С другой стороны, в инженерной практике запас прочности (устойчивости) вводится либо в предельные прочностные характеристики материала, либо в величины внешних нагрузок. В геомеханике, и, в частности, при оценке устойчивости бортов карьеров активной (разрушающей) силой является сила тяжести (или тектонические силы, которые также выражаются через силу тяжести), определяемая объемным весом горных пород, таким образом, запас устойчивости может быть также введен в величину объемного веса горных пород.

Если теперь учесть, что величина предельного угла откоса, например, для однородных и изотропных откосов является функцией соотношения $C/\gamma H$, то

становится очевидным, что запас может быть совершенно равнозначно введен в сцепление, объемный вес и даже в высоту откоса.

Выводы по главе 5

Таким образом, при развитой трещиноватости, придающей массиву структуру кирпичной кладки, рекомендуется производить моделирование разрушения массива по системам трещин с привлечением аппарата динамического программирования и определением поверхности разрушения. Данную методику можно рекомендовать и при наличии трещин большого протяжения (поверхностей ослабления). В этом случае порядок расчета и построения поверхности разрушения остается неизменным.

Для оценочного определения величины сцепления массива трещиноватых скальных пород можно воспользоваться зависимостями (5.4) и (5.5). Как следует из зависимости (5.5), при наличии в массиве трещин с углом падения, превышающим угол трения по трещине на $10-15^\circ$, сцепление массива полностью определяется сцеплением по трещине отдельности. Основной сложностью при использовании формулы (5.4) является определение коэффициента a' . Дело в том, что для его определения вводится понятие нормально секущей и кососекущей трещиноватости. В широком смысле нормально секущая трещиноватость перпендикулярна и параллельна главным напряжениям, но направление действия главных напряжений в массиве установить очень сложно, кроме того, их ориентировка меняется от точки к точке (в борту карьера). Поэтому задача по определению коэффициента a' и вообще величины сцепления массива приобретает субъективный характер.

Нормативный коэффициент запаса устойчивости необходимо вводить только в величину сцепления массива или объемного веса (при отсутствии тектонических полей напряжений) горных пород. Значение нормативного коэффициента должно устанавливаться исходя из надежности исходных данных, ответственности сооружения и минимизировать критерий, отражающий социально-экономические показатели эксплуатации сооружения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований **разработаны теоретические положения**, совокупность которых можно квалифицировать как **новое крупное научное достижение** в области геомеханики и механики разрушения горных пород и твердых тел.

Основные научные и практические результаты работы.

1. Предложена принципиально новая теория устойчивости (разрушения) откосов и оснований сооружений как сплошной среды по методу предельного равновесия, основанная на фундаментальных теоремах и принципах механики, таких как принцип возможных перемещений Лагранжа, принцип наименьшего принуждения Гаусса, теорема наименьшей потерянной работы Остроградского и т. д. Основой математического аппарата предлагаемой теории являются вариационное, дифференциальное и интегральное исчисления. На основе данной теории разработаны методики расчета устойчивости откосов практически для условий любой сложности: однородный откос, неоднородный откос, анизотропный откос, обводненный откос, откос на слабом наклонном контакте, откос на слабом наклонном основании, подработанный и закарстованный откос, нагруженный откос, откос несвязных пород на различных основаниях, устойчивость откосов в поле тектонических и сейсмических напряжений.

2. Аналитически получены функции поверхности текучести и предельной поверхности для горных пород как сплошной среды, обладающей внутренним трением и сцеплением, в сложном напряженном состоянии и сдвиговой деформации. Данные функции определяют такие соотношения компонент напряжений, при которых горные породы переходят в пластическую фазу деформирования (предел упругости), и достигается предел их прочности. Предложена функция пластического потенциала, определяющая соотношения приращений главных деформаций при пластическом деформировании. Произведена корректировка теоретических результатов согласно экспериментальным данным.

Проведенные исследования позволили выявить и доказать новые физические аспекты процесса пластического деформирования (упрочнения) горных пород при сдвиге, в частности:

1) главным признаком пластической деформации на стадии упрочнения является частичная или полная (на пределе упругости) потеря удерживающего эффек-

та от внутреннего трения на площадках микродвигов под действием минимального главного напряжения и его постепенное усиление в процессе упрочнения, что является следствием явления дилатансии, то есть увеличения объема в направлении минимального главного напряжения;

2) доказывається изменение углов наклона критических площадок микродвигов в процессе упрочнения, что трактуется как разворот структурных элементов при пластическом деформировании, наблюдаемый экспериментально.

3. Обоснован вариационный или энергетический принцип условия разрушения (дезинтеграции) горных массивов (твердых тел), позволяющий определять геометрию поверхности разрушения тел и рассматривать процесс дезинтеграции твердых тел с общих позиций.

4. Получен критерий зарождения сдвиговых трещин в твердых телах (горных породах) под воздействием потенциальной энергии, дана его физическая интерпретация.

5. Предлагается аналитический метод прогнозирования угловых параметров процесса сдвижения (углы разрыва, сдвижения, граничные) в сплошном квазиоднородном массиве, основанный на определении положения границы областей сдвижения с разрывом сплошности горного массива (собственно сдвижений) и деформаций массива без разрыва сплошности (собственно деформаций). Тем самым достигается возможность постановки граничных условий. Аналитически доказана стабильность углов разрыва для различных глубин в сплошной среде. Указывается на дискретный характер значений углов разрыва и, соответственно, сдвижений и граничных углов.

6. Получены зависимости, определяющие нагрузку на крепь горизонтальных горных выработок в сплошном квазиоднородном массиве горных пород. Обоснован и исследован механизм формирования нагрузки на целики. Исследовано влияние физико-механических свойств горных массивов, угла падения залежи, глубины и степени подработки на величину нагрузки.

7. Рассмотрена проблематика обоснования величины сцепления трещиноватых горных массивов, и на основе аппарата динамического программирования предлагается методика по установлению поверхности разрушения в трещиноватом массиве и, как следствие, определения величины сцепления. Рассмотрен круг вопросов, связанных с обоснованием нормативного значения коэффициента запаса устойчивости (прочности). Доказывается неправомерность введения нормативного запаса в величину коэффициента трения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кочарян, Г. Г. Деформационные процессы в массивах горных пород: Учеб. пособие [Текст] / Г. Г. Кочарян. – М.: МФТИ, 2009. – 378 с.
2. Панин, В. Е. Синергетические принципы физической мезомеханики [Текст] / В. Е. Панин // Физическая мезомеханика. – 2000. – № 3(6). – С. 5-36.
3. Федоров, И. В. Методы расчета устойчивости склонов и откосов [Текст] / И. В. Федоров. – М.: Госстройиздат, 1962. – 203 с.
4. Токмурзин, О. Т. Определение предельной высоты плоских откосов в однородной среде [Текст] / О. Т. Токмурзин // Изв. вузов. Горный журнал. – 1978. – №5. – С. 18-21.
5. Голушкевич, С. С. Статика предельных состояний грунтовых масс / С. С. Голушкевич. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1957. – 288 с.
6. Маслов, Н. Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов [Текст]: Учебник для ВУЗов/ Н.Н. Маслов. – М: Высш. школа, 1982. – 511 с. – ил.
7. Машанов, А. Ж. Устойчивость уступов и бортов карьеров бассейна Каратау [Текст] / А. Ж. Машанов, М. Е. Певзнер, Ш. С. Бекбасаров.– Алма-Ата: “Наука” КазССР, 1981. – 120 с.
8. Попов, В. Н. Исследование устойчивости бортов карьеров в трещиноватых породах [Текст]: дисс. ... доктора техн. наук. / В. Н. Попов. – Москва, 1978. – 545 с.
9. Попов, И. И. Устойчивость породных отвалов [Текст] / И. И. Попов, П. С. Шпаков, Г. Г. Поклад. – Алма-Ата: Наука, 1987. – 224 с.
10. Соколовский, В. В. Статика сыпучей среды [Текст] / В. В. Соколовский. – М.: Наука, 1990. – 272 с.
11. Тейлор, Д. Основы механики грунтов [Текст]./ Перевод с англ. инж. Г. Л. Игнатюка; под ред. Н. А. Цытовича. – М.: Госстройиздат, 1960 – 598 с.
12. Терцаги, К. Теория механики грунтов [Текст] / Перевод с нем. И. С. Утевского. – М.: Госстройиздат, 1961, – 507 с.
13. Федоровский, В. Г. Метод расчета устойчивости откосов и склонов [Текст] / В. Г. Федоровский, С. В. Курилло // Геоэкология. – 1997. – №6. – С. 95-106.

14. Фисенко, Г. Л. Устойчивость бортов угольных карьеров [Текст] / Г. Л. Фисенко. – М.: Углетехиздат, 1956. – 230 с.
15. Фисенко, Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов / Г. Л. Фисенко. – М.: Недра, 1965. – 378 с.
16. Хуан, Я. Х. Устойчивость земляных откосов [Текст] / Перевод с англ. В. С. Забавина; под ред. В. Г. Мельника. – М.: Стройиздат, 1988. – 240 с.
17. Чугаев, Р. Р. Земляные гидротехнические сооружения: Теоретические основы расчета [Текст] / Р. Р. Чугаев. – Л.: Энергия, 1967. – 459 с.
18. Шахунянц, Г. М. Земляное полотно железных дорог [Текст] / Г. М. Шахунянц. – М.: Трансжелдориздат, 1953. – 827 с.
19. Гольдштейн, М. Н. Механика грунтов, основания и фундаменты [Текст] / М. Н. Гольдштейн, А. А. Царьков, И. И. Черкасов. – М.: Транспорт, 1981. – 320 с.
20. Дашко, Р. Э. Механика горных пород [Текст]: Учеб. для ВУЗов / Р. Э. Дашко. – М.: Недра, 1987. – 264 с. – ил.
21. Влияние формы профиля откосов в массиве с крутопадающей слоистостью на их устойчивость [Текст] / Б. Г. Афанасьев, Б. К. Абрамов, В. Е. Трофимов и др. // Изв. вузов. Горный журнал. – 1983. – №8. – С. 28-30.
22. Деформирование откосов с крутой и вертикальной слоистостью [Текст] / Б. Г. Афанасьев, Б. К. Абрамов, Б. П. Голубко, В. Т. Сапожников // Изв. вузов. Горный журнал. – 1983. – №6. – С. 30-33.
23. Окатов, Р. П. Моделирование карьерных откосов с изменчивыми поверхностями ослабления [Текст] / Р. П. Окатов, Ф. К. Низаметдинов, А. И. Анашкин // Изв. вузов. Горный журнал. – 1984. - №4. – С. 21-24.
24. Козлов, Ю. С. Моделирование слоистых откосов [Текст] / Ю. С. Козлов // Сб. трудов ВНИМИ. – 1972. – Вып. 86. – С. 103 – 108.
25. Мочалов, А. М. Расчет устойчивости слоистых откосов // Труды ВНИМИ, сб. 83. – Л.: Изд. ВНИМИ, 1971.
26. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах [Текст]: утв. Госгортехнадзором РФ 16.03.98. – СПб.: ГосНИИ горной геомеханики и маркшейдерского дела, 1998. – 208 с.

27. Временные методические указания по управлению устойчивостью бортов карьеров цветной металлургии [Текст] / МЦМ СССР. – М., 1989. – 128 с.
28. Каплунов, Д. Р. Геотехнологические и геомеханические особенности перехода от открытых к подземным работам на больших глубинах [Текст] / Д. Р. Каплунов, М. В. Рыльникова // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 67-79.
29. Зубков, В. В. Геомеханический анализ устойчивости бортов карьера при отработке рудных залежей камерными системами [Текст] / В. В. Зубков, А. К. Бычин // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 144-149.
30. Мельников, Н. Н. Изменение геодинамического режима геологической среды при ведении крупномасштабных горных работ на глубоких карьерах [Текст] / Н. Н. Мельников, А. А. Козырев // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 7-23.
31. Ильин, А. И. Геолого-маркшейдерское обеспечение управления устойчивостью бортов глубоких железорудных карьеров [Текст]: дисс. ... доктора техн. наук / А. И. Ильин. – Белгород, 1987. – 442 с.
32. Рыльникова, М. В. Оценка устойчивости борта Учалинского карьера в условиях действия тектонических сил / М. В. Рыльникова и др. // Изв. вузов. Горный журнал. – 1991. – № 7. – С. 54-64.
33. Каспарьян, Э. В. Геомеханические проблемы при открытых горных работах [Текст] / Э. В. Каспарьян, А. А. Козырев // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 134-143.
34. Козырев, А. А. Об оценке устойчивости бортов глубоких карьеров в высоконапряженных скальных массивах / А. А. Козырев, В. В. Павлов, С. Н. Савченко // Комплексная разработка рудных месторождений глубокими карьерами:

материалы междунар. совещ. (Апатиты, 23 – 26 июня 1993 г.). – Апатиты: КНЦ ГоИ КФ РАН, 1995. – С. 79-89.

35. Козырев, А. А. Характерные особенности напряженно-деформированного состояния в борту глубокого карьера по результатам численного моделирования [Текст] / А. А. Козырев, И. Э. Семенова, И. М. Аветисян // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 264-272.

36. Рыбин, В. В. Влияние тектонических напряжений на устойчивость бортов глубоких карьеров. Развитие концепции геомеханического обоснования рациональных углов откосов в тектонически-напряженных массивах [Текст] / В. В. Рыбин // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 116-125.

37. Рыбин, В. В. Геомеханическое обоснование устойчивости бортов карьеров в массивах скальных тектонически-напряженных пород [Текст] / В. В. Рыбин, Э. В. Каспарьян // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 02 – 05 октября 2007 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2008. – С. 498-501.

38. Рыбин, В. В. Разработка программного комплекса по оценке устойчивости бортов карьеров с учетом гравитационно-тектонического поля напряжений [Текст] / В. В. Рыбин, О. Г. Журавлева, А. С. Калюжный и др. // Глубокие карьеры. Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – М.: Изд-во «Горная книга», 2015. – Спец. вып. № 56. – С. 150-156.

39. Яковлев, А. В. Устойчивость бортов рудных карьеров при действии тектонических напряжений в массиве / А. В. Яковлев, Н. И. Ермаков. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2006. – 231 с.

40. Фисенко, Г. Л. Укрепление откосов в карьерах [Текст] / Г. Л. Фисенко, М. А. Ревазов, Э. Л. Галустьян – М.: Недра, 1974 – 208 с.

41. Ермаков, И. И. О влиянии кривизны борта на его устойчивость [Текст] / И. И. Ермаков // Сб. трудов ВНИМИ. – 1964. – Вып. 52. – С. 242 – 248.

42. Сапожников, В. Т. Определение равноустойчивого откоса выпуклого профиля / В. Т. Сапожников // Сб. трудов ВНИМИ. – 1968. – Вып. 64. – С. 249 – 266.
43. Сапожников, В. Т. О форме поверхности скольжения в изотропном плоском откосе [Текст] / В. Т. Сапожников // Устойчивость бортов карьеров и управление горным давлением / ИГД МЧМ СССР. – Свердловск, 1972. – Вып. 37 – С. 52-56.
44. Козлов, Ю. С. К вопросу об использовании упругих решений при оценке устойчивости однородных откосов [Текст] / Ю. С. Козлов, А. Б. Фадеев // Физ.-тех. пробл. разраб. полез. ископаемых. – 1978. - Вып. 3. – С. 63-70.
45. Мочалов, А. М. Оценка напряженно-деформированного состояния откосов и реализация расчетных моделей сред методом конечных элементов [Текст] / А. М. Мочалов, Э. К. Абдылдаев // В сб. Маркшейдерское дело в социалистических странах. – Л.: ВНИМИ, 1988. – том 11. – С. 194-203.
46. Ломизе, Б. М. Нахождение опасной поверхности скольжения при расчете устойчивости откосов [Текст] / Б. М. Ломизе // Гидротехническое строительство. – 1954. – Вып. 2. – С. 32-36.
47. Смирнов, А. А. Расчет устойчивости откосов и подпорных стен котлованов городских подземных сооружений в условиях риска [Текст]: дисс. ... канд. техн. наук / А. А. Смирнов. – Екатеринбург: УГГУ, 2005. – 176 с.
48. Никитин, С. Н. Построение ожидаемой поверхности скольжения по напряжениям в бортах карьера [Текст] / С. Н. Никитин // Уголь. – 1962. – Вып. 1. – С. 36-38.
49. Козлов, Ю. С. Способ построения наиболее опасной кривой скольжения при расчетах устойчивости бортов карьеров [Текст] / Ю. С. Козлов // Сб. трудов ВНИМИ. – 1971. – Вып. 83. – С. 141 – 147.
50. Козлов, Ю. С. Определение параметров призмы возможного обрушения в откосах уступов, бортов карьеров и отвалов [Текст] / Ю. С. Козлов // Физ.-тех. пробл. разраб. полез. ископаемых. – 1972. – Вып. 4. – С. 73-76.

51. Галустьян, Э. Л. Построение плоско-логарифмической поверхности скольжения в оползневых откосах и расчет устойчивости поддерживающих сооружений [Текст] / Э. Л. Галустьян // Физ.-тех. пробл. разраб. полез. ископаемых. – 1972. – Вып. 3. – С. 106-109.
52. Мочалов, А. М. Определение положения поверхности скольжения и ширины призмы обрушения плоского однородного откоса [Текст] / А. М. Мочалов // Сб. трудов ВНИМИ. – 1967. – Вып. 67. – С. 247 – 255.
53. Мочалов, А. М. Расчет устойчивости откосов плоского профиля в однородной среде [Текст] / А. М. Мочалов // Сб. трудов ВНИМИ. – 1976. – Вып. 100. – С. 116 – 128.
54. Гордеев, В. А. Влияние инженерно-геологических условий на устойчивость карьерных откосов по методу предельного равновесия на плоской поверхности скольжения / В. А. Гордеев // Изв. вузов. Горный журнал. – 2007. – №8. – С. 43-51.
55. Гордеев, В. А. Оценка устойчивости карьерных откосов по методу предельного равновесия / В. А. Гордеев // Изв. вузов. Горный журнал. – 2008. – № 2. – С. 54-64.
56. Гордеев, В. А. Расчет устойчивости карьерного откоса с плоской поверхностью ослабления / В. А. Гордеев // Изв. вузов. Горный журнал. – 2007. – №7. – С. 63-71.
57. Гордеев, В. А. Расчетные способы метода предельного равновесия при оценке устойчивости карьерных откосов / В. А. Гордеев, М. Х. Бобаев // Изв. вузов. Горный журнал. – 2008. - №1. – С. 66-73.
58. Половов, Б. Д. Анализ погрешностей методов расчета устойчивости карьерных откосов [Текст] / Б. Д. Половов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1983. – №6. – С. 33- 39.
59. Гольдштейн, М. Н. Расчеты осадок и прочности оснований зданий и сооружений [Текст] / М. Н. Гольдштейн, С. Г. Кушнер, М. И. Шевченко. – Киев: “Будівельник”, 1977. – 208 с.

60. Гольдштейн, М. Н. О применении вариационного исчисления к исследованию оснований и откосов [Текст] / М. Н. Гольдштейн // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1969. – №1. – С. 2-6.
61. Соловьев, Ю. И. Устойчивость откосов из гипотетического грунта [Текст] / Ю. И. Соловьев // Труды НИИЖТа. Вопросы инженерной геологии, оснований и фундаментов. – 1962. – Вып. 28. – С. 83-97.
62. Гольдштейн, М. Н. Применение вариационного метода к расчету давления грунта на подпорные стены [Текст] / М. Н. Гольдштейн, И. Л. Дудинцева, А. Г. Дорфман // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1969. – №4. – С. 8-9.
63. Дорфман, А. Г. Расчет давления на подпорные стены при выпоре грунта по линии минимального сопротивления сдвигу / А. Г. Дорфман, И. Л. Дудинцева // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1972. – Вып. 20. – С. 68-75.
64. Дорфман, А. Г. Вариационный метод исследования устойчивости откосов [Текст] / А. Г. Дорфман // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1965. – Вып. 9. – С. 17-25.
65. Дорфман, А. Г. Оползневое давление и выпор грунта [Текст] / А. Г. Дорфман // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1972. – Вып. 20. – С. 75-86.
66. Дорфман, А. Г. Расчет давления и устойчивости откосов [Текст] / А. Г. Дорфман, В. П. Терлецкий // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1976. – Вып. 25. – С. 69-73.
67. Дорфман, А. Г. Расчет давления на подпорные стены при выпоре грунта по линии минимального сопротивления сдвигу [Текст] / А. Г. Дорфман, И. Л. Дудинцева // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1972. – Вып. 20. – С. 68-75.
68. Дорфман, А. Г. Решение вариационных задач об устойчивости откосов при действии гидродинамических сил [Текст] / А. Г. Дорфман // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1968. – Вып. 12. – С. 60-64.
69. Дорфман, А. Г. Топологический метод решения краевых и вариационных задач механики грунтов [Текст] / А. Г. Дорфман // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1976. – Вып. 23. – С. 77-80.

70. Дорфман, А. Г. Условие экстремума коэффициента запаса устойчивости [Текст] / А. Г. Дорфман // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1975. – Вып. 24. – С. 54-57.
71. Магдеев, У. Х. Исследование устойчивости откосов вариационным методом в условиях пространственной задачи [Текст] / У. Х. Магдеев // Сб. ДИИТ. Вопросы геотехники. – 1972. – Вып. 20. – С. 91-98.
72. Попов, С. И. Оценка устойчивости бортов карьеров методом динамического программирования [Текст] / С. И. Попов, М. А. Резников // Изв. вузов. Горный журнал. – 1973. - №8. – С. 56-58.
73. Резников, М. А. Определение коэффициента запаса устойчивости откосов горных пород [Текст] / М. А. Резников, Б. А. Твердохлебов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1976. – №3. – С. 49-51.
74. СП 45.13330.2012. Земляные сооружения, основания и фундаменты (Актуализированная редакция СНиП 3.02.01 – 87), Москва, 2012.
75. СНиП 2.02.02 – 85. Основания гидротехнических сооружений. Утвержден и введен в действие Государственным комитетом СССР по делам строительства 01 января 1987 г.
76. СП 32-104-98. Проектирование земляного полотна железных дорог колеи 1520 мм.
77. Рекомендации по проектированию и строительству шламонакопителей и хвостохранилищ металлургической промышленности / ВНИИ ВОДГЕО. – М.: Стройиздат, 1986. – 128 с.
78. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров / ВНИМИ. – Ленинград, 1972.
79. Пустовойтова, Т. К. Совершенствование методов расчета устойчивости откосов [Текст] / Т. К. Пустовойтова, А. М. Мочалов, А. Н. Гурин // Сб. научных трудов “70 лет ВНИМИ”. – ВНИМИ, 1999.

80. Руководство по проектированию бортов карьеров [Текст] / Под ред. Джон Рид, Питер Стейси; перевод с англ., научный редактор А. Б. Макаров – Екатеринбург: Правовед, 2015. – 544 с.
81. Макаров, П. В. Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения [Текст] / П. В. Макаров // Физическая мезомеханика. – 1998. – № 1. – С. 61-81.
82. Сарафанов, Г. Ф. Коллективные эффекты в ансамбле дислокаций и формирование субграниц при деформации металлов [Текст]: автореферат дисс. ... доктора физ.-мат. наук / Г. Ф. Сарафанов. – Нижний Новгород: Нижегородский филиал Института машиноведения им. А. А. Благоднарова РАН, 2008. – 36 с.
83. Сарафанов, Г. Ф. Формирование квазикристаллических структур в ансамбле дислокаций [Текст] / Г. Ф. Сарафанов // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43. – Вып. 6. – С. 1041-1047.
84. Малышенко, В. В. Динамическое взаимодействие краевых дислокаций с точечными дефектами и призматическими дислокационными петлями при высокоскоростной деформации кристаллов [Текст] / В. В. Малышенко // Физика твердого тела. – 2016. – Т. 58. – Вып. 10. – С. 1973-1976.
85. Гуткин, М. Ю. Динамика формирования малоугловых границ наклона в металлах и сплавах при высоких скоростях нагружения [Текст] / М. Ю. Гуткин, Е. А. Ржавцев // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57. – Вып. 12. – С. 2374-2383.
86. Бородин, И. Н. Максимум предела текучести при квазистатической и высокоскоростной пластической деформации металлов [Текст] / И. Н. Бородин, А. Е. Майер, Ю.В. Петров и др. // Физика твердого тела. – 2014. – Т. 56. – Вып. 12. – С. 2384-2393.
87. Логинов, Ю. Ю. Зависимость критического радиуса частичных дислокационных петель от энергии дефекта упаковки в полупроводниках [Текст] / Ю. Ю. Логинов, А. В. Мозжерин, А. В. Брильков // Физика твердого тела. – 2014. – Т. 56. – Вып. 4. – С. 692-694.

88. Малыгин, Г. А. Синергетика взаимодействия подвижных и неподвижных дислокаций при формировании дислокационных структур в ударной волне. Влияние энергии дефектов упаковки [Текст] / Г. А. Малыгин, С. Л. Огарков, А.В. Андрияш // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57. – Вып. 1. – С. 75-81.
89. Овидько, И. А. Зарождение трещин вблизи свободной поверхности в деформируемых металлических наноматериалах с бимодальной структурой [Текст] / И. А. Овидько, А. Г. Шейнерман // Физика твердого тела. – 2016. – Т. 58. – Вып. 6. – С. 1142-1146.
90. Петров, Ю. В. Релаксационный механизм пластического деформирования и его обоснование на примере явления зуба текучести в нитевидных кристаллах [Текст] / Ю. В. Петров, И. Н. Бородин // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57. – Вып. 2. – С. 336-341.
91. Садовский, М. А. Естественная кусковатость горной породы [Текст] / М. А. Садовский // ДАН СССР, 1979. Т. 247, вып. 4. – С. 829-831.
92. Садовский, М. А. О значении и смысле дискретности в геофизике [Текст] / М. А. Садовский // Дискретные свойства геофизической среды. – М.: Наука, 1989. – С. 5-18.
93. Садовский, М. А. Характерные размеры горной породы и иерархические свойства сейсмичности [Текст] / М. А. Садовский, Т. В. Голубева, В. Ф. Писаренко и др. // Физика Земли. – 1984. – № 2. – С. 3-15.
94. Опарин, В. Н. Масштабный фактор явления зональной дезинтеграции горных пород и стратификация недр луны по сейсмическим данным [Текст] / В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1997. – № 6. – С. 3-17.
95. Опарин, В. Н. Научные открытия межтысячелетия в геомеханике и перспективы их применения [Текст] / В. Н. Опарин // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 02 – 05 октября 2007 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2008. – С. 7-30.
96. Опарин, В. Н. О новой шкале структурно-иерархических представлений как паспортной характеристике объектов геосреды [Текст] / В. Н. Опарин, В. Ф.

Юшкин, А. А. Акинин и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1998. – № 5. – С. 16-33.

97. Опарин, В. Н. О скоростном разрезе земли по Гуттенбергу и возможном его геомеханическом объяснении. I: Зональная геодезинтеграция и иерархический ряд геоблоков [Текст] / В. Н. Опарин, М. В. Курленя // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1994. – № 2. – С. 14-26.

98. Опарин, В. Н. Представление размеров естественных отдельностей горных пород в канонической шкале. Классификации [Текст] / В. Н. Опарин, А. С. Танаино // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2009. – № 6. – С. 40-53.

99. Адушкин, В. В. От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия – к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 1 [Текст] / В. В. Адушкин, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2012. – № 2. – С. 3-27.

100. Адушкин, В. В. От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия – к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 2 [Текст] / В. В. Адушкин, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2013. – № 2. – С. 3-46.

101. Адушкин, В. В. От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия – к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 4 [Текст] / В. В. Адушкин, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2016. – № 1. – С. 3-49.

102. Асатрян, Х. О. Образование иерархической структуры разрывов при деформировании высокопластичного материала [Текст] / Х. О. Асатрян, Г. А. Соболев // Физика горных пород при высоких давлениях. – М.: Наука, 1991. – С. 138-142.

103. Веттегрень, В. И. Статистика микротрещин в гетерогенных материалах (граниты) [Текст] / В. И. Веттегрень, В. С. Куксенко, Н. Г. Томилин и др. // Физика твердого тела. – 2004. – Т. 46. – Вып. 10. – С. 1793-1796.

104. Веттегрень, В. И. Иерархия землетрясений [Текст] / В. И. Веттегрень, В. С. Куксенко, М. А. Крючков // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли.

Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 420-426.

105. Глатоленков, А. И. Инвариантность в механизме деформирования горных пород [Текст] / А. И. Глатоленков, И. Н. Литовченко // Сб. науч. трудов ИГД им. Д. А. Кунаева НАН РК. Научно-техническое обеспечение горного производства. – 2002. – Т.64. – С.53-58.

106. Куксенко, В. С. Локализация разрушения в горных породах на разных масштабных уровнях [Текст] / В. С. Куксенко, В. А. Мансуров // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 3. – С. 49-55.

107. Куксенко, В. С. Концепция сильного сжатия горных пород и массивов [Текст] / В. С. Куксенко, М. А. Гузев, В. В. Макаров и др. // Вестник дальневосточного государственного технического университета. – 2011. – № 3/4 (8/9). – С. 14-58.

108. Куксенко, В. С. Оценка удароопасности горных пород по их энерговыделению [Текст] / В. С. Куксенко, Б. Ц. Манжиков, В. А. Мансуров и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 4. – С. 28-32.

109. Куксенко, В. С. Физические и методические основы прогнозирования горных ударов [Текст] / В. С. Куксенко, И. Е. Инжеваткин, Б. Ц. Манжиков и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1987. – № 1. – С. 9-22.

110. Курленя, М. В. О масштабном факторе явления зональной дезинтеграции горных пород и канонических рядах атомно-ионных радиусов [Текст] / М. В. Курленя, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1996. – № 2. – С. 3-14.

111. Курленя, М. В. Напряженно-деформированное состояние около заглубленных выработок [Текст] / М. В. Курленя, В. Е. Миренков, А. А. Красновский // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2015. – № 2. – С. 122-127.

112. Курленя, М. В. Об отношении линейных размеров блоков горных пород к величинам раскрытия трещин в структурной иерархии массивов [Текст] /

М. В. Курленя, В. Н. Опарин, А. А. Еременко // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1993. – № 3. – С. 3-9.

113. Поваренных, М. Ю. Новое макроскопическое свойство горных пород – фрустурация – как проявление квантования-кусковатости горнопородного уровня пространственно-временного континуума [Текст] / М. Ю. Поваренных, Е. Н. Матвиенко // Пространство и время. – 2015. – № 1-2 (19-20). – С. 327-335.

114. Родионов, В. Н. Очерк геомеханики (натурфилософия) [Текст] / В. Н. Родионов. – М.: Научный мир, 1996. – 62 с.

115. Рязанцев, Н. А. Причины инвариантности в механизме деформирования горных пород [Текст] / Н. А. Рязанцев, Н. А. Рязанцева // Электронный ресурс <http://ea.donntu.edu.ua/handle/123456789/16283>

116. Смирнов, В. Н. Особенности динамики и механики деформирования льда арктического бассейна [Текст] / В. Н. Смирнов // Проблемы Арктики и Антарктики. – 2007. – № 75. – С. 73-84.

117. Томилин, Н. Г. Энергетическая иерархия и константа разрушения горных пород [Текст] / Н. Г. Томилин // Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле. Третья тектонофизическая конференция в ИФЗ РАН, 08 – 12 октября 2012.

118. Чанышев, А. И. Блочно-иерархическая модель деформирования и разрушения горных пород. Экспериментальная проверка и теоретический анализ [Текст] / А. И. Чанышев, О. Е. Белоусова // С. 404-413.

119. Чанышев, А. И. Учет сжимаемости в задаче о дезинтеграции массива пород с цилиндрической выработкой [Текст] / А. И. Чанышев, О. Е. Белоусова // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 02 – 05 октября 2007 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2008. – С. 279-287.

120. Чанышев, А. И. Численное моделирование разрушения массива горных пород вокруг цилиндрической выработки [Текст] / А. И. Чанышев, О. Е. Белоусова // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной

конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 262-271.

121. Шемякин, Е. И. Зональная дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок. Часть I: Данные натуральных наблюдений [Текст] / Е. И. Шемякин, Г. Л. Фисенко, М. В. Курленя и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 3. – С. 3-15.

122. Шемякин, Е. И. Зональная дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок. Часть II: Разрушение горных пород на моделях из эквивалентных материалов [Текст] / Е. И. Шемякин, Г. Л. Фисенко, М. В. Курленя и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 4. – С. 3-13.

123. Шемякин, Е. И. Зональная дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок. Часть III: Теоретические представления [Текст] / Е. И. Шемякин, Г. Л. Фисенко, М. В. Курленя и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1987. – № 1. – С. 3-8.

124. Шемякин, Е. И. Зональная дезинтеграция горных пород вокруг подземных выработок. Часть IV: Практические приложения [Текст] / Е. И. Шемякин, М. В. Курленя, В. Н. Опарин и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1989. – № 4. – С. 3-9.

125. Шемякин, Е. И. О свободном разрушении твердых тел [Текст] / Е. И. Шемякин // ДАН СССР, 1988. Т. 300. – С. 1090-1094.

126. Ван Ксю-бин. Континуальная модель зернистой среды в задаче об отслаивании и зональной дезинтеграции массива пород вокруг выработки круглого сечения [Текст] / Ван Ксю-бин, Пан И-Шан, Ву Ксиао-линь // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2013. – № 2. – С. 58-71.

127. Кайдо, И. И. О природе явления зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок (гипотеза) [Текст] / И. И. Кайдо // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – № 1. – С. 16-21.

128. Кайдо, И. И. Кластерная модель явления зональной дезинтеграции массива пород вокруг подземных выработок [Текст] / И. И. Кайдо // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – № 6. – С. 188-197.

129. Кви Ченжи. Эволюция деформации и трещинообразования в породных массивах вблизи глубоких выработок [Текст] / Кви Ченжи, Квиан Квиху, Ван Минджян // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2009. – № 2. – С. 18-25.
130. Циопин, Чжоу. Механизм зональной дезинтеграции ослабленного микро-трещинами вмещающего породного массива вокруг глубинных тоннелей круглого сечения [Текст] / Циопин Чжоу, Циу Цянь // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2013. – № 2. – С. 47-57.
131. Циху, Ц. Неевклидова модель сплошной среды для оценки явления зональной дезинтеграции горных пород во вмещающем массиве с выработкой круглого сечения под действие негидростатического давления [Текст] / Ц. Циху, Ч. Сяопин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2011. – № 1. – С. 42-52.
132. Балек, А. Е. Процессы самоорганизации в иерархически блочной геомеханической среде при техногенном воздействии [Текст] / А. Е. Балек, А. Л. Замятин // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2006. – № 7. С. 145-153.
133. Гольдин, С. В. Деструкция литосферы и физическая мезомеханика [Текст] / С. В. Гольдин // Физическая мезомеханика. – 2002. – № 5 (5). – С. 5-22.
134. Шерман, С. И. Деструкция литосферы: разломно-блоковая делимость и ее тектонофизические закономерности [Текст] / С. И. Шерман // Геодинамика и тектонофизика. – 2012. – Том 3. – № 4. – С. 315-344.
135. Шуталева, А. В. Синергетика и современная геологическая картина мира [Текст] / А. В. Шуталева // Вестник Бурятского государственного университета. – 2011. – № 6. – С. 36-39.
136. Макаров, П. В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред [Текст] / П. В. Макаров // Физическая мезомеханика. – 2004. – № 7 (4). – С. 25-34.

137. Быков, В. Г. Нелинейные волны и солитоны в моделях разломно-блоковых геологических сред [Текст] / В. Г. Быков // Геология и геофизика. – 2015. – Т. 56. – № 5. – С. 1008-1024.
138. Коротаев, А. Д. Активация и характерные типы дефектных субструктур мезоуровня пластического течения высокопрочных материалов [Текст] / А. Д. Коротаев, А. Н. Тюменцев, Ю. П. Пинжин // Физическая мезомеханика. – 1998. – № 1. – С. 23-35.
139. Курленя, М. В. О явлении знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия [Текст] / М. В. Курленя, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1990. – № 4. – С. 3-13.
140. Курленя, М. В. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. I [Текст] / М. В. Курленя, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1999. – № 3. – С. 12-26.
141. Курленя, М. В. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. II [Текст] / М. В. Курленя, В. Н. Опарин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2000. – № 4. – С. 3-26.
142. Опарин, В. Н. Анализ сейсмоактивности породного массива рудников Норильского месторождения в период 1994 – 2005 [Текст] / В. Н. Опарин, А. П. Тапсиев, В. И. Востриков и др. // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 7-15.
143. Опарин, В. Н. О деформационно-волновых процессах в окрестности взрывов [Текст] / В. Н. Опарин, А. А. Акинин, В. И. Востриков и др. // Физическая мезомеханика. – 2002. – № 5 (5). – С. 43-49.
144. Опарин, В. Н. О некоторых особенностях эволюции напряженно-деформированного состояния образцов горных пород со структурой при одноосном нагружении [Текст] / В. Н. Опарин, О. М. Усольцева, В. Н. Семенов и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2013. – № 5. – С. 3-19.
145. Опарин, В. Н. Об энергетическом подходе к анализу сложных деформационно-волновых процессов в геоматериалах со структурой под нагружением до

разрушения [Текст] / В. Н. Опарин, О. М. Усольцева, П. А. Цой и др. // Проблемы недропользования. – 2014. – № 3. – С. 66-79.

146. Опарин, В. Н. Современные достижения нелинейной геотехники и методологические основы для построения мониторинговых систем геомеханико-геодинамической безопасности на горнодобывающих предприятиях [Текст] / В. Н. Опарин // Научно-технический журнал “Вестник”. – 2015. – № 1. – С. 6-15.

147. Рассказов, И. Ю. Особенности формирования техногенных волновых полей при отработке месторождений Дальнего Востока [Текст] / И. Ю. Рассказов // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 460-467.

148. Николаевский, В. Н. Трещиноватость земной коры как ее генетический признак [Текст] / В. Н. Николаевский // Геология и геофизика. – 2006. – Т. 47. – № 5. – С. 646-656.

149. Викулин, А. В. Вихри и жизнь [Текст] / А. В. Викулин, И. В. Мелекесцев // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 39-102.

150. Викулин, А. В. Волновая природа ротационного упругого поля литосферы [Текст] / А. В. Викулин // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 401-419.

151. Викулин, А. В. Новый тип упругих ротационных волн в геосреде и вихревая геодинамика [Текст] / А. В. Викулин // Геодинамика и тектонофизика. – 2010. – Т. 1. – № 2. – С. 119-141.

152. Викулин, А. В. О волновых и реидных свойствах земной коры [Текст] / А. В. Викулин, Х. Ф. Махмудов, А. Г. Иванчин и др. // Физика твердого тела. – 2016. – Т. 58. – Вып. 3. – С. 547-557.

153. Викулин, А. В. О современной концепции блочно–иерархического строения геосреды и некоторых ее следствиях в области наук о Земле [Текст] / А. В. Ви-

- кулин, А. Г. Иванчин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2013. – № 3. – С. 67-84.
154. Викулин, А. В. Циркулярнополяризованные (спиновые) волны в литосфере [Текст] / А. В. Викулин // Геофизический мониторинг и проблемы сейсмической безопасности Дальнего Востока России. Труды региональной научно-технической конференции, в 2 томах. Том 1, 11 – 17 ноября 2007. – С. 55-58.
155. Викулин, А. В. Мир вихревых движений: Монография / А. В. Викулин. Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2008. – 230 с.
156. Кузнецов, Ю. И. Математическая модель вихревых структур Земли [Текст] / Ю. И. Кузнецов, Б. Т. Мазуров // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 02 – 05 октября 2007 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2008. – С. 195-199.
157. Латкин, А. С. Вихревая структура Вселенной [Текст] / А. С. Латкин, Н. А. Шило // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 181-188.
158. Низовцев, В. В. Вихревая природа геомагнетизма [Текст] / В. В. Низовцев, В. Л. Бычков // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 383-402.
159. Низовцев, В. В. Вихревые аспекты геодинамики [Текст] / В. В. Низовцев, В. А. Кривицкий // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 165-180.
160. Павленкова, Н. И. Ротационные движения крупных элементов Земли и глобальная геодинамика [Текст] / Н. И. Павленкова // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 103-114.
161. Стажевский, С. Б. Геодинамика и кольцевые структуры [Текст] / С. Б. Стажевский // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 16-25.

162. Тверитинова, Т. Ю. Волновая ротационно-упругая тектоника планет [Текст] / Т. Ю. Тверитинова, А. В. Викулин // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 271-278.
163. Устинова, В. Н. Роль ротационных сил в формировании структур центрального типа [Текст] / В. Н. Устинова, В. Г. Устинов, С. В. Васильев // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 287-296.
164. Хаин, В. Е. Ротационная тектоника: предыстория, современное состояние, перспективы развития [Текст] / В. Е. Хаин, А. И. Полетаев // Ротационные процессы в геологии и физике. – М.: КомКнига, 2007. – С. 17-38.
165. Шер, Е. Н. Исследование затухания маятниковой волны при ударе в одномерной модели блочной среды [Текст] / Е. Н. Шер, Н. И. Александрова, А. Г. Черников // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 241-247.
166. Асатрян, Х. О. Комплексные исследования процесса трещинообразования при двухосном сжатии [Текст] / Х. О. Асатрян, З. И. Стаховская // Физика горных пород при высоких давлениях. – М.: Наука, 1991. – С. 115-121.
167. Воскресенский, А. Г. Парагенез сейсмогенных структур в зоне Цэцерлегского разлома (Северная Монголия) [Текст] / А. Г. Воскресенский, В. А. Саньков, А.В. Парфеевец // С. 52-60.
168. Гарагаш, И. А. Уединенные тектонические волны в верхней мантии [Текст] / И. А. Гарагаш // Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле. Четвертая тектонофизическая конференция ИФЗ РАН. – 2016. – С. 456-460.
169. Короновский, Н. В. Методы динамической геологии на критическом рубеже применимости [Текст] / Н. В. Короновский, А. А. Наймарк // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. – 2013. – № 1. Выпуск № 21 – С. 152-162.
170. Пантелеев, И. А. Модель геосреды с дефектами: коллективные эффекты развития несплошностей при формировании потенциальных очагов землетрясений [Текст] / И. А. Пантелеев, О. А. Плехов, О. Б. Наймарк // Геодинамика и тектонофизика. – 2013. – Том 4. – № 1. – С. 37-51.

171. Соболев, Г. А. Физика землетрясений и предвестники [Текст] / Г. А. Соболев, А. В. Пономарев. – М.: Наука, 2003. – 270 с.; ил.
172. Лескова, Е. В. Некоторые свойства иерархической модели напряженного состояния эпицентральной области Чуйского землетрясения [Текст] / Е. В. Лескова, А. А. Еманов // Физика Земли. – 2014. – № 3. – С. 92-102.
173. Ребецкий, Ю. Л. Разномасштабная неоднородность напряжений очаговых областей – определяющий фактор возникновения землетрясений [Текст] / Ю. Л. Ребецкий // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 473-482.
174. Ребецкий, Ю. Л. Тектонические напряжения и области триггерного механизма возникновения землетрясений [Текст] / Ю. Л. Ребецкий // Физическая мезомеханика. – 2007. – № 10 (1). – С. 25-37.
175. Ребецкий, Ю. Л. Тектонофизические методы изучения природных напряжений по сейсмологическим данным [Текст] / д-р. физ-мат. наук Ю. Л. Ребецкий (Москва, ИФЗ РАН).
176. Поля напряжений и деформаций в земной коре [Текст] / Ответ. ред. Ю. Д. Буланже. – М.: Наука, 1987. – 184 с.
177. Влох, Н. П. Управление горным давлением на подземных рудниках / Н. П. Влох – М.: Недра, 1994. – 207 с.
178. Влох, Н. П. Измерение напряжений в массиве крепких горных пород [Текст] / Н. П. Влох, А. Д. Сашурин – М.: Недра, 1970 – 120 с.
179. Войтенко, В. Н. Анализ палеонапряжений по ориентировке трещин растяжения построением круговых диаграмм Мора (на примере жильно-прожилковых тел месторождения Базовское, Восточная Якутия) [Текст] / В. Н. Войтенко, Д. Н. Задорожный // С. 42-51.
180. Соболев, Г. А. Трещинообразование, фазовые переходы и их предвестники [Текст] / Г. А. Соболев, Х. Шпетцлер, А. В. Кольцов // Физика горных пород при высоких давлениях. – М.: Наука, 1991. – С. 97-108.

181. Шемякин, Е. И. Две задачи механики горных пород, связанные с освоением глубоких месторождений руды и угля [Текст] / Е. И. Шемякин // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1975. – № 6. – С. 29-45.
182. Зуев, Л. Б. Идентификация состояния предразрушения в пластичных и хрупких материалах [Текст] / Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, С. А. Баранникова // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных ученых, 10 – 13 октября 2005 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2006. – С. 26-38.
183. Конева, Н. А. Современная картина стадий пластической деформации [Текст] / Н. А. Конева, Э. В. Козлов // Вестник ТГУ. – 2003. – Т. 8. – Вып. 4. – С. 514-518.
184. Латышев, О. Г. Направленное изменение фрактальных характеристик, свойств и состояния пород поверхностно-активными веществами в процессах горного производства: научная монография / О. Г. Латышев, М. В. Корнилков. – Урал. гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 407 с.
185. Латышев, О. Г. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании [Текст]: Учеб. пособие / О. Г. Латышев. – Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2004. – 201 с.
186. Ревуженко, А. Ф. Об учете дилатансии в основных справочных формулах механики сыпучих сред [Текст] / А. Ф. Ревуженко, С. Б. Стажевский // С. 13-16.
187. Алексеев, А. Д. Предельное состояние горных пород [Текст] / А. Д. Алексеев, Н. В. Недодаев. – Киев: Наук. думка, 1982 – 200 с.
188. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел (перевод с англ.). – Изд-во: Металлургия, 1971. – 264 с.
189. Жигалкин, В. М. О теоретическом и экспериментальном построении огибающей предельных кругов Мора [Текст] / В. М. Жигалкин, Т. А. Лужанская, Б. А. Рычков и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2010. – № 6. – С. 25-36.
190. Жигалкин, В. М. Оценка прочностных показателей образцов горных пород на основе расчетных огибающих кругов Мора [Текст] / В. М. Жигалкин, Б. А.

- Рычков, О. М. Усольцева и др. // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2011. – № 6. – С. 14-21.
191. Каркашадзе, Г. Г. Механическое разрушение горных пород [Текст]: Учеб. пособие для ВУЗов / Г. Г. Каркашадзе – М.: Изд-во МГГУ, 2004 – 222 с., ил.
192. Карташов, Ю. М. Прочность и деформируемость горных пород / Ю. М. Карташов, Б. В. Матвеев, Г. В. Михеев и др. – М.: Недра, 1979. – 269 с.
193. Качанов, Л. М. Основы механики разрушения [Текст] / Л. М. Качанов – М.: Наука, 1974 – 312 с.
194. Литвинский, Г. Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов: Монография [Текст] / Г. Г. Литвинский. – Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 207 с.
195. Манев, Г. Д. Оценка огибающих максимальных кругов Мора при составлении паспорта прочности горных пород [Текст] / Г. Д. Манев, Г. Е. Андреев // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1987. – № 1. – С. 32-41.
196. Мансуров, В. А. Влияние напряженного состояния на разрушение горных пород [Текст] / В. А. Мансуров, В. Н. Медведев // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых.. – 1989. – № 4. – С. 9-14.
197. Надаи, А. Пластичность и разрушение твердых тел [Текст] / А. Надаи – Перевод с англ.; под ред. Г. С. Шапиро. – М.: Изд-во иностранной литературы , 1954 – 648 с.
198. Никифоровский, В.С. Динамическое разрушение твердых тел [Текст] / В.С. Никифоровский, Е.И. Шемякин – Новосибирск: Наука , 1979 – 272 с.
199. Оловянный, А. Г. Механика горных пород. Моделирование разрушений. [Текст] / А. Г. Оловянный. – СПб.: ООО «Издательско-полиграфическая компания «КОСТА», 2012. – 280 с.
200. Партон, В. З. Механика разрушения от теории к практике [Текст] / В. З. Партон – М.: Наука, 1990 – 240 с.
201. Пестриков, В. М. Механика разрушения твердых тел: курс лекций [Текст] / В. М. Пестриков, Е. М. Морозов. – СПб.: Профессия, 2002. – 320 с., ил.

202. Протосеня, А. Г. К построению модели смешанного разрушения горных пород и твердых тел [Текст] / А. Г. Протосеня, В. А. Александров // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 3. – С. 39-46.
203. Ржевский, В. В. Основы физики горных пород [Текст]: Учебник для ВУЗов. – 4-е изд., перераб. и доп. / В. В. Ржевский, Г. Я. Новик. – М.: Недра, 1984. – 359 с.
204. Савченко, С. Н. Энергетический критерий разрушения горных пород [Текст] / С. Н. Савченко // Геомеханика при ведении горных работ в высоконапряженных массивах. – Апатиты: КНЦ РАН. – 1988. – С. 213-222.
205. Ставрогин, А. Н. Экспериментальная физика и механика горных пород [Текст] / А. Н. Ставрогин, Б. Г. Тарасов. – СПб.: Наука, 2001. – 343 с., ил.
206. Ставрогин, А. Н. Явление последствия в горных породах, вызванное предшествующей необратимой деформацией [Текст] / А. Н. Ставрогин, О. А. Ширкес // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1986. – № 4. – С. 16-27.
207. Старотиторов, И. Ю. Сравнительный анализ критериев прочности горных пород [Текст] / И. Ю. Старотиторов, Р. Ю. Киреев // Материалы конференции «Перспективы освоения подземного пространства», 23 – 25 апреля 2008. – Днепропетровск: НГУ, 2008. – С. 22-24.
208. Тагильцев, С. Н. Базовые понятия геомеханики – трение и деформация / С. Н. Тагильцев // Геомеханика в горном деле: доклады научно-технической конференции, 12 – 14 октября 2011 г., ИГД УрО РАН. – Екатеринбург, 2012. – С. 3-12.
209. Черепанов, Г. П. Механика хрупкого разрушения [Текст] / Г. П. Черепанов – М.: Наука, 1974 – 640 с.
210. Панин, В. Е. Основы физической мезомеханики [Текст] / В. Е. Панин // Физическая мезомеханика. – 1998. – № 1. – С. 5-22.
211. Панин, В. Е., Панин С. В., Мамаев А. И. Деформационные домены на мезоуровне в деформируемом твердом теле // Доклады РАН. 1996. Т. 350, № 1. С. 35–38.

212. Панин, В. Е. Физическая мезомеханика: достижения за два десятилетия развития, проблемы и перспективы [Текст] / В. Е. Панин, Ю. В. Гриняев, С. Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2004. – № 7. Спец. выпуск. Ч. I – С. I-25 - I-40.
213. Панин, В. Е. Деформируемое твердое тело как нелинейная иерархически организованная система [Текст] / В. Е. Панин, В. Е. Егорушкин // Физическая мезомеханика. – 2011. – № 14 (3). – С. 7-26.
214. Панин, В. Е. Основы физической мезомеханики пластической деформации и разрушения твердых тел как нелинейных иерархически организованных систем [Текст] / В. Е. Панин, В. Е. Егорушкин // Физическая мезомеханика. – 2015. – № 18 (5). – С. 100-113.
215. Панин, В. Е. Пластическая дисторсия – фундаментальный механизм в нелинейной мезомеханике пластической деформации и разрушения твердых тел [Текст] / В. Е. Панин, В. Е. Егорушкин, А. В. Панин и др. // Физическая мезомеханика. – 2016. – № 19 (1). – С. 31-46.
216. Романова, В.А. Численное исследование деформационных процессов на поверхности и в объеме трехмерных поликристаллов [Текст] / В. А. Романова, Р. Р. Балохонов // Физическая мезомеханика. – 2009. – № 12 (2). – С. 5-16.
217. Сукнёв, С. В. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления [Текст] / С. В. Сукнёв // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 2011. – № 5. – С. 37-45.
218. Паламарчук, Т. А. Кластерно-иерархические структуры как результат проявления масштабного эффекта прочности геомеханических систем [Текст] / Т. А. Паламарчук, А. А. Яланский, Н. Т. Бобро и др. // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. – Днепропетровск, ИГТМ НАНУ. – 2012. – № 107. – С. 188-193.
219. Гарагаш, И. А. Условия формирования регулярных систем полос сдвига и компакций [Текст] / И. А. Гарагаш // Геология и геофизика. – 2006. – Т. 47. – № 5. – С. 657-668.

220. Морозов, Е. М. Вариационный принцип в механике разрушения [Текст] / Е. М. Морозов // Доклады Академии наук СССР. – 1969. – Том 184. – № 6. – С. 1308-1311.
221. Морозов, Е. М. Траектории трещин хрупкого разрушения как геодезические линии на поверхности тела [Текст] / Е. М. Морозов, Я. Б. Фридман // Доклады Академии наук СССР. – 1961. – Том 139. – № 1. – С. 87-90.
222. Морозов, Е. М. Энергетическое условие роста трещин в упруго-пластических телах [Текст] / Е. М. Морозов // Доклады Академии наук СССР. – 1969. – Том 187. – № 1. – С. 57-60.
223. Левин, В. А. Избранные нелинейные задачи механики разрушения [Текст] / В. А. Левин, Е. М. Морозов, Ю. Г. Матвиенко – М: Физматлит, 2004 – 408 с.
224. Фрейденталь, А. Математические теории неупругой сплошной среды [Текст] / А. Фрейденталь. Х. Гейрингер – Перевод с англ. под ред. Э. И. Григोलюка. – М.: Физматгиз, 1962 – 432 с., ил.
225. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1984. – 256 с.
226. Гарагаш, И. А. Механика Коссера для наук о Земле [Текст] / И. А. Гарагаш, В. Н. Николаевский // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2. – № 4. – С. 44-66.
227. Стефанов, Ю. П. О закономерностях локализации деформации в горизонтальных слоях среды при разрывном сдвиговом смещении основания [Текст] / Ю. П. Стефанов, Р. А. Бакеев, И. Ю. Смолин // Физическая мезомеханика. – 2009. – № 12 (1). – С. 83-88.
228. Стефанов, Ю. П. Численное исследование деформации и разрушения горных пород под действием жесткого штампа [Текст] / Ю. П. Стефанов, В. Д. Евсеев // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 315. – № 1. – С. 77-81.
229. Стефанов, Ю. П. Численное моделирование поведения геологических сред за пределом упругости [Текст] / Ю. П. Стефанов // Геодинамика и напряженное состояние недр Земли. Труды научной конференции с участием иностранных

ученых, 02 – 05 октября 2007 г. – Новосибирск: ИГД СО РАН, 2008. – С. 392-399.

230. Немирович-Данченко, М. М. Численное моделирование трехмерных динамических задач сейсмологии [Текст] / М. М. Немирович-Данченко // Физическая мезомеханика. – 2002. – № 5 (5). – С. 99-106.

231. Кашников, Ю. А. Механика горных пород при разработке месторождений углеводородного сырья / Ю. А. Кашников, С. Г. Ашихмин. – М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007. – 467 с.: ил.

232. Леденев, В. В. Теоретические основы механики деформирования и разрушения: Монография [Текст] / В. В. Леденев, В. Г. Однолько, З. Х. Нгуен. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО ТГТУ, 2013. – 312 с.

233. Фадеев, А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А. Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 221 с.

234. Вариационные принципы механики: сб. ст. / под ред. Л. С. Полака. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 932 с.

235. Эйлер, Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле / Л. Эйлер; перевод Н. С. Кошлякова. – М.: Гос. техн.-теор. изд-во, 1934. – 600 с.

236. Полак, Л. С. Вариационные принципы механики: их развитие и применение в физике [Текст] / Л. С. Полак. Изд. 2-ое испр. – М.: Книжный дом “Либроком”, 2010. – 600 с.

237. Бердичевский, В. Л. Вариационные принципы механики сплошной среды [Текст] / В. Л. Бердичевский. – М.: Наука, 1983. – 448 с.

238. Биргер, И. А. Прочность, устойчивость, колебания: справочник в 3-х т. Т.1 / И. А. Биргер, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 831 с.

239. Барбакадзе, В. Ш. Расчет и проектирование строительных конструкций и сооружений в деформируемых средах / В. Ш. Барбакадзе, С. Мураками. – М.: Стройиздат, 1989. – 472 с.

240. Васидзу, К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности: пер. с англ. / К. Васидзу.– М.: Мир, 1987. – 542 с.
241. Карпов, В. В. Вариационные методы и вариационные принципы механики при расчете строительных конструкций: Учеб. пособие [Текст] / В. В. Карпов, А. Ю. Сальников. – СПб.: СПбГАСУ. –2009. – 75 с.
242. Победря, Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности: Учеб. пособие [Текст] / Б. Е. Победря. – 2-е изд. – М.: Изд-во МГУ. – 1995. – 366 с.
243. Сапунов, В. Т. Теория пластичности. Плоская задача. Экстремальные принципы и энергетические методы решения. Законы, уравнения и задачи циклической пластичности: Учеб. пособие [Текст] / В. Т. Сапунов. – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 124 с.
244. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: учебник / под ред. Г. С. Варданяна. – М.: АСВ, 1995. – 568.
245. Тимошенко, С. П. Сопротивление материалов. Том первый. Элементарная теория и задачи / С. П. Тимошенко; перевод с третьего американского издания В. Н. Федорова. – издание второе, стереотипное. – М.: Наука, 1965.
246. Краснов, М. Л. Вариационное исчисление [Текст] / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. – М.: Наука, 1973. – 190 с.
247. Лаврентьев, М. А. Курс вариационного исчисления [Текст] / М. А. Лаврентьев, Л. А. Люстерник. 2-е изд. – М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1950. – 296 с.
248. Цлаф, Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения [Текст] / Л. Я. Цлаф. – М.: Наука, 1970. – 191 с.
249. Ланцош, К. Вариационные принципы механики [Текст] / К Ланцош. – М.: Мир, 1965. – 408 с.
250. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: Учеб. для ВТУ-Зов. – 12 изд., стер. / С. М. Тарг. – М.: Высш. Шк., 2002. – 416 с. – ил.
251. Маркеев, А. П. Теоретическая механика: учебник для университетов / А. П. Маркеев. – М.: ЧеРо, 1999. – 572 с.

252. Маркеев, А. П. О принципе наименьшего принуждения [Текст] / А. П. Маркеев // Соросовский образовательный журнал. – 1998. – №1. – С. 113 – 121.
253. Цехмистро, Л. Н. Экстремальные принципы и принцип стационарности действия в механике [Текст] / Л. Н. Цехмистро // Электронный ресурс. psylib.org.ua.
254. Аппель, П. Теоретическая механика. Том второй. Динамика системы. Аналитическая механика [Текст] / перевод с шестого французского издания И. Г. Малкина. – М.: Гос. Изд-во физ.-мат. лит., 1960. – 487 с.
255. Писаренко, Г. С. Соппротивление материалов [Текст] / Г. С. Писаренко, В. А. Агарев, А. Л. Квитка и др. – Киев: Гос. изд-во техн. лит., 1963. – 791 с.
256. Электронный ресурс. <http://www.soprotmat.ru/history9.htm>.
257. Жабко, А. В. Исследование закономерностей, определяющих геометрию поверхности скольжения в откосах и расчетные характеристики, в изотропных горных массивах: дис. ... канд. техн. наук / А. В. Жабко; УГГУ. – Екатеринбург, 2009. – 152 с.
258. Жабко, А. В. Расчет устойчивости однородных оснований и откосов [Текст] / А. В. Жабко // Проблемы недропользования. Материалы V Всероссийской молодежной научно-практической конференции (с участием иностранных ученых) 8 – 11 февраля 2011 г. / ИГД УрО РАН. – Екатеринбург: УрО РАН, 2011. – С. 397–407.
259. Жабко, А. В. Способ расчета устойчивости оснований и откосов [Текст] / А. В. Жабко // Проблемы недропользования. Материалы VI Всероссийской молодежной научно-практической конференции, 8 – 10 февраля 2012 г. / ИГД УрО РАН. – Екатеринбург: УрО РАН, 2012. – С. 77–92.
260. Zhabko, A. V. Calculation theory of stability of foundations and slopes / A. V. Zhabko // Proceedings XV International ISM Congress 2013. 16 – 20 September 2013, Aachen, Germany. S. 85–97.
261. Zhabko, A. V. Calculation of stability of inhomogeneous and anisotropic slopes / A. V. Zhabko, V. A. Gordeev // Mezinárodní konference Geodézie a Důlní měřičtví

2015 XXII. konference Společnosti důlních měřičů a geologů. Zasedání odborných komisí ISM. Praha 24. – 26. června 2015.

262. Жабко, А. В. Расчет устойчивости откосов [Текст] / А. В. Жабко // Маркшейдерия и недропользование. – 2012. – № 2. – С. 55–59.

263. Жабко, А. В. Предельные параметры плоских однородных откосов [Текст] / А. В. Жабко // Изв. вузов. Горный журнал. – 2012. – № 6. – С. 22–25.

264. Жабко, А. В. Учет гидростатического давления при расчете устойчивости откосов [Текст] / А. В. Жабко // Маркшейдерия и недропользование. – 2013. – № 6 (68). – С. 29–31.

265. Жабко, А. В. Расчет устойчивости неоднородных и анизотропных откосов [Текст] / А. В. Жабко // Известия вузов. Горный журнал. – 2014. – № 3. – С. 22 – 29.

266. Жабко, А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Анализ, характеристика и классификация существующих методов расчета устойчивости откосов [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2015. – № 4(40). – С. 45–57.

267. Жабко, А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Общая теория расчета устойчивости однородных откосов [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2016. – № 1(41). – С. 72–83.

268. Жабко, А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Расчет анизотропных, неоднородных и подработанных откосов [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2016. – № 2(42). – С. 42–46.

269. Жабко, А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Устойчивость отвалов [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2016. – № 3(43). – С. 4–6.

270. Жабко, А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Устойчивость откосов в поле тектонических, сейсмических и гидростатических напряжений [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2016. – № 4(44). – С. 47–50.

271. Жабко, А. В. Аналитическая геомеханика: научная монография [Текст] / А. В. Жабко; Уральский государственный горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 224 с.

272. Хаин, В. Е. Геотектоника с основами геодинамики: учебник [Текст] / В. Е. Хаин, М. Г. Ломизе. – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 480 с.
273. Петухов, И. М. Геодинамика недр [Текст] / И. М. Петухов, И. М. Батугина. – М.: Недра, 1996. – 217 с.
274. Барях, А. А. Деформирование соляных пород [Текст] / А. А. Барях, С. А. Константинова, В. А. Асанов. – Екатеринбург.: УрО РАН, 1996. – 204 с.
275. Зубков, А. В. Гипотеза нелинейного изменения гравитационно-тектонических напряжений с глубиной в верхней части земной коры / А. В. Зубков // Геомеханика в горном деле: Доклады международной конференции, 19 – 21 ноября 2002 г., г. Екатеринбург. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2003. – С. 17 – 21.
276. Зубков, А. В. Геомеханика и геотехнология [Текст] / А. В. Зубков. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2000. – 321 с.
277. Булычев, Н. С. Механика подземных сооружений [Текст] / Н. С. Булычев – М.: Недра, 1994. – 382 с.
278. Емельянова, Е. П. Основные закономерности оползневых процессов [Текст] / Е. П. Емельянова. – М.: Недра, 1972. – 308 с.
279. Жабко, А. В. Критерий разрушения твердых тел [Электронный ресурс] / А. В. Жабко // Сетевое периодическое научное издание «Проблемы недропользования». Выпуск 2 (5). (<http://trud.igduran.ru>). Номер государственной регистрации: Эл №ФС77 – 56413 от 11.12.2013 г. Екатеринбург, 2015. – С. 46–51.
280. Жабко, А. В. Начальное поле напряжений нетронутого массива горных пород [Текст] / А. В. Жабко // Маркшейдерия и недропользование. – 2015. – № 2(76). – С. 49–52.
281. Жабко, А. В. Предельное напряженное состояние горных пород [Текст] / А. В. Жабко // Известия вузов. Горный журнал. – 2015. – № 5. – С. 50 – 55.
282. Одинцев, В. Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород [Текст] / В. Н. Одинцев. – М.: ИПКОН РАН, 1996. – 166 с.
283. Панин, В. Е. Структурные уровни деформации твердых тел [Текст] / В. Е. Панин, В. А. Лихачев, Ю. В. Гриняев. – Новосибирск: Наука, 1985.

284. Шашенко, А. Н. Оценка устойчивости естественных и искусственных породных откосов [Текст] / А. Н. Шашенко, А.С. Ковров // Геотехническая механика. – №91. – С. 43-54.
285. Электронный ресурс. <http://dfgm.math.msu.su/files/encyclopedia/minimal>.
286. Электронный ресурс. <https://lenta.ru/articles/2011/12/02/bubbles>.
287. Тихонов, А. И. Концепции современного естествознания: Метод. пособие [Текст] / А. И. Тихонов. – Иваново: Иван. гос. энерг. ун-т, 2002. – 68 с.
288. Чечельницкий, А. М. Волновая структура Солнечной системы, 2-е издание [Текст] / А. М. Чечельницкий, – Дубна, 2000 – 78 с.
289. Чечельницкий, А. М. Законы орбитальных расстояний, Тициуса-Боде и постоянная тонкой структуры – как микро и мегапараметр волновой Вселенной / А. М. Чечельницкий // Электронный ресурс. lib.uni-dubna.ru.
290. Чечельницкий, А. М. Крупно-масштабная однородность или принципиальная иерархия Вселенной / А. М. Чечельницкий // Электронный ресурс. lib.uni-dubna.ru.
291. Кашубин, С. Н., Виноградов В. Б., Кузин А. В. Физика Земли / Под ред. В. В. Филатова. 2-е изд., испр. и переработ. – Екатеринбург: УГГУ, 2005. – 188 с.
292. Детлаф, А. А, Яворский Б. М. Курс физики / 2-е изд., испр. и дополн. – М: Высшая школа, 2000. – 718 с.
293. Ставрогин, А. Н. Прочность и деформация горных пород в допредельной и запредельной областях [Текст] / А. Н. Ставрогин, Б. Г. Тарасов, О. А. Ширкес, Е. Д. Певзнер // Физ.-тех. пробл. разраб. полезн. ископаемых. – 1981. – № 6. – С. 3-11.
294. Ставрогин, А. Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах [Текст] / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. – М.: Недра, 1985. – 271 с.
295. Ставрогин, А. Н. Пластичность горных пород [Текст] / А. Н. Ставрогин, А. Г. Протосеня. – М.: Недра, 1979. – 301 с.
296. Kiyoo Mogi. Experimental rock mechanics, 1929. – Taylor & Francis Group. – London, 2007.
297. Жабко, А. В. Энергетическая трактовка условия разрушения откосов [Электронный ресурс] / А. В. Жабко // Сетевое периодическое научное издание

- «Проблемы недропользования». Выпуск 2. (<http://trud.igduran.ru>). Номер государственной регистрации: Эл №ФС77 – 56413 от 11.12.2013 г. Екатеринбург, 2017. – С. 96–102.
298. Жабко, А. В. Законы пластического деформирования и деструкции твердых тел [Текст] / А. В. Жабко // Известия УГГУ. – 2017. – № 2 (46). – С. 82–87.
299. Жабко, А. В. Прочность континуума (твердых тел) [Текст] / А. В. Жабко // Изв. вузов. Горный журнал. – 2017. – № 4. – С. 47–55.
300. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Том 3: Излучение. Волны. Кванты. Перевод с английского (издание 4). – Эдиториал УРСС.
301. Гареев, Ф. А. Универсальность принципа синхронизации Гюйгенса и Гармония в Природе / Ф. А. Гареев // Парапсихология и психофизика. – 2000. – № 1 – С. 22-57.
302. Тагильцев, С. Н. Основы гидрогеомеханики скальных массивов: Учебное пособие [Текст] / С. Н. Тагильцев. – Екатеринбург: Изд. УГГГА, 2003. – 88 с.
303. Беляев, Е.В. Теория подрабатываемого массива горных пород [Текст] / Е.В. Беляев – М.: Наука, 1987 – 176 с.
304. Борщ-Компониец, В. И. Сдвигение горных пород и земной поверхности при подземных разработках [Текст] / В. И. Борщ-Компониец, И. М. Батугина, В. М. Варлашкин и др. – М.: Недра, 1984 – 247 с.
305. Кузнецов, Г. Н. Методы и средства решения задач горной геомеханики [Текст] / Г. Н. Кузнецов, К. А. Ардашев, Н. А. Филатов и др. – М.: Недра, 1987 – 248 с.
306. Сашурин, А. Д. Сдвигение горных пород на рудниках черной металлургии [Текст] / А. Д. Сашурин. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 1999. – 268 с.
307. Кузнецов, М. А. Сдвигение горных пород на рудных месторождениях / М. А. Кузнецов, А. Г. Акимов, В. И. Кузьмин и др. – М.: Недра, 1971. – 224 с.
308. Турчанинов, И. А. Основы механики горных пород / И. А. Турчанинов, М. А. Иофис, Э. В. Каспарьян – Л.: Недра, 1989. – 488 с.: ил.
309. Указания по защите рудников от затопления и охране подрабатываемых объектов в условиях Верхнекамского месторождения калийных солей (Технический регламент) /согласовано Ростехнадзором № 13-13/1218 от 30.04.2008 г. // Санкт-Петербург, 2008 г.

310. Правила охраны сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных разработок на угольных месторождениях. – СПб., 1998. – 291 с.
311. Казикаев, Д. М. Геомеханика подземной разработки руд [Текст] / Д. М. Казикаев. – М.: МГГУ, 2009. – 544 с.
312. Макаров, А. Б. Оценка природного поля напряжений в массиве по сдвигению земной поверхности // Маркшейдерский вестник. – 2009. – № 5. – С. 44–49.
313. Корн, Г. Справочник по математике: для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн; пер. со второго американского переработан. изд. А. И. Араманович, А. М. Березман, И. А. Вайнштейн и др. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
314. Цимбаревич, П. М. Механика горных пород / П. М. Цимбаревич – М.: Углетехиздат, 1948. – 184 с.
315. Борисов, А. А. Механика горных пород и массивов / А. А. Борисов – М.: Недра, 1980. – 360 с.
316. Артемьев, В. Б. Охрана подготовительных выработок целиками на угольных шахтах [Текст] / В. Б. Артемьев, Г. И. Коршунов, А. К. Логинов и др. – СПб.: Наука, 2009 – 231 с., ил.
317. Борщ-Компониец, В. И. Механика горных пород, массивов и горное давление: Учеб. пособие [Текст] / В. И. Борщ-Компониец. – М.: МГИ, 1968. – 484 с.
318. Зотеев, О.В. Геомеханика [Текст]: Учеб. пособие / О. В. Зотеев, В. А. Осинцев. – Екатеринбург: УГГГА, 1997. – 128 с.
319. Макаров, А. Б. Практическая геомеханика: учебное пособие для горных инженеров [Текст] / А. Б. Макаров – М.: Горная книга, 2006. – 391 с.
320. Методические указания по определению размеров камер и целиков при подземной разработке руд цветных металлов. – Чита, 1988. – 126 с.
321. Руппенейт, К. В. Некоторые вопросы механики горных пород [Текст] / К. В. Руппенейт – М.: Углетехиздат, 1954. – 384 с.
322. Фисенко, Г. Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок [Текст] / Г. Л. Фисенко. – М.: Недра, 1976. – 272с.
323. Курленя, М. В. Техногенные геомеханические поля напряжений [Текст] / М. В. Курленя, В. М. Серяков, А. А. Еременко. – Новосибирск: Наука, 2005. – 264 с.
324. Юн, А. Б. Развитие методов расчета нагруженности и устойчивости межкамерных целиков при отработке пологих и наклонных рудных залежей

[Текст] / А. Б. Юн, А. Б. Макаров, Д. В. Мосякин и др. // Геомеханика в горном деле: доклады международной конференции, 19 – 21 ноября 2002 г., г. Екатеринбург. – Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2003. – С. 128 – 130.

325. Ким, Д. Н. Исследование структурного ослабления трещиноватых пород моделированием прочностных свойств в лабораторных условиях / Д. Н. Ким // Труды ИГД. Вопросы исследования горного давления и сдвижения пород. – Свердловск, 1963. – С. 97 – 106.

326. Жабко, А. В. Вероятностная трактовка величины сцепления трещиноватых горных массивов [Текст] / А. В. Жабко // Маркшейдерия и недропользование. – 2011. – № 5. – С. 37-39.

327. Вентцель, Е. С. Введение в исследование операций [Текст] / Е. С. Вентцель. – М.: Советское радио, 1964.

328. Избранные труды [Текст] / Е. И. Беленя, Н. Н. Стрелецкий, Н. П. Мельников и др. – М.: Стройиздат, 1975. – 422 с.

329. Звонарев, Н. К. Методика обоснования величины коэффициента запаса устойчивости бортов карьеров [Текст] / Н. К. Звонарев // Сб. трудов ВНИМИ. – 1964. – Вып. 52. – С. 258 – 266.

330. Зобнин, В. И. О критериях оценки устойчивости откосов [Текст] / В. И. Зобнин // Устойчивость и технология формирования бортов и отвалов на глубоких карьерах. сб. науч. трудов. / ИГД МЧМ СССР. – Свердловск, 1987. – Вып. 83. – С. 48-55.

331. Арсентьев, А. И. Установление уровня риска при определении производительности карьера [Текст] / А. И. Арсентьев // Изв. вузов. Горный журнал. – 1975. – №12. – С. 10-15.

332. Половов, Б. Д. Вероятностный расчет устойчивости откосов [Текст] / Б. Д. Половов // Устойчивость и технология формирования бортов и отвалов на глубоких карьерах: сб. науч. трудов / ИГД МЧМ СССР. – Свердловск, 1987. – Вып. 83. – С. 22-27.

333. Половов, Б. Д. Решение задач устойчивости откосов в условиях риска [Текст] / Б. Д. Половов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1981. - №4. – С. 30-33.

334. Окатов, Р. П. Аналитическое определение и учет коэффициента запаса при оценке устойчивости откосов скальных пород [Текст] / Р. П. Окатов // Изв. вузов. Горный журнал. – 1978. – №1. – С. 41- 48.

335. Коновалов, В. Е. Расчет вероятности обрушения однородного откоса [Текст] / В. Е. Коновалов, В. А. Гордеев // Изв. вузов. Горный журнал. – 1983. - №2. – С. 28-31.

336. Жабко, А. В. Определение коэффициента запаса устойчивости откосов исходя из оптимизации их параметров [Текст] / А. В. Жабко // Изв. УГГУ. Материалы Уральской горнопромышленной декады, 3 – 13 апреля 2006 г. – Екатеринбург: УГГУ, 2006. – С. 26 – 27.



ЭРДЭНЭТ ҮЙЛДВЭР ХХК
 КОО ПРЕДПРИЯТИЕ ЭРДЭНЭТ
 61027 Орхон аймаг, Баян-Өндөр сум
 Тел: +976 (0) 1352-71591, (92, 93, 94, 95)
 Факс: +976 (0) 1352-71573

№
 03. агуулга 2017т № 185

УТВЕРЖДАЮ
 Вице-директор по деятельности
 и главный инженер
 КОО Предприятие Эрдэнэт
 Д. Даваасамбуу




Акт
внедрения результатов исследований
соискателя ученой степени доктора технических наук
Жабко А.В.

Комиссия в составе: председатель комиссии – А. Ундрахтамир, начальник геолого-маркшейдерского отдела (ГМО); члены комиссии – П. Даваабаяр, ведущий маркшейдер ГМО; Д. Пурэвдаваа, начальник бюро мониторинга геомеханических процессов (МНН) ГМО, настоящим актом подтверждает факт внедрения результатов исследований, представленных в докторской диссертации *Жабко Андрея Викторовича*.

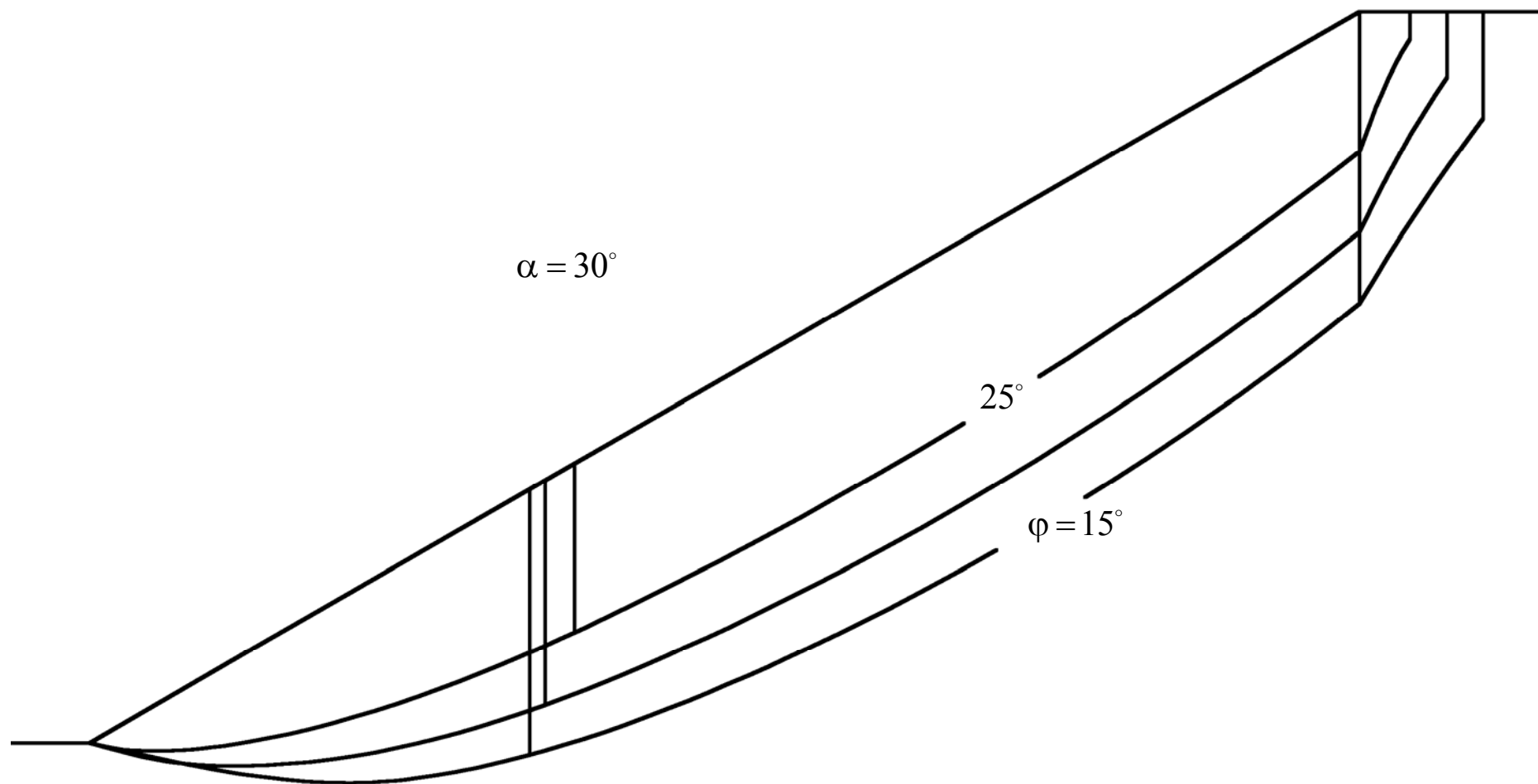
Результатами внедрения являются: метод оценки устойчивости бортов карьера в сложных горно-геологических и геодинамических условиях и откосов дамбы хвостохранилища, методика обоснования величины сцепления трещиноватого горного массива, методика обоснования критериев безопасности контролируемых показателей дамбы хвостохранилища.

Внедрение результатов исследований производилось в рамках выполнения контрактов по обеспечению геомеханической и экологической безопасности эксплуатации дамбы хвостохранилища обогатительной фабрики, относящейся к I классу капитальности, и обеспечению устойчивости бортов карьера КОО Предприятие Эрдэнэт, в период 2009 – 2017 гг.

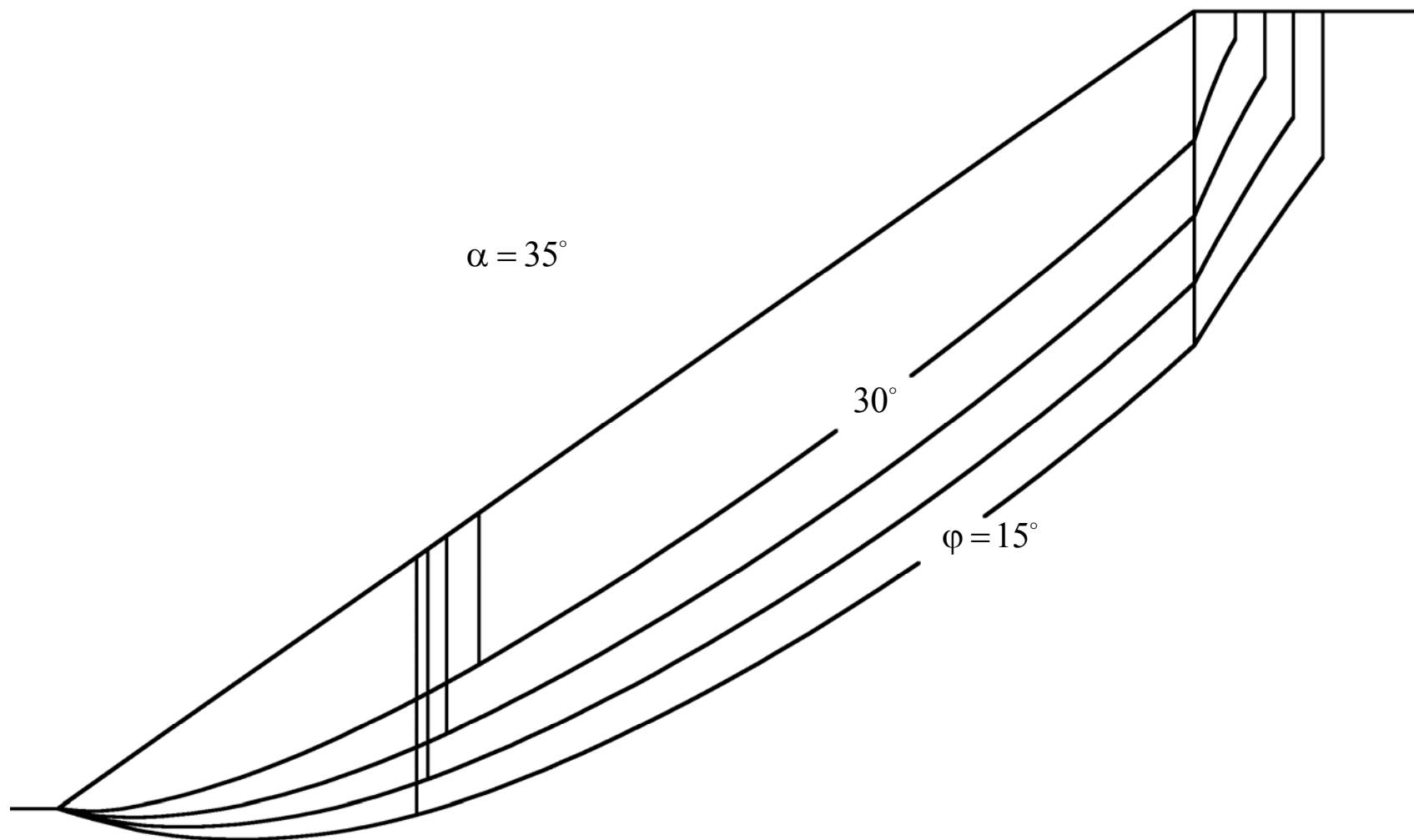
Члены комиссии:

 А. Ундрахтамир
 П. Даваабаяр
 Д. Пурэвдаваа

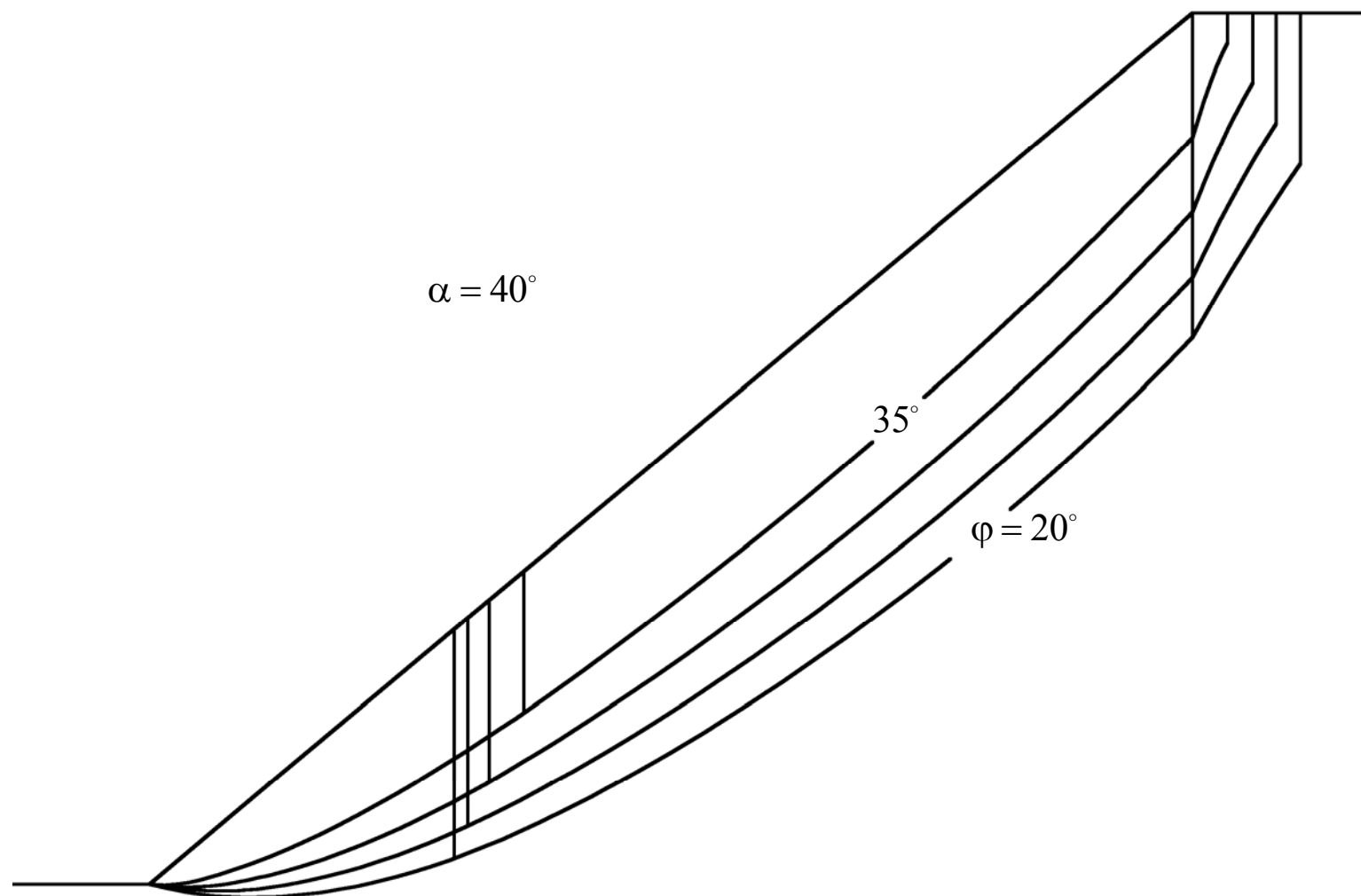
Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе



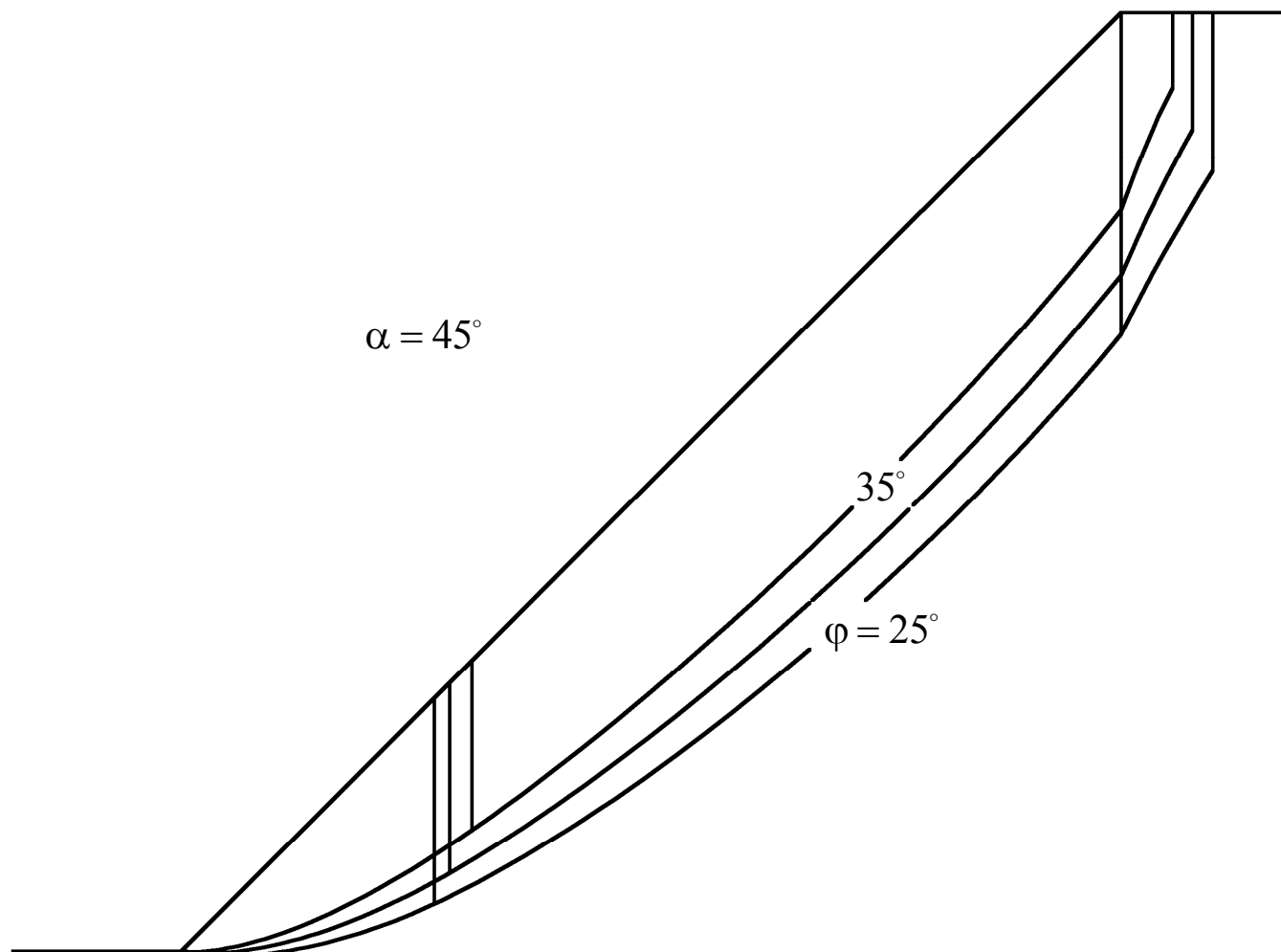
Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе



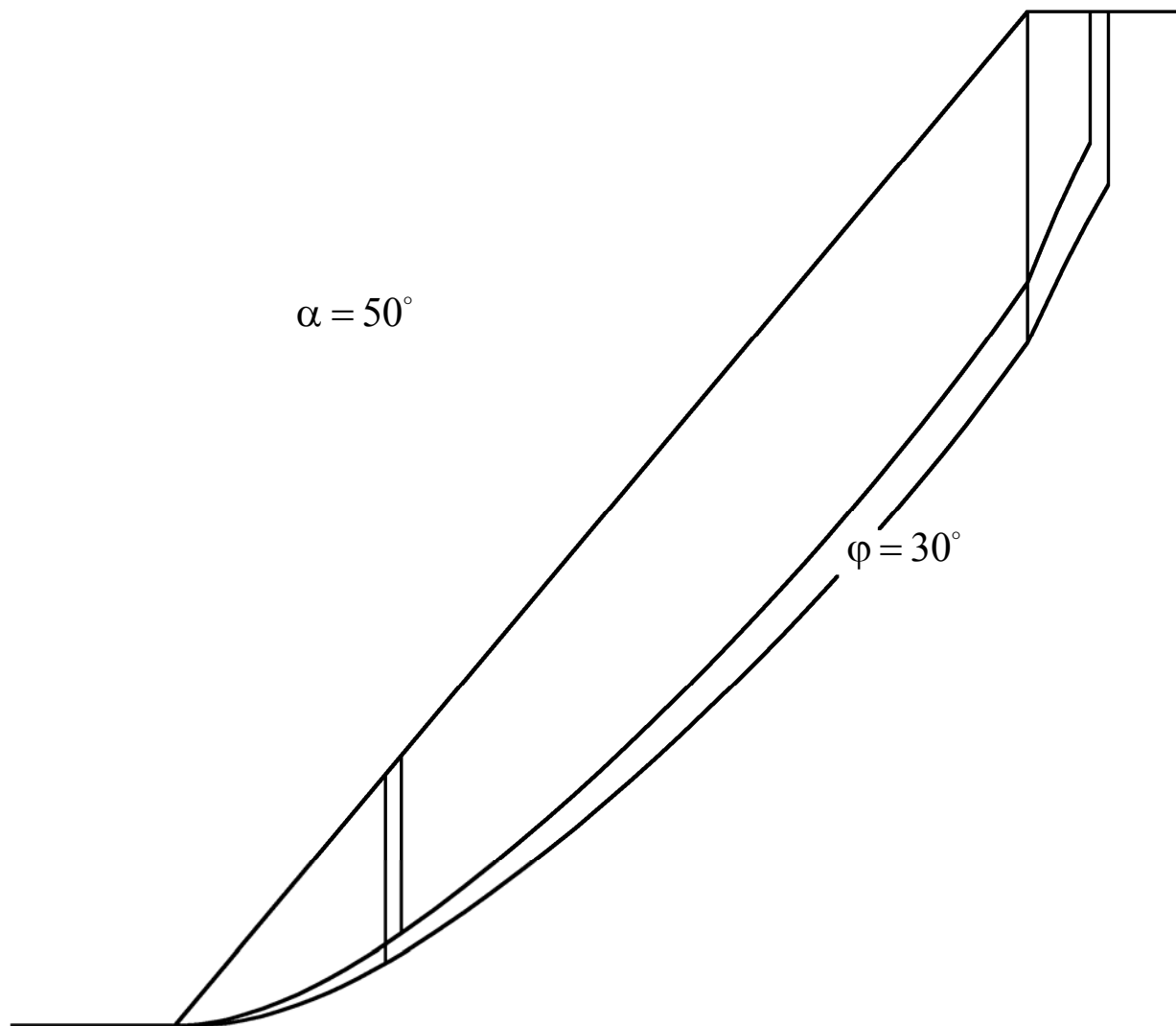
Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе



Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе



Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе



Поверхности скольжения в однородном изотропном откосе

